MINISTÉRIO DO INTERIOR
— MINTER —

CONVÊNIO MINTER/IICA

INSTITUTO INTERAMERICANO DE COOPERAÇÃO PARA A AGRICULTURA

REVISÃO E PROCEDIMENTOS DE CÁLCULOS FINANCEIROS DETERMINAÇÃO DOS INDICADORES, ANÁLISES FINANCEIRA

Abelardo Puccini et alli 1/

12

Campos, RJ
1983

MINISTÉRIO DO INTERIOR
SERSE - DNOS

CONVÊNIO
MINTER/SERSE/DNOS/IICA

INSTITUTO INTERAMERICANO
DE COOPERAÇÃO PARA A
AGRICULTURA (IICA)

REVISÃO E PROCEDIMENTOS DE CÁLCULOS FINANCEIROS
DETERMINAÇÃO DOS INDICADORES,ANÁLISES FINANCEIRA

Abelardo Puccini et alli 1/

1/ - Extraído do livro, "Engenharia Econômica" , Capítulos III e IV - Abelardo Puccini et alli.

12

Campos,RJ
1983

00003410

~~3460~~

S U M Á R I O

FÓRMULAS DE JUROS

A comparação de fluxos de caixa exige quase sempre sua transformação em outros equivalentes. Torna-se conveniente, portanto, o estabelecimento de fórmulas e fatores de conversão aplicáveis aos fluxos de caixa comumente encontrados.

1.0 - SIMBOLOGIA

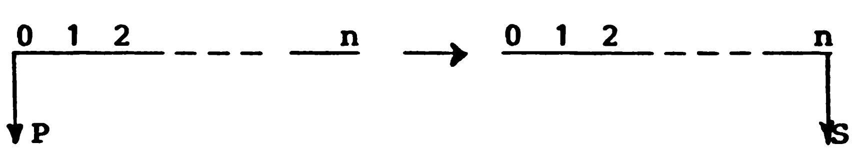
- i - Taxa de juros por período de capitalização
- n - número de períodos de capitalização
- P - principal, ou seja, capital no dia de hoje
- S - montante, ou seja, capital no fim do período n
- R - série uniforme de pagamentos ou anuidade, definida como a série de pagamentos iguais que ocorrem no fim dos períodos 1,2......n
- G - série em gradiente, definida como a série de pagamentos G, 2G, 3G,...... (n - 1)G que inicia no período 2 e termina no período n.

2.0 - FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL - PAGAMENTO SIMPLES

Problema: determinar a quantia S que seria obtida pela aplicação do principal P, à taxa de juros i, durante n períodos. Em outras palavras, qual o montante S acumulado a partir do principal P ?

Utilizando diagramas de fluxo de caixa o problema consiste em:

Dado P   Achar S



Investindo P à taxa i, tem-se no fim do primeiro período $P + iP = P(1 + i)$; no fim do segundo período, $P(1 + i) + iP(1 + i) = P(1 + i)^2$, no fim do terceiro período, $P(1 + i)^3$ e assim por diante. Logo no período n tem-se

$$S = P\,(\,1 + i\,)^n.$$

O fator $(\,1 + i\,)^n$ denominado fator de acumulação de capital de um pagamento simples e representado por F A C' (i,n) estabelece a equivalência entre S e P.

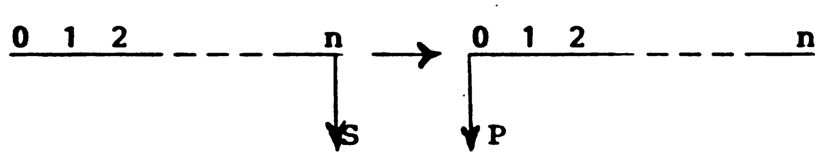
$$S = P \times FAC'\,(i,n)$$

3.0 - FATOR DE VALOR ATUAL - PAGAMENTO SIMPLES

Problema: Determinar a quantia P que deve ser investida,a juros i, para que se tenha o montante S após n períodos de capitalização ou seja, determinar o valor atual de S.

Ou seja,

Dado S | Achar P



Como $S = P\,(i + i)^n$, então

$$P = \frac{S}{(\,1 + i)^n}$$

O fator $\dfrac{1}{(1 + i)^n}$ denominado fator de valor atual de um pagamento simples e representado por FVA' (i,n) permite, pois, achar P quando S é dado.

$$P = S \times FVA'\,(i,n)$$

O fator de valor atual é freqüentemente denominado "fator de desconto". Observe-se que êste fator é sempre menor que a unidade, o que reflete a noção de que quantias futuras são menos valiosas que quantias presentes. Neste caso refere-se à taxa de juros como sendo

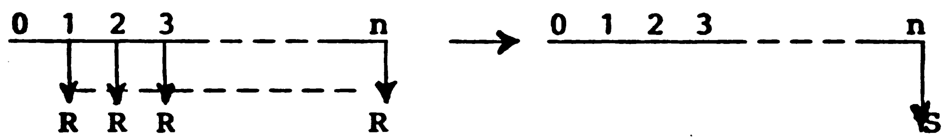
uma " taxa de desconto."

4.0 - FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL - SÉRIE UNIFORME

Problema: determinar a quantia S acumulada a partir da série uniforme R

Êste problema pode ser visualizado por meio dos diagramas de fluxo de caixa:

Dado R　　　　　　　　　　Achar S



O primeiro pagamento rende juros durante n - 1 períodos; no instante n seu valor será $R(1 + i)^n$. O segundo pagamento rende juros durante n - 2 períodos; no instante n vale, portanto, $R\,(1 + i)^n$. Fato semelhante ocorre com os demais pagamentos, observando-se que o penúltimo rende juros apenas durante um período e o último não chega sequer a produzir juros.

O montante S será composto, portanto, de diversas parcelas, cada uma decorrente de um dos pagamentos efetuados:

$$S = R(\ 1 + i)^{n - 1} + R(1 + i)^{n - 2} + \ldots. + R\,(1 + i) \quad R.$$

Pondo-se R em evidência e invertendo-se a ordem das parcelas

$$S = R\left[1 + (1 + i) + \ldots + (1 + i)^{n - 2} + (1 + i)^{n - 1}\right].$$

O fator em colchetes corresponde à soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica de razão (1 + i). Esta soma é

$$\frac{1 - (1 + i)^n}{1 - (1 + i)} = \frac{1 - (1 + i)^n}{- i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Conseqüentemente,

$$S = R\left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i}\right]$$

O fator $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ denominado fator de acumulação de capital de uma série uniforme e representado por FAC (i,n) estabelece a eqüivalência entre S e R.

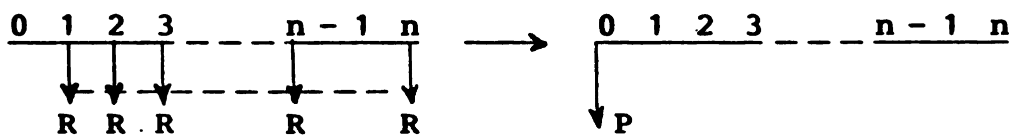
$$S = R \times FAC\ (i,n)$$

5.0 - FATOR DE VALOR ATUAL - SÉRIE UNIFORME

Problema: determinar o principal P que deve ser aplicado para que se possa retirar R em cada um dos n períodos subseqüentes, ou seja, determinar o valor atual da série uniforme R.

Os diagramas de fluxo de caixa ilustram o problema:

Dado R | Achar P



O valor atual do primeiro pagamento é $\frac{R}{1+i}$; o valor atual do segundo pagamento é $\frac{R}{(1+i)^2}$; e assim por diante, até $\frac{R}{(1+i)^n}$ para o último.

Nestas condições,

$$P = \frac{R}{1+i} + \frac{R}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R}{(1+i)^n} =$$

$$= R \left[\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

O fator em colchetes corresponde à soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica, cujo termo inicial é

$$\frac{1}{1+i}$$

e cuja razão é

$$\frac{1}{1+i}$$

O seu valor é :

$$\frac{1}{1+i} \times \frac{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{1-\frac{1}{1+i}} = \frac{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i} =$$

$$= \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Portanto,

$$P = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$$

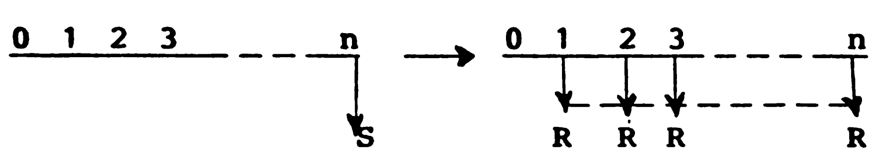
O fator $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ denominado fator de valor atual de uma série uniforme e representado por FVA (i,n) estabelece a equivalência entre P e R.

$$P = R \text{ FVA } (i,n)$$

6.0 - FATOR DE FORMAÇÃO DE CAPITAL = SÉRIE UNIFORME

Problema: determinar a série uniforme R capaz de formar o montante S no fim do período n.

Dado S Achar R



Como

$$S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$R = S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

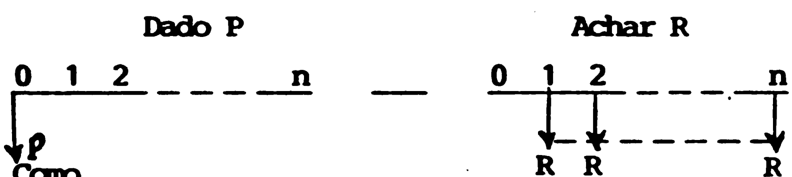
O fator $\dfrac{i}{(1+i)^n - 1}$ denominado fator de formação de capital e representado por FFC (i,n) permite achar R quando S é dado.

$$R = S \times FFC\ (i,n)$$

7.0 - FATOR DE RECUPERAÇÃO DE CAPITAL - SÉRIE UNIFORME

Problema: determinar a série uniforme R resultante da aplicação do principal P, ou seja, a quantia que tem que ser retirada em cada período para que se recupere o investimento P.

