PROGRAMA NACIONAL DE CAPACITACION AGROPECUARIA

MATERIAL DIDACTICO
(VERSION PRELIMINAR)

2

CURSO PARA FORMACION DE TECNICOS EN MANEJO DE PLANTAS DE SILOS

-IDEMA-

TOMO 1

BOGOTA, JULIO 27 A DICIEMBRE 15 DE 1972

INSTITUTO INTERAMERICANO DE CIENCIAS AGRICOLAS
OEA

IICA CIRA

PROGRAMA NACIONAL DE CAPACITACION AGROPECUARIA

MATERIAL DIDACTICO
(VERSION PRELIMINAR)

2

CURSO PARA FORMACION DE TECNICOS EN MANEJO DE PLANTAS DE SILOS

-IDEMA-

TOMO 1

BOGOTA, JULIO 27 A DICIEMBRE 15 DE 1972

IICA CIRA

INSTITUTO DE MERCADEO AGROPECUARIO (IDEMA)

El IDEMA, es el organismo oficial responsable de la "compra, almacenamiento, distribución, importación y exportación de los artículos de consumo mayor y de los mercaderíos de primera necesidad, con el fin de regular el precio de los mismos, de apoyar la agricultura y de aumentar la producción nacional, evitando la especulación".

IICA-CIRA. PRO GRAMA NACIONAL DE CAPACITACION AGROPECUARIA (PNCA)

El PNCA, es un instrumento funcional de capacitación creado por convenio entre el Gobierno de Colombia y el Instituto Interamericano de Ciencias Agrícolas de la OEA. Este Programa tiene como objetivo atender a las necesidades específicas de capacitación que se presenten por las diferentes entidades del sector agropecuario y dar a éstas la asesoría que soliciten. Su Dirección y Administración está a cargo de la Representación Nacional en Colombia, de la Dirección Regional para la Zona Andina.

INTRODUCCION

El IDEMA como establecimiento público, es un instrumento eficaz del gobierno para manejar la producción agrícola nacional y realizar oportunamente su distribución en el lugar donde sea necesario. Para tal fin dispone de una red de plantas de silos, agencias y puestos de compra distribuídos en el país.

En la medida en que el desarrollo nacional exige soluciones de mercadeo más acordes con las circunstancias, esa red requiere de nuevas instalaciones de acopio y distribución para su ensanchamiento. La operación de esas nuevas instalaciones-plantas de silos, agencias, puestos de compras, etc.-, debe ser encomendada a personal técnico, capacitado en áreas específicas de mercadeo agrícola, a fin de garantizar almacenamiento, conservación y distribución adecuadas para los productos comercializados.

Por todo lo anterior, paralelamente con la constante ampliación de su red, el IDEMA ve aumentadas sus necesidades de personal técnico, especializado en áreas específicas del mercadeo de productos básicos, por lo que el Instituto se vió precisado a fijar políticas integrales de capacitación de su personal, de acuerdo con sus requerimientos.

En desarrollo de dichas políticas, el IDEMA encomendó al PNCA la programación y ejecución de cursos para formación de Directores de Planta (1), Laboratoristas de Granos (4), Mecánicos de Plantas (2), Administradores de Supermercados (1), y Técnicos en Control de Trillas de Arroz (1).

Este programa conjunto de capacitación-IDEMA/PNCA-, se viene desarrollando de acuerdo a prioridades establecidas por IDEMA, según sus necesidades inmediatas. Así, para el segundo semestre de