Ou seja,



Como

$$P = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}\right],$$

$$R = P\left[\frac{i\,(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right].$$

O fator $\dfrac{i\,(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ denominado fator de recuperação de capital e representado por FRC (i,n) permite achar R quando P é dado.

$$R = P \times FRC\ (i,n)$$

8.0 - RELAÇÃO ENTRE FATORES

As fórmulas apresentadas mostram que

$$FVA'\ (i,n) = \frac{1}{FAC'\ (i,n)}$$

$$FFC\ (i,n) = \frac{1}{FAC\ (i,n)}$$

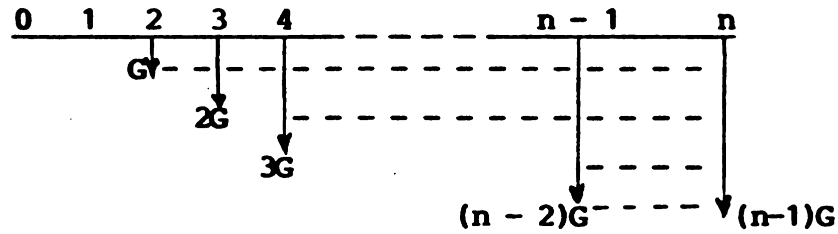
$$FRC\ (i,n) = \frac{1}{FVA\ (i,n)}$$

$$FRC\ (i,n) = FFC\ (i,n) + i$$

9.0 - SÉRIE EM GRADIENTE

Denomina-se série em gradiente a uma série de pagamentos G, 2G, 3G ....(n - 1) G que ocorrem nos períodos 2,3,4,....... n respectivamente.

O diagrama de fluxo de caixa é



A obtenção da série uniforme equivalente a uma dada série em gradiente é feita observando que a série em gradiente pode ser decomposta em diversas séries uniformes G: uma começando no período 2, outra começando no período 3, outra no período 4, e assim por diante.

O montante S acumulado no período n será

$$S = G \times FAC\,(i,n-1) + G \times FAC\,(i,n-2) + G \times FAC\,(i,n-3) + \ldots +$$
$$+ G \times FAC\,(i,1) =$$
$$= G \quad FAC\,(i,n-1) + FAC\,(i,n-2) + FAC\,(i,n-3) + \ldots + FAC(i,1) =$$

$$= G \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} + \frac{(1+i)^{n-2} - 1}{i} + \ldots\ldots + \frac{(1+i)^{1} - 1}{i} \right] =$$

$$= G \left[(1+i)^{n-1} + \ldots\ldots + (1+i) - (n-1) \right] \frac{1}{i} =$$

$$= G \left\{ \left[(1+i)^{n-1} + \ldots + (1+i) + 1 \right] \frac{1}{i} - \frac{n}{i} \right\} =$$

$$= G \left[\frac{FAC\,(i,n)}{i} - \frac{n}{i} \right] .$$

Donde

$$S = G \left[\frac{(1+i)^{n} - 1}{i^{2}} - \frac{n}{i} \right] ,$$

e como

$$R = S \times FFC\,(i,n),$$

$$R = G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{i} \left(\frac{i}{(1+i)^{n} - 1} \right) \right] .$$

O fator $\frac{1}{i} - \frac{n}{i}\left(\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right)$ denominado fator de gradiente e representado por FG (i,n) estabelece a equivalência entre G e R.

$$R = G \times FG\ (i,n)$$

O valor atual da série em gradiente será então obtido multiplicando-se a série uniforme equivalente pelo fator de valor atual:

$$P = R \times FVA\ (i,n) = G \times FG\ (i,n) \times FVA\ (i,n)$$

O fator FG (i,n) x FVA (i,n), denominado fator de valor atual de uma série em gradiente e representado por GFVA (i,n)estabelece a equivalência entre P e G.

$$P = G \times GFVA\ (i,n)$$

10.0 - TABELAS

Êstes fatores encontram-se tabelados para facilidade de uso.

As tabelas da página T 1 a T 58 apresentam os seis fatores pagamento simples - fator de acumulação de capital e fator de valor atual; série uniforme de pagamentos - fator de formação de capital , fator de recuperação de capital,fator de acumulação de capital e fator de valor atual. Êstes fatores foram tabelados para juros de 1 a 18 % com os seguintes incrementos:

1 a 2,5 % com incremento de 0,25
2,6 a 6 % com incremento de 0,10
6,25 a 7 % com incremento de 0,25
7,5 a 10 % com incremento de 0,50
11 a 18 % com incremento de 1,00

Da página T 59 a T 80 estão tabelados o fator de valor atual de um pagamento simples, o fator de formação de capital e o fator de valor atual de uma série uniforme. Os demais podem ser obtidos a partir das relações, apresentadas em 3,8. Empregaram-se juros de 20 a 80 % como se segue:

20 a 25 % com incremento de 5
27 a 55 % com incremento de 2
60 a 80 % com incremento de 5

O fator de gradiente (páginas T 81 a T90) e o fator de valor atual de uma série em gradiente (páginas t 91 a T 100) também foram tabelados para juros de 1 a 80 %.

O uso de tabelas é imediato. Basta escolher a taxa de juros, procurar a tabela adequada, entrar com o valor de n e ler o fator desejado. Em alguns casos poderá ser necessário interpolar; por exemplo, quando se trabalha com taxa de juros para a qual não existe tabela, ou quando o valor n não consta da tabela adequada; a interpolação linear é perfeitamente aceitável. O emprego destas tabelas será ilustrado em 3.14.

11 - TAXA NOMINAL e TAXA EFETIVA

Se a taxa de juros por período de capitalização for i e se houver m períodos de capitalização por ano, então a taxa nominal será $i_N = m\, i$.

A taxa efetiva (i_E), ou seja, a taxa segundo a qual o capital efetivamente cresceu será maior que i_N. Seu valor pode ser determinado através da equivalência: o principal P aplicado à taxa i_E durante um ano deve produzir o mesmo montante que quando aplicado à taxa i durante m períodos.

$$P\,(1 + i_E) = P\,(\,1 + i\,)^m.$$

Portanto,

$$i_E = (1 + i)^m - 1 = \text{FAC}'\,(i,m) - 1$$

Por exemplo, sejam CR\$ 100,00 aplicados a 2 % ao mês, capitalizados mensalmente.

Taxa nominal : $i_N = 12 \times 2\,\% = 24\,\%$ ao ano

Taxa efetiva ; $i_E = (1 + 0{,}02)^{12} - 1 = 1{,}268 - 1 =$

$= 0{,}268 = 26{,}8\,\%$ ao ano.

O montante após um ano será 100 (1 + 0,268) = 126,8 não 100 (1 + 0,24) = 124 como se poderia supor.

A distinção entre taxa efetiva e taxa nominal é de suma importância. Em situações envolvendo empréstimos ou financiamentos, por exemplo, a taxa que figura nos contratos é geralmente a taxa nominal, que não pode ser tomada como critério de decisão.

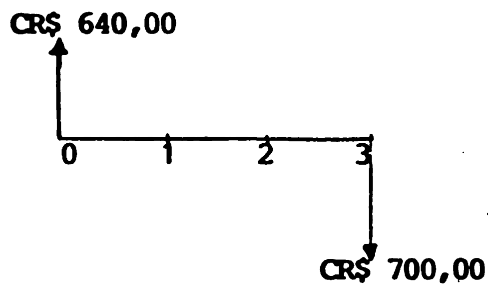
A título de exemplo, considere-se a seguinte situação.

Uma letra de Câmbio de Cr\$ 1.000,00 e prazo de três meses é vendida por Cr\$ 930,00; os juros efetivos são de 2,5 % ao mês, uma vez que Cr\$ 930,00 x FAC' (2,5 %,3) = Cr\$ 1.000,00. Por outro lado, pode-se conseguir um empréstimo no Banco a 1,8 % ao mês. Conseqüentemente, eis um método seguro de ganhar dinheiro: tomar a 1,8 % no Banco e empregar a 2,5 % em Letras de Câmbio.

Mas será mesmo ?

O exame detalhado das condições que acompanham o empréstimo a 1,8 % há de revelar que a operação custa efetivamente muito mais. Primeiro, os juros são descontados antecipadamente: num empréstimo de Cr$ 1.000,00, por um prazo de três meses, o desconto atinge a 3x 1,8% x Cr$ 1.000,00 = Cr$ 54,00. Segundo, é preciso pagar 0,2 % de impôsto sôbre operações financeiras: 3 x 0,2 % x Cr$ 1.000,00 = Cr$ 6,00. Terceiro, é possível que o Banco exija a manutenção de um saldo médio, a título de reciprocidade, que pode atingir a 30 %; no caso, Cr$ 300,00.

Nestas condições, o fluxo de caixa correspondente ao empréstimo é:



Observe-se que os Cr$ 300,00 de reciprocidade não podem ser usados pelo tomador, que se compromete a manter a quantia depositada na sua conta e devolvê-la ao Banco findo o prazo do empréstimo.

Os juros efetivos são calculados a partir da fórmula:

Assim $S = P \times FAC' (i,n).$

$700,00 = 640,00 \times FAC' (i,3)$

$FAC' (i,3) = \dfrac{700,00}{640,00} = 1.093$

Portanto, i = 3,03 %

12 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram apresentados as fórmulas e os fatores de conversão que constituem a base dos métodos de avaliação e comparação de alternativas de investimento.

Do exposto deve ter ficado claro que quando uma quantia monetária é deslocada para o futuro, seu valor aumenta devido à taxa de juros; é o que diz a fórmula $S = P \times (1 + i)^n$. Quando se traz para o presente uma quantia futura, seu valor diminui: $P = S / (1 + i)^n$. Os diversos fatores apresentados visam apenas a facilitar a manipulação

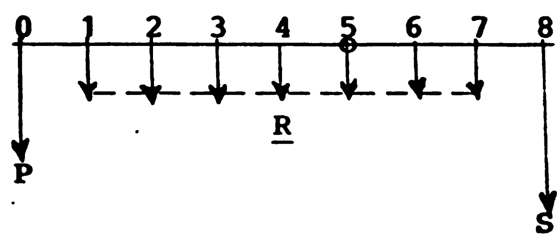
dos fluxos de caixa comumente encontrados, não apresentando novidade de natureza conceitual. A relativa complexidade teórica justifica- se pela economia de tempo nas aplicações práticas.

Algumas considerações, entretanto, ainda se fazem necessárias.

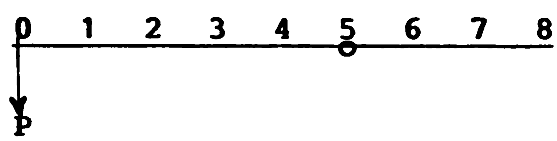
Inicialmente cabe comentar que o conceito de " valor atual" pode ser generalizado. Definiu-se valor atual de um fluxo de caixa, a uma dada taxa de juros, como a quantia hoje equivalente ao fluxo em questão. Nesta definição, a data de hoje foi tomada como referência e origem para a contagem do tempo. Nada impede, entretanto, que outro sistema de referência seja adotado. Pode-se, pois, falar em " valor atual na data n", significando a quantia que, naquela data, é equivalente ao fluxo considerado.

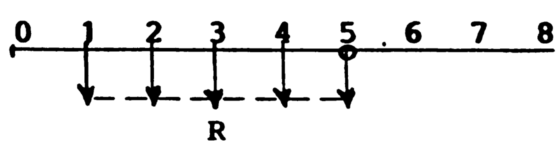
A obtenção deste valor não cria maiores dificuldades, conforme se verá através de um exemplo.

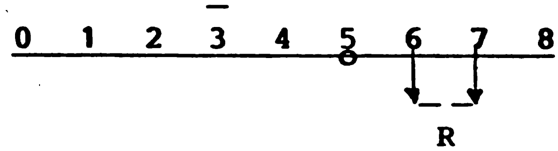
Seja o fluxo de caixa abaixo, cujo valor atual na data 5 , representado por VA (5) é procurado:

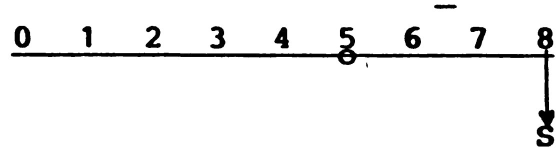


Êste fluxo pode ser decomposto em:

A)


B)


C)


D)


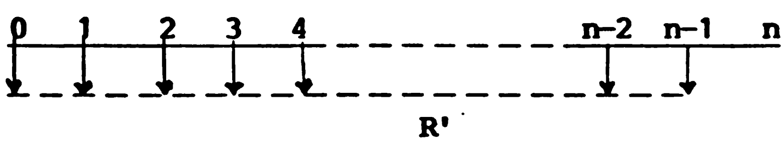
Observe-se que a decomposição tem por finalidade produzir fluxos para os quais existem fatôres de conversão . No caso B, por exemplo, manteve-se a convenção estabelecida em 3,4, que exige cinco

pagamentos iguais no final de cada um dos cinco períodos. Pela mesma razão, a fórmula deduzida em 3,5 pode ser aplicada ao fluxo C, bastando que se desloque para a data 5 a origem de contagem do tempo. A transformação dos fluxos A e D é imediata.
Logo, VA (5) será igual à soma de quatro parcelas: - a quantia acumulada a partir de P, durante 5 períodos; - a quantia acumulada a partir da série R, durante 5 períodos; - a quantia equivalente à série R, descontada durante 2 períodos; - a quantia equivalente a S, descontada durante 3 períodos:
Assim,

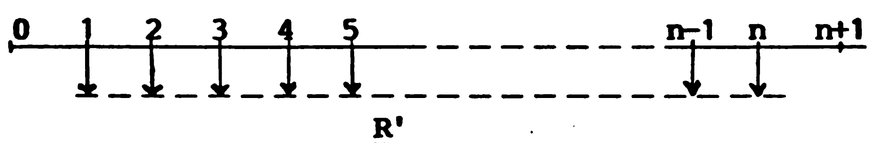
$$VA\ (5) = P \times FAC'\ (i,5) + R \times FAC\ (i,5) + R \times FVA\ (i,2) + S \times FVA'\ (i,3).$$

Outro ponto que merece se comentado refere-se ao tratamento de fluxos de caixa de tipo diferente dos apresentados até agora. É desnecessário tabular fatores aplicáveis a todos os tipos de fluxos de caixa, uma vez que as fórmulas de conversão são facilmente adaptadas e resolvem qualquer problema.

Considere-se o caso de pagamentos antecipados. A título de ilustração, seja determinar a quantia S' acumulada após n períodos, a partir de n pagamentos de valor R' efetuados no início de cada período:



O valor atual da série R' na data n-1 é R' x FAC (i,n). Basta deslocar a origem dos tempos para se comprovar este fato:



Isto posto, S' = R' x FAC (i,n) x (1 + i). Ou seja, S' é o montante acumulado em um período a partir de $\left[R' \times FAC\ (i,n)\right]$

Em suma, quando se adota a "convenção de fim de período" as fórmulas e fatores podem ser usados para deslocar quantias monetárias ao longo do tempo e estabelecer relações de equivalência. Nos demais casos, as adaptações são tão simples que não justificam o estabelecimento de fórmulas específicas.

13.0 - RESUMO

	Fator	Fórmula
Dado P, achar S	$FAC'(i,n) = (1 + i)^n$	$S = P \times FAC'(i,n)$
Dado S, achar P	$FVA'(i,n) = \dfrac{1}{(1 + i)^n}$	$P = S \times FVA'(i,n)$
Dado S, achar R	$FFC\ (i,n) = \dfrac{i}{(1 + i)^n - 1}$	$R = S \times FFC\ (i,n)$
Dado P, achar S	$FRC\ (i,n) = \dfrac{i\ (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$R = P \times FRC\ (i,n)$
Dado R, achar S	$FAC\ (i,n) = \dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$	$S = R \times FAC\ (i,n)$
Dado R, achar P	$FVA\ (i,n) = \dfrac{(1+i)^n - 1}{i\ (1+i)^n}$	$P = R \times FVA\ (i,n)$
Dado G, achar R	$FG\ (i,n) = \dfrac{1}{i} - \dfrac{n}{(1+i)^n - 1}$	$R = G \times FG\ (i,n)$
Dado G, achar P	$GFVA(i,n) = \dfrac{(1+i)^n - 1}{i^2} - \dfrac{n}{i}\ \dfrac{1}{(1+i)^n}$	$P = G \times GFVA(i,n)$

14.0 - PROBLEMAS RESOLVIDOS

1 - Quanto teremos daqui a 12 meses se aplicarmos Cr$ 1.000,00 a 2,5% ao mês ?

Solução :

P = 1.000,00

i = 2,5% ao mês

n = 12 meses

S = P x FAC' (i,n)

A tabela da página T 7 dá

FAC' (2,5%, 12) = 1,345

Logo S = 1.000,00 x 1,345 = 1.345,00.

2 - Quanto se deveria pagar hoje para se ter o direito de receber Cr$ 10.000,00 daqui a 5 anos, a juros de 10% ao ano ?

Solução :

S = 10.000,00

i = 10% ao ano

n = 5 anos

P = S x FVA' (i,n)

A tabela da página T 52 dá

FVA' (10%, 5) = 0,6209

Logo S = 10.000,00 x 0,6209 = 6.209,00

3 - Um empresário pretende fazer um investimento no exterior que lhe renderá US$ 100.000,00, por ano, nos próximos 10 anos . Qual o valor do investimento, sabendo-se que o empréstimo trabalha com taxas de 6% ao ano ?

Solução :

R = 100.000,00

i = 6% ao ano

n = 10 anos

P = R x FVA (i,n)

A tabela da página T 42 dá

FVA (6% , 10) = 7,360

Logo P = 100.000,00 x 7,360 = 736.000,00

4 - Quanto devemos depositar semestralmente numa conta a prazo fixo que paga juros de 12% por semestre para termos Cr$ 50.000,00 daqui a 7 anos ?

Solução :

S = 50.000,00

i = 12% por semestre

n = 7 anos = 14 semestres

R = S x FFC (i,n)

A tabela da página T 54 dá

FFC (12%, 14) = 0,0308

R = 50.000,00 x 0,0308 = 1.545,00

5 - Seu Costa deposita anualmente US$ 3.000,00 na conta particular que mantém na Suiça. Qual será o saldo daqui a 5 anos, sabendo-se que o banco paga juros de 8% ao ano para esste tipo de conta ?

Solução :

R = 3.000,00

i = 8% ao ano

n = 5 anos

S = R x FAC (i,n)

A tabela da página T 48 dá

FAC (8%, 5) = 5,866

Logo S = 3.000,00 x 5,866 = 17.600,00

6 - Em quanto tempo se pagará uma dívida de Cr$ 1.000,00 em parcelas mensais de Cr$ 59,05, se os juros forem de 3% ao mês ?

Solução :

$P = 1.000,00$

$R = 59,05$

$i = 3\%$ ao mês

$P = R \times FVA\ (i,n)$

Donde, $1.000,00 = 59,05 \times FVA\ (3\%,n)$

e $FVA\ (3\%,n) = \dfrac{1.000}{59,05} = 16,94$

A tabela da página T 12 dá

$n = 23$ $\qquad$ $FVA\ (3\%\ ,23) = 16.4436$

$n = 24$ $\qquad$ $FVA\ (3\%\ ,24) = 16.9355$

Observa-se, pois, que a dívida será paga em 24 meses.

7 - Quais os juros anuais equivalentes a 2,5% ao mês ?

Solução :

Taxa nominal : $i_N = 12 \times 2,5 = 30\%$

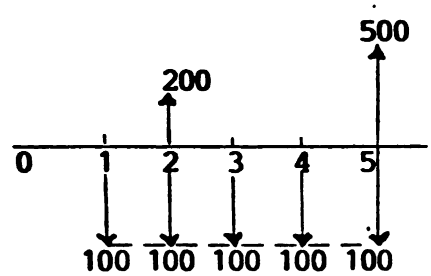
Taxa efetiva : $i_E = (1 + 0,025)^{12} - 1 =$

$= FAC'\ (2,5\%,\ 12) - 1 =$

$= 1.344 - 1 = 0,344$

Portanto, 2,5% ao mês são equivalentes a $i_E = 34,4\%$ ao ano.

8 - Determine o valor atual do fluxo de caixa.



Juros de 10% por período.

Solução : O fluxo dado é formado de entradas e saídas de caixa. Seu valor atual será a soma algébrica dos valores atuais das diversas parcelas envolvidas, respeitada a convenção de sinais.

Assim

$P_1 = - 100 \times FVA\ (10\%,5) = - 100 \times 3,791$

$P_2 = + 200 \times FVA'(10\%,20 = + 200 \times 0,8264$

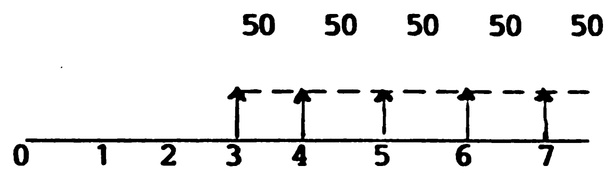
$P_3 = + 500 \times FVA'(10\%,5) = + 500 \times 0,6209$

9 - Ache a série uniforme equivalente ao fluxo do problema anterior, a juros de 10%.

Solução : Como já se tem P = 96,63,

$$R = 96{,}63 \times FRC\ (10\%,5) = 96{,}63 \times 0{,}2638 = 25{,}4$$

10 - Ache o valor atual do fluxo de caixa que se segue, a juros de 10% por período.



Solução : Nenhuma das fórmulas apresentadas resolve diretamente o problema. Deve-se portanto procurar decompor o fluxo em outros, aos quais as fórmulas se apliquem.

1ª solução :

Determina-se o montante S no ano 7 resultante da série uniforme e, em seguida, acha-se o valor atual deste montante.

$$S = R \times FAC\ (10\%,5) = 50 \times 6{,}105 = 305{,}3$$

$$P = S \times FVA'\ (10\%,7) = 305{,}3 \times 0{,}5131 = 156$$

2ª solução :

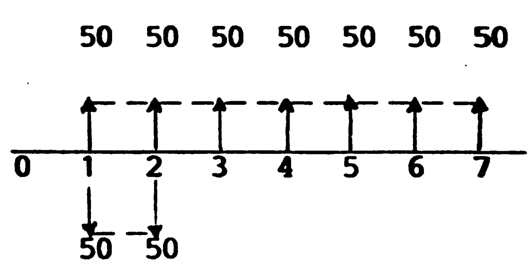
Acha-se o valor atual da série uniforme no ano 2 e, em seguida, acha-se o valor atual desta quantia:

$$VA\ (2) = R \times FVA\ (10\%,5) = 50 \times 3{,}791 = 189$$

$$P = VA\ (2) \times FVA'\ (10\%,2) = 189 \times 0{,}8264 = 156$$

3ª solução :

Observe-se que o fluxo de caixa pode ser representado da seguinte maneira:



Assim,

$$P = 50 \times FVA\ (10,7) - 50 \times FVA\ (10\%,2) =$$

$$= 50 \left[FVA\ (10\%,7) - FVA\ (10\%,2)\right] =$$

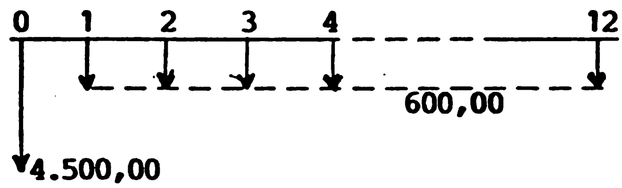
$$= 50 \times \left[4{,}868 - 1{,}736\right] = 156$$

11 - O Jornal do Brasil publicou em 20/11/68 o seguinte anúncio: "Volks 68.0 Km. Entr. Cr$ 4.500,00 e 12 de Cr$ 600,00; à vista Cr$ 9.600,00; tenho outros planos; aceito Volks em troca. Tel.xxx-xxxx ".

Qual a taxa de juros que o vendedor cobra no caso de financiar o carro ?

Solução :

O preço à vista é Cr$ 9.600,00, então este é o valor atual do fluxo correspondente ao financiamento:



Logo,

$$9.600,00 = 4.500,00 + 600,00 \times FVA\ (i,12)$$

ou

$$FVA\ (i,12) = \frac{9.600,00 - 4.500,00}{600,00} = 8,5$$

Observando as tabelas das páginas T 39 e T 40 tem-se que:

para $i = 5,7\%$, $FVA\ (5,7\%,\ 12) = 8,5234$

para $i = 5,8\%$, $FVA\ (5,8\%,\ 12) = 8,4765$

Interpolando,

$$= 5,7 + \frac{8.5234 - 8.5000}{8.5234 - 8.4765} =$$

$$= 5,7 + \frac{0.0234}{0.0469} = 5,7 + 0,05 = 5,75$$

O financiamento é feito a 5,75% ao mês.

12 - Um banco financia empreendimentos a 24% ao ano, conforme o plano que se segue: adiciona 24% à quantia emprestada e divide o total por 12 para obter o valor da prestação mensal.

Nestas condições, um empréstimo de Cr$ 1.000,00 é pago em 12 mensalidades de Cr$ $\dfrac{1.000,00 + 240,00}{12}$ = Cr$ 103,33

Qual a taxa de juros efetivamente cobrada ?

Solução :

O problema consiste em achar a taxa de juros mensais na

qual 12 parcelas de Cr$ 103,33 são equivalentes a Cr$ 1.000,00 e, em seguida, obter a taxa anual efetiva.

Assim,

$$1.000,00 = 103,33 \times FVA\ (i,12)$$

$$FVA\ (i,12) = \frac{1.000,00}{103,33} = 9,66$$

Por tentativas, i = 3,5% ao mês

Conseqüentemente,

$$i_E = (1 + 0,035)^{12} - 1 = 1,511 - 1 = 0,51$$

A taxa anual é, pois, 51%.

13 - Qual a menor quantia que se deve investir hoje, a 2,4% ao mês para se ter uma renda mensal de Cr$ 2.400,00 ?

Solução:

$$R = 2.400,00$$

$$i = 2,4\% \text{ ao mês}$$

$$n = x$$

$$P = R \times FVA\ (2,4\%\ x)$$

Onde

$$FVA\ (2,4\%,x) = \lim FVA\ (2,4\%,n) =$$

$$= \lim_{n \to x} \frac{(1 + 0,024)^n - 1}{0,024\ (1 + 0,024)^n} = \frac{1}{0,024}$$

Assim

$$P = 2.400,00 \times \frac{1}{0,024} = 100.000,00$$

$$\left[\text{Caso geral : } FVA\ (i,x) = \frac{1}{i} \right]$$

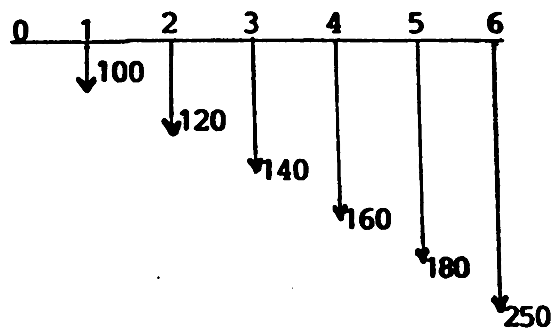
Observe-se que o mesmo resultado seria obtido através do seguinte reciocínio: Se pretendemos retirar determinada quantia todos os meses, só podemos retirar os juros correspondentes ao principal empregado, pois caso contrário este se desgastaria e o processo não poderia ser repetido eternamente.

Assim, Cr$ 2.400,00 devem corresponder aos juros do principal P em um mês. Ou seja,

$$2.400,00 = P \times 0,024$$

$$P = \frac{2.400,00}{0,024} = 100.000,00$$

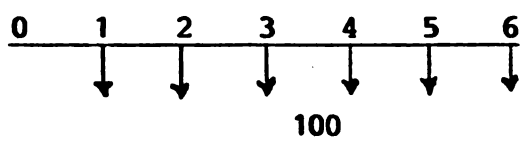
14 - Determine o valor atual do fluxo de caixa que segue, a juros de 10% por período.



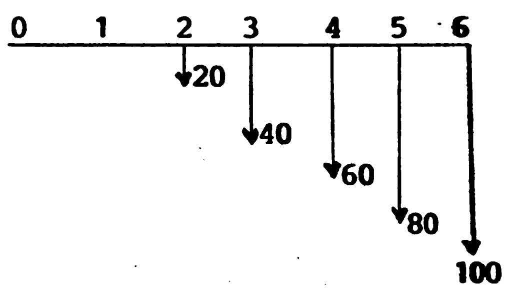
Solução:

Observe-se que o fluxo pode ser decomposto em :

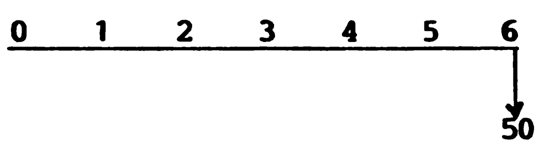
série uniforme R = 100



uma série em gradiente G = 20



montante S = 50



Seu valor atual será

$P = 100 \times FVA\ (10\%,6) + 20 \times GFVA\ (10\%,6) +$

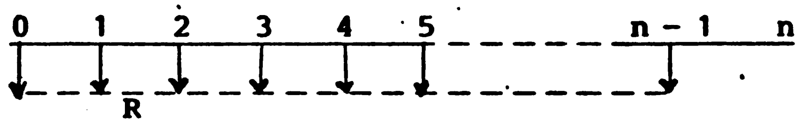
$+ 50\ FVA'\ (10\%,6) = 100 \times 4,355 + 20 \times 9,68 +$

$+ 50 \times 0,5645 = 435,5 + 193,6 + 28,2 = 657,3.$

15 - Deduza o fator de valor atual aplicado à série uniforme R, supondo-se pagamentos no início dos períodos.

Solução:

O fluxo de caixa neste caso será



Valor atual

$$= R + R \times FVA\ (i, n - 1) =$$

$$= R \quad 1 + FVA\ (i, n - 1) =$$

$$= R \times \left[1 + \frac{(1 + i)^{n-1} - 1}{i\ (1 + i\ )^{n-1}} \right] =$$

$$= R \times \left[\frac{(\ 1 + i)^{n} - 1}{i\ (1 + i)^{n-1}} \right] =$$

$$= R \times \left[\frac{(1 + i)^{n} - 1}{i\ (1 + i)^{n}} \times (1 + i) \right]$$

$$= R \left[FVA\ (i,n) \times (\ 1 + i\ ) \right]$$

O fator FVA (i,n) x (1 + i) é o fator de valor atual aplicável a pagamentos antecipados e poderia ser tabelado caso não se quisesse adotar a " convenção de fim de ano".

16 - Deduza o fator de valor atual no caso de se trabalhar com juros simples, à taxa r por período.

Solução:

No caso de juros simples, como já se viu, só o principal rende juros. Nestas condições, a quantia P rende juros iguais a rP em cada período. Após n períodos os juros serão n r P e o montante acumulado será P + n r P.

Assim, $S = P + n\,r\,P = P\ (1 + nr)$

Conseqüentemente $P = \dfrac{S}{1 + nr}$, onde o fator $\dfrac{1}{1 + nr}$ é o fator de valor atual desejado.

Observe-se a diferença entre este fator e o fator de valor atual aplicável a juros compostos $FVA'\ (i,n) = \dfrac{1}{(1 + i)^{n}}$

15.0 - PROBLEMAS PROPOSTOS

1 - Quanto se deve investir hoje a juros de 8 % ao ano capitalizados trimestralmente, para se ter Cr$ 15.000,00 daqui a 12 anos ?

(Resp. Cr$ 5.798,00)

2 - Qual o montante acumulado a partir do principal Cr$ 2.895,00 empregado a 3,5 % ao mês durante 42 meses ?

(Resp. Cr$ 12.280,00)

3 - Qual o valor atual de uma série uniforme de Cr$ 400,00, durante 12 meses, a juros de 2,5 % ao mês ?

(Resp. Cr$ 4.100,00)

4 - Quanto teremos acumulado ao fim de 75 meses, se investirmos mensalmente Cr$ 150,00 a 6 % ao mês ?

(Resp. 198.200,00)

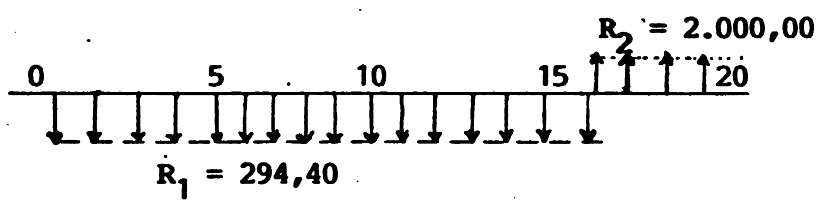
5 - Quanto deveremos depositar trimestralmente numa conta que rende 6 % por trimestre, para termos Cr$ 22.800,00 daqui a 8 anos e 9 meses ?

(Resp. 203,00)

6 - Uma dívida de Cr$ 1.000,00 deve ser paga em 12 parcelas mensais, a juros de 3 % ao mês. Qual o valor da mensalidade ?

(Resp. 100,50)

7 - Determine o valor atual do fluxo de caixa que se segue, a juros de 4 % por período.

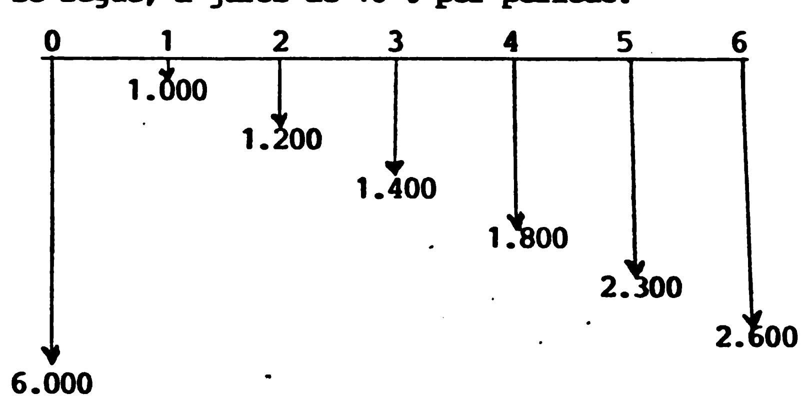


(Resp. 445,00)

8 - Um artigo custa Cr$ 2.200,00 à vista. O pagamento a prazo implica num sinal de Cr$ 500,00 e 4 mensalidades de Cr$ 500,00 . Qual a taxa de juros cobrada ?

(Resp. 6,8 % ao mês)

9 - Determine a série uniforme equivalente ao fluxo de caixa que se segue, a juros de 10 % por período.



(Resp. 2.990)

10 - Qual a taxa efetiva anual equivalente a 2 % ao mês, capitalizados mensalmente ?

(Resp. 26,8 %)

16.0 - COMPARAÇÃO ENTRE ALTERNATIVAS DE INVESTIMENTOS

16.1 - Introdução

É função da Engenharia Econômica fornecer critérios de decisão para a escolha entre alternativas de investimentos. As várias alternativas podem surgir pela existência de diversos meios para encetar um processo de produção, de diferentes produtos e objetivos a serem alcançados, em suma, de várias formas de aplicação do capital, cada uma exigindo determinados recursos e proporcionando determinadas rentabilides. Os critérios da Engenharia Econômica levam em consideração fatores econômicos e o objetivo é a escolha das alternativas de maior rentabilidade,embora a meta do investidor possa não ser somente esta.

O fato de que nem sempre as propostas de investimento mais rentáveis possam ser realizadas, geralmente por causa da limitação dos recursos, faz com que o resultado de estudos puramente econômicos não seja o único fator a considerar na decisão final.

A análise da disponibilidade de recursos, dos encargos financeiros assumidos, etc., deve ser feita paralelamente; é o que se denomina análise financeira dos investimentos em perspectiva.

Há outros a serem pesados e que não podem ser reduzidos a valores monetários, não sendo portanto considerados num estudo puramente econômico. São os chamados fatores imponderáveis. Esses fatores deverão ser considerados também na tomada da decisão, sendo sua avaliação subjetiva e puramente dependente do julgamento pessoal daqueles que tem a responsabilidade da escolha.

FLUXOS DE CAIXA

As várias alternativas num estudo econômico são representadas por fluxos de caixa, ou seja entradas e saídas monetárias apresentadas com as respectivas datas. O fluxo de caixa é portanto um modelo do investimento em perspectiva.

Neste fluxo de caixa, as datas que aparecem são sempre futuras, pois num estudo econômico o passado só servirá para auxiliar

nas previsões. Após ser usado como indicador da evolução do futuro, o passado não influenciará na decisão a ser tomada. Pelo fato de se tratar sempre com valores estimados, o investimento, após realizado, não evoluirá exatamente como previsto. A Engenharia Econômica diferencia-se assim da Contabilidade que trata de grandezas já verificadas, pertencentes ao passado, sendo portanto mais exata porém de valor ùnicamente legal e informativo (exceção feita, evidentemente, às técnicas mais modernas de contabilidade).

No estudo econômico as entradas e saídas monetárias só tem um significado completo quando acompanhadas pelas datas em que se efetuam. Embora se possa usar tabelas de juros em que o período de composição seja de um ano, mês ou dia, etc., há limitações práticas quanto à necessidade de precisão para as datas em que as receitas e as despesas previstas ocorrerão. Contorna-se esse problema considerando essas quantias concentradas em intervalos de tempos periódicos; em geral adota-se a "convenção de fim de período", ou seja, que as entradas e saídas monetárias que se dão durante um período estejam concentradas no fim do mesmo. Uma análise da questão mostra que o estudo não será muito afetado em sua exatidão por esta simplificação . O período adotado geralmente é de um ano, podendo ser outro de acôrdo com a conveniência do projeto em estudo, grau de detalhe e precisão das estimativas de datas e quantias. Para o caso brasileiro onde as taxas de juros são altas, muitas vêzes o mês deve ser tomado como período-base.

Por outro lado, o estudo econômico deve cobrir um intervalo de tempo compatível com a duração da proposta de investimento considerada, freqüentemente denominada vida útil, vida econômica ou simplesmente vida da proposta de investimento.

AVALIAÇÃO DE INVESTIMENTOS

Existem várias medidas para avaliar investimentos.

Seja uma determinada firma que tenha a oportunidade de escolher entre os seguintes projetos:

Projeto	Investimento Inicial	Fluxo de Caixa Ano 1	Fluxo de Caixa Ano 2
A	Cr$ 10.000,00	Cr$ 10.000,00	
B	Cr$ 10.000,00	Cr$ 10.000,00	Cr$ 1.100,00
C	Cr$ 10.000,00	Cr$ 4.000,00	Cr$ 8.000,00
D	Cr$ 10.000,00	Cr$ 6.000,00	Cr$ 6.000,00

a) Critério por inspeção.
Projeto B é melhor do que projeto A
Projeto D é melhor que projeto C, pois é possível reinvestir os ganhos entre os anos 1 e 2.

b) Período de recuperação ("pay-back period"). Procura-se estabelecer o tempo necessário para que fundos gerados pelo investimento sejam iguais ao gasto inicialmente feito. Preocupa-se com a recuperação simples do dinheiro empregado. No caso acima tem-se:

Projeto	Período de Recuperação
A	1 ano
B	1 ano
C	1 ano e 9 meses
D	1 ano e 8 meses

Nota-se imediatamente que o método não consegue diferençar entre os projetos A e B. Sua principal deficiência é não considerar os ganhos após a recuperação, nem o escalonamento das entradas de Caixa. Não se faz um investimento para recuperar o capital, e sim para obter lucro. O processo serve apenas para complementar outros métodos no auxílio da tomada de decisão.

c) Ganhos por capital investido. Calcula-se o somatório dos fluxos de caixa e divide-se o total pelo investimento.

Projeto	Ganhos por Capital Investido
A	1
B	1,1
C	1,2
D	1,2

Desconsideram-se inteiramente o fator tempo e as possibilidades de reinvestimento.

d) Ganhos médios por capital investido. Semelhante ao anterior.

e) Critérios econômicos baseados no princípio de equivalência de fluxos de caixa. Consideram-se o valor do dinheiro no tempo, as possibilidades de reinvestimento, o custo de oportunidade, etc.

Apesar dos quatro primeiros processos poderem levar a boas decisões em alguns casos (investimentos iguais, de mesma duração e fluxos de caixa homogêneos), a análise da maioria das situações só pode ser feita adequadamente pelos critérios econômicos detalhados a seguir.

CRITÉRIOS ECONÔMICOS DE DECISÃO

Os métodos de comparação de alternativas de investimento baseiam-se no princípio de equivalência visto; isto supõe o uso de uma taxa de desconto. Qual seria essa taxa ?

A rentabilidade de uma série de investimentos é dada pela taxa de juros que permitiria ao capital empregado fornecer um certo retorno. De um modo geral existem várias aplicações possíveis de capital, interessando apenas as mais rentáveis. Ao se considerar uma nova proposta de investimento, deve-se levar em conta que esta vai deslocar recursos disponíveis e, portanto, deixar-se-á de auferir retorno de outras possíveis fontes. Portanto, a nova proposta para ser atrativa deve render, no mínimo, a taxa de juros equivalente à rentabilidade das aplicações correntes e de pouco risco. Esta é,portanto, taxa mínima atrativa de retorno ou taxa mínima de atratividade. Dado que cada pessoa ou empresa tem possibilidaddes de investimentos diferentes, haverá uma taxa mínima de atratividade para cada uma.

Exemplificando, se existem letras de câmbio que garantem uma rentabilidade de 2,5 ao mês, a proposta de investimento em ações só será atrativa se proporcionar rendimento maior.

Cumpre ressaltar que um estudo econômico recai sempre na escolha entre alternativas ; dever-se-á tomar uma decisão entre não fazer nada, abandonar projetos em andamento ou investir em novos projetos , etc.

Os métodos de comparação baseados nos princípios de equiva

Por ter maior valor atual, esta proposta é escolhida de preferência à anterior.

Geralmente a data escolhida para o cálculo do valor atual é o " dia de hoje", daí o termo " valor presente" também usado para designar o método. Entretanto, qualquer que seja a data usada, a decisão será a mesma.

Para ilustrar, considere-se as duas propostas anteriores . O valor atual de cada uma delas ao fim do período 6 será:

Proposta A:

Cr\$ 2.288,00 x FAC' (10 % ,6) = Cr\$ 5.103,36

Proposta B:

Cr\$ 4.432,00 x FAC' (10 % ,6) = Cr\$ 7.853,50.

Evidentemente a posição relativa das propostas não mudou.

No caso de comparar propostas de durações diferentes,alguma hipótese será exigida sobre o que será feito após o término da proposta de menor duração. Isto será visto detalhadamente em 4,5.

CONSIDERAÇÕES SOBRE O MÉTODO

Observe-se que toda vez que se consegue investir uma quantia exatamente à taxa de atratividade, o valor presente do projeto como um todo será nulo. Um valor atual positivo indica,pois,que está investindo a uma taxa superior à taxa de atratividade. O inverso ocorre para valores presentes negativos.

Por outro lado, o valor presente de um fluxo de caixa indica a diferença entre o valor atual das quantias futuras envolvidas e o investimento inicial. Justifica-se o método apresentado, pois um valor atual positivo significa que as quantias futuras, descontadas à taxa mínima de atratividade, superam o investimento inicial necessário - o que torna atrativa a proposta. Por outro lado, um valor atual negativo significa que se está investindo mais do que se irá obter, o que é, evidentemente, indesejável; em outras palavras, a mesma quantia, se fôsse investida à taxa de atratividade, renderia mais do que no projeto em questão.

Conclui-se que o valor atual das quantias futuras de um fluxo de caixa é igual ao máximo investimento que se estará disposto a

lência determinam quantias únicas que representem, do ponto de vista econômico, cada alternativa de investimento.

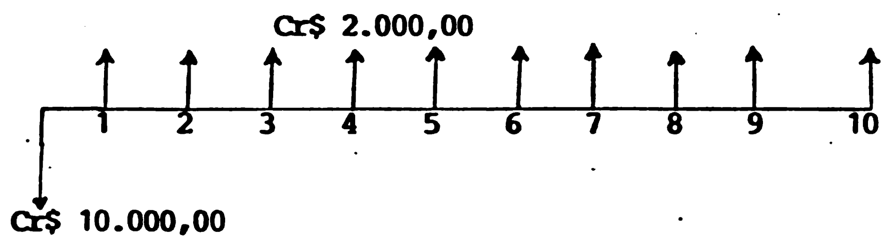
Serão três os métodos aqui apresentados: método do valor atual, método do custo anual e da taxa de retorno. O critério da relação benefício/custo será considerado em outro capítulo, quando projetos governamentais forem estudados.

16.2 - Método do Valor Atual

No método do valor atual calcula-se o valor atual do fluxo de caixa, com o uso da taxa mínima de atratividade; se este valor for positivo, a proposta de investimento é atrativa.

Exemplo:

Considere-se a proposta de investimento que envolve investir Cr$ 10.000,00 hoje para receber Cr$ 2.000,00 anuais, nos próximos 10 anos, conforme o diagrama de fluxo de caixa que se segue:



A taxa mínima de atratividade é 10 % ao ano. É atrativo o investimento ?

Resolução:

- Cr$ 10.000,00 + Cr$2.000,00 x FVA (10 % ,10) =

= Cr$ 2.288,00.

Conclui-se, pois, que o investimento é atrativo.

No caso de considerarem alternativas de investimento com durações idênticas, escolhe-se a de maior valor atual.

Exemplo

Se, competindo com a proposta de investimento acima, houvesse uma alternativa B, de se investir Cr$ 14.000,00 para obter-se Cr$ 3.000,00 anuais durante 10 anos, qual seria a proposta escolhida ?

Resolução:

O valor atual da proposta B é

- Cr$ 14.000,00 + Cr$ 3.000,00 x FVA (10 % ,10) =

= Cr$ 4.432,00.

fazer para obtê-las.

Considere-se, como ilustração, o seguinte caso:

O Sr. A possui uma propriedade que lhe dará uma renda mensal de Cr$ 1.000,00 por mais 5 anos. Ele calcula que daqui a 5 anos sua propriedade poderá ser vendida por Cr$ 20.000,00. Surgiu-lhe a oportunidade de aplicação do capital a 2 % ao mês, que ele considera boa, face às suas aplicações atuais. Por outro lado, o Sr. B possui capital aplicado em ações que lhe rendem 1 % ao mês e deseja comprar a propriedade do Sr. A.

Para o Sr. A, o valor da propriedade, suposta para fins rentáveis unicamente, será de:

Cr$ 1.000,00 x FVA (2 % ,60) + Cr$ 20.000,00 x

FVA' (2 %, 60) = Cr$ 40.857,00 tendo-se que a taxa mínima de atratividade é 2 % ao mês e

FVA (2 %, 60) = 34.7610

e FVA'(2 %, 60) = 0,3048

O valor de Cr$ 40.857,00 é a quantia que seria necessária para, aplicada à taxa de 2 % ao mês, proporcionar ao Sr. A uma renda de Cr$ 1.000,00 mensais e acumular um fundo de Cr$ 20.000,00 ao final de 5 anos. Este é o valor mínimo pelo qual venderá a propriedade

Para o Sr. B, que estima o valor da revenda da propriedade também em Cr$ 20.000,00, o valor máximo pelo qual está disposto a comprá-la é Cr$ 55.963,00, pois a 1 % ao mês esta quantia reproduzirá os resultados da propriedade. Como a taxa mínima de atratividade do Sr. B é de 1 % , diferente da taxa do Sr. A, sua avaliação é diferente.

Concluindo, o negócio poderá ser feito por qualquer quantia entre Cr$ 40.857,00 (preço de venda mínimo do Sr. A) e Cr$ 55.963,00 (preço de compra máximo do Sr. B.)

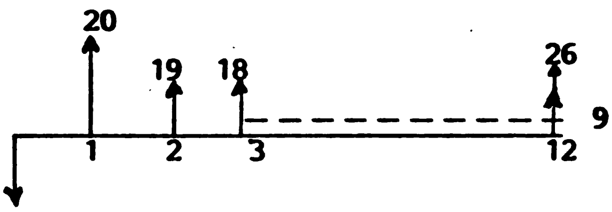
Exemplo

É proposta a venda de determinada máquina para fins rentáveis; o comprador em perspectiva tem uma taxa mínima de atratividade de 10 % ao ano. A máquina proporcionará uma receita líquida de Cr$ 20.000,00 ao primeiro ano, diminuindo em seguida à base de Cr$ 1.000,00 ao ano por mais 12 anos. O valor estimado daqui a 12 anos é de Cr$ 26.000,00.

Até quanto estaria o comprador disposto a pagar pela máquina ?

Resolução

a) Fluxo de caixa (em Cr$ 1.000,00) :



b) Valor atual (VA) :

VA = Cr$ 20.000,00 x FVA (10%, 12) - Cr$ .....
1.000,00 x GFVA (10%, 12) + Cr$ 26.000,00 x FVA'
(10%, 12)

VA = Cr$ 136.280,00 - Cr$ 29.900,00 + Cr$......
8.280,00

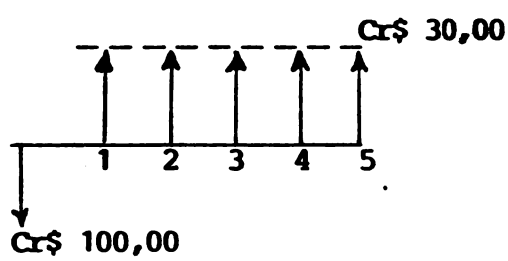
VA = Cr$ 114.100,00

Este valor é o máximo que o comprador estará disposto a pagar pela máquina, pois corresponde ao valor atual das receitas líquidas futuras.

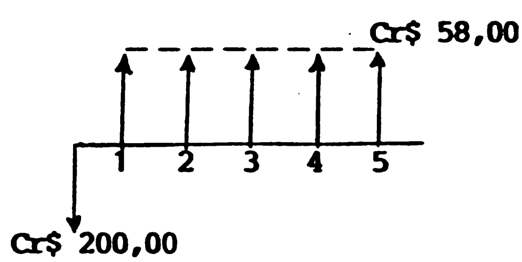
Cabe ainda um comentário sôbre os fundamentos do método do valor atual.

Sejam dois investimentos representados pelos fluxos de caixa que se seguem:

Projeto A



Projeto B



Taxa de atratividade = 10%

Valor atual do projeto A :

Cr$ 100,00 + Cr$ 30,00 FVA (10%,5) = Cr$ 14,00

Valor atual do projeto B:

$$Cr\$\ 200{,}00 + Cr\$\ 58{,}00\ FVA\ (10\%,5) = Cr\$\ 20{,}00$$

Qual o melhor projeto, assumindo que o investidor possui Cr$ 200,00 para aplicar ?

A primeira coisa que é preciso notar é que se trata de investimentos de quantias distintas. Assim sendo, cumpre pensar sôbre o que o interessado fará com os Cr$ 100,00 que sobrarão caso ele se decida pelo projeto A. Se ele puder aplicar todos os seus Cr$ 200,00 em dois projetos do tipo A, o valor presente de seu investimento será de duas vêzes Cr$ 14,00, o que dá Cr$ 28,00. Como isto é superior a Cr$ 20,00, ele deverá optar pelos projeto A. No entanto, se não houver a possibilidade de duplicar o investimento em A, como ocorre freqüentemente na prática (raras vêzes tem sentido fazer duas fábricas iguais e nem sempre compensa duplicar uma delas), será razoável assumir as seguintes alternativas :

Aplicar Cr$ 200,00 no projeto B, cujo valor presente é Cr$ 20,00;

Aplicar Cr$ 100,00 em A e os Cr$ 100,00 restantes à taxa de atratividade. O valor presente dessa composição seria Cr$ 14,00, uma vez que investir à taxa de atratividade num valor atual nulo.

Neste caso a escolha recairia em B. O importante aqui é entender que a decisão depende daquilo que se vai fazer com o montante não investido no projeto mais barato. Evidentemente, poderia se supor o investimento do restante a uma taxa diferente da taxa de atratividade. O critério de escolher a alternativa de maior valor atual assume, implicitamente, que o investimento dos saldos se faz à taxa de atratividade.

COMPARAÇÃO DE CUSTOS

Freqüentemente deseja-se comparar alternativas que fornecem a mesma comodidade, o mesmo produto, em suma, o mesmo benefício.

Por exemplo, a produção de determinado artigo pode ser feita por vários tipos de equipamentos; embora a receita obtida com a venda do produto seja sempre a mesma, o lucro vai depender da diferença entre receita e custos.

Neste caso, interessa a comparação dos custos das alternativas, sendo melhor a que tiver menor custo. O valor atual dos custos

das alternativas, servirá então para compará-las.

Ao usar-se tal tipo de comparação, deve-se ter o cuidado de verificar se os benefícios fornecidos pelas alternativas são realmente os mesmos; principalmente no que diz respeito à duração da prestação dos serviços. Deve-se sempre comparar alternativas de durações idênticas.

Exemplo

Um homem está considerando a compra de um automóvel, duas oportunidades pareceram-lhe atrativas; a de um carro com dois anos de idade e a de outro com quatro anos. Qualquer que seja a escolha, ele pretende manter o automóvel por um ano e então comprar o modelo novo.

O carro mais velho é oferecido a um preço de Cr$ 6.000,00 à vista e o mais novo a Cr$ 4.000,00 de entrada e Cr$ 700,00 mensais, durante 6 meses.

As despesas estimadas, supondo quilometragem média de 2.000 km/mês, são as seguintes ;

Carro mais novo:

combustível, manutenção, etc.: Cr$ 200,00/mês

Carro mais velho:

combustível, manutenção, etc.: Cr$ 250,00/mês

Os valores de revenda serão de Cr$ 4.800,00 e Cr$ 6.800,00 para o carro de 4 anos e o de 2 anos, respectivamente.

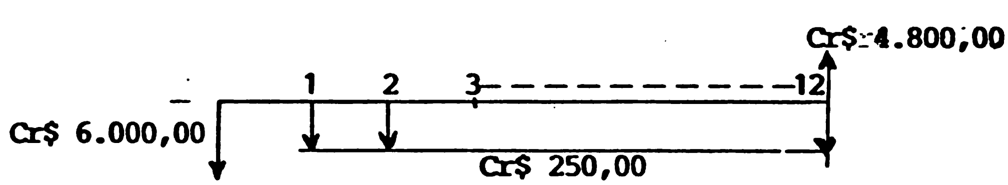
A taxa mínima de atratividade do comprador é 1% ao mês.

Qual a alternativa que deverá ser escolhida ?

Resolução:

1) Valor atual dos custos do carro mais velho:

a) Fluxo de caixa:



b) Valor atual dos custos (VA) :

VA = Cr$ 6.000,00 + Cr$ 250,00 x FVA (1%, 12)

- Cr$ 4.800,00 x FVA' (1%, 12)

VA = Cr$ 6.000,00 + Cr$ 2.813,70 - Cr$ ....

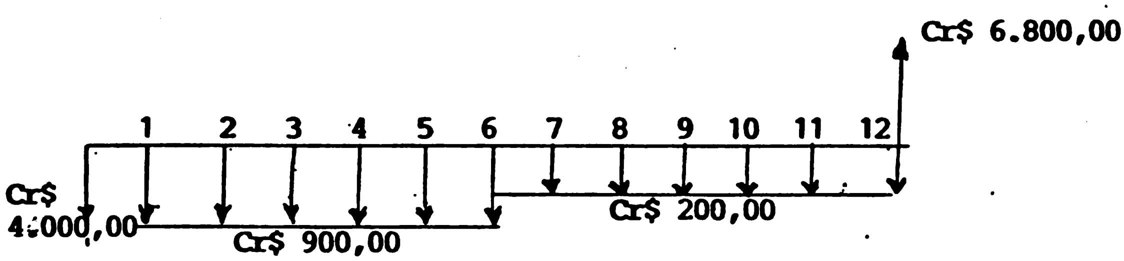
4.259,50

VA = Cr$ 4.554,20

NOTA : Como se está interessado em custos, os sinais foram invertidos, passando custos a terem sinais positivos e receitas sinais negativos, ao invés da convenção anteriormente adotada.

2) Valor atual dos custos do carro mais novo:

a) fluxo de caixa:



b) Valor atual dos custos (VA):

VA = Cr$ 4.000,00 + Cr$ 200,00 x FVA (1% ,12)

- Cr$ 6.800,00 x FVA' (1%,12) + Cr$ 700,00 x

FVA (1%,6)

VA = Cr$ 4.000,00 + Cr$ 2.251,00 - Cr$ ....

6.034,30 + Cr$ 4.056,50

VA = Cr$ 4.273,20

Conclui-se que é mais econômico comprar o carro mais novo.

CUSTO CAPITALIZADO

Freqüentemente, encontram-se propostas de investimento que fornecerão benefícios por um período tão grande que poderá ser considerado eterno. Isto se dá principalmente em obras públicas, tais como estradas, diques, canais, etc. O valor atual de todos os custos inerentes à proposta de investimento chama-se "custo capitalizado".

Exemplo:

Uma municipalidade está considerando a execução de uma obra destinada à diversão pública; entre as possibilidades sobressaem a construção de um estádio ou a de um parque com jardins, lago, etc. Os responsáveis se dividem sôbre qual das alternativas proporcionaria maiores benefícios, considerando-se, portanto, que sejam equivalentes sob este aspecto. O investimento inicial no projeto do parque se

ria de Cr$ 6.000.000,00, sendo os benefícios perpétuos. Gastos anuais de cerca de Cr$ 60.000,00 seriam exigidos para a manutenção; de 20 em 20 anos, estima-se, seriam necessários gastos da ordem de Cr$ 1.500.000,000 para dragagem do lago, reforma dos jardins e edifícios, etc. Considerando-se uma taxa de 5% ao ano, qual o custo capitalizado desta obra ?

Solução

a) Custo anual de manutenção : Cr$ 60.000,00

b) Custo anual equivalente aos gastos de 20 em 20 anos:

Cr$ 1.500.000,00 x FFC (5%,20) = Cr$.........

1.500.000,00 x 0,0302 = Cr$ 45.360,00

c) Custo capitalizado

Observando-se que FVA (5%,00) = $\dfrac{1}{0{,}05}$, o custo capitàlizado

será:

$$\text{Cr\$ } 6.000.000{,}00 + \frac{(\text{Cr\$ } 60.000{,}00 + \text{Cr\$ } 45.360{,}00\ )}{0{,}05} =$$

= Cr$ 8.107:200,00

Nestas condições, o estádio só será preferível se seu custo capitalizado for menor que Cr$ 107.200,00.

16. 3- Método do Custo Anual

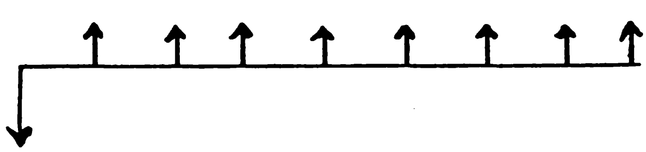
A comparação entre as alternativas de investimento pelo método do custo anual é feita reduzindo-se o fluxo de caixa de cada proposta a uma série uniforme equivalente, com o uso da taxa mínima de atratividade. Os valores obtidos são então confrontados, permitindo uma decisão entre as alternativas.

Exemplo

Ao ser exposto o método do valor atual, considerou-se duas propostas de investimento:

1) a proposta A, exigindo Cr$ 10.000,00 de investimento inicial e fornecendo receitas líquidas de Cr$ 2.000,00 anuais, durante 10 anos.

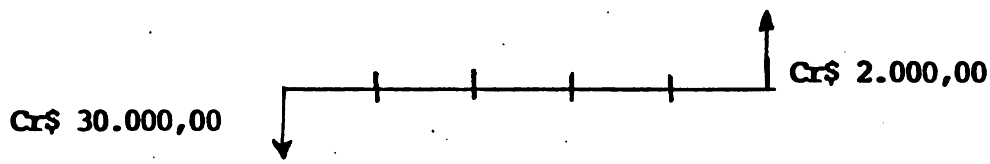
Cr$ 2.000,00



Cr$ 10.000,00

b) juros anuais sôbre a quantia a ser paga no final:
Cr$ 2.000,00 x 0,1 = Cr$ 200,00

Note-se que a série de pagamentos anuais de Cr$ 7.386,40 + Cr$ 200,00 = Cr$ 7.586,40 é equivalente, à taxa de 10% ao ano, ao seguinte fluxo de caixa:



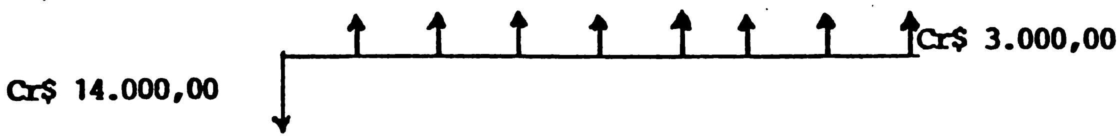
Custo anual total:
Cr$ 5.000,00 + Cr$ 7.386,40 + Cr$ 200,00 = Cr$ 12.586,40

Conclui-se, que a mecanização apresenta custo anual superior que o uso da mão-de-obra; decide-se portanto, pela manutenção do processo atual.

No caso geral não se trata de financiamento do tipo exposto no problema anterior; o que se tem é um deslocamento de recursos da companhia para que se faça o investimento considerado. Haverá,portanto a de oportunidade de outras aplicações, representada pelo desconto dos valores à taxa de atratividade.

A taxa usada no cálculo do custo anual equivalente será então a taxa mínima de atratividade, mesmo que o investimento seja financiado.

2) a proposta B, com Cr$ 14.000,00 de investimento inicial, e proporcionando Cr$ 3.000,00 anuais, durante 10 anos.



A taxa mínima de atratividade é de 10 % ao ano. Usando-se o método do custo anual tem-se:

Alternativa A:

a) Custo anual equivalente ao investimento inicial:

CA = Cr$ 10.000,00 x FRC (10%,10)

CA = Cr$ 1.627,50

b) Receita líquida anual : Cr$ 2.000,00

c) Série anual uniforme equivalente aos lucros:

Cr$ 2.000,00 - Cr$ 1.627,50 ≑ Cr$ 372,50

Alternativa B:

a) custo anual equivalente ao investimento inicial

CA = Cr$ 14.000,00 x FRC (10%,10)

CA = Cr$ 2.278,50

b) receita líquida anual: Cr$ 3.000,00

c) Série anual uniforme equivalente aos lucros:

Cr$ 3.000,00 - Cr$ 2.278,50 = Cr$ 722,00

A alternativa B mostra-se mais vantajosa, pois apresenta o maior lucro anual equivalente. Observe-se que esse método conduz à mesma decisão obtida pelo método do valor atual.

O termo "método do custo anual", significando "método do custo anual equivalente", vem do fato do método ser comumente usado para comparar custos de alternativas. Estas, evidentemente, deverão fornecer benefícios idênticos para que a comparação dos custos sirva de critério de decisão. Caso os benefícios não sejam os mesmos con-

forme o exemplo apresentado, a aplicação do método exige que se considerem tanto as receitas como os custos.

O caso seguinte tornará mais claro o significado do custo anual.

Exemplo:

Uma companhia está considerando a possibilidade de mecanização de parte da produção. O equipamento exigido teria custo inicial de Cr$ 30.000,00, vida útil de 5 anos e valor residual de Cr$ 2.000,00. O custo de manutenção, energia, etc., seria da ordem de Cr$ 5.000,00 anuais e o equipamento economizaria mão-de-obra no valor de Cr$ 12.000,00 por ano. O fabricante do equipamento financia a venda em 5 anos, da seguinte forma: Cr$ 28.000,00 pagos em parcelas iguais, a juros de 10% ao ano; juros de 10% ao ano sôbre os Cr$ 2.000,00 restantes, pagos anualmente; devolução do equipamento após os 5 anos.

É vantajosa a mecanização ?

a) Considerações :

As alternativas são:

1 - Continuar pagando Cr$ 12.000,00 por ano de mão-de-obra.

2 - Aceitar o financiamento do equipamento (Supõe-se que a companhia não possa efetuar a compra à vista, nem obter outro financiamento melhor).

Se a segunda alternativa é aceita, Cr$ 28.000,00 serão pagos em 5 parcelas iguais (correspondentes ao principal e aos juros) e Cr$ 2.000,00 serão pagos ao final do 5º ano com a devolução do equipamento. Os juros correspondentes a esta quantia de Cr$ 2.000,00 serão pagos anualmente.

b) Resolução

Com a mecanização, a companhia incorrerá anualmente nos seguintes custos durante 5 anos:

1 - Manutenção, energia, etc.: Cr$ 5.000,00

2 - Pagamento ao fabricante do equipamento:

a) Série uniforme de pagamentos anuais

Cr$ 28.000,00 x FRC (10%,5) = Cr$ 28.000,00 x 0,2638 =
Cr$ 7.386,40

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

1 - PUCCINI, A. et alli. Engenharia Econômica.

FECHA DE DEVOLUCION			
13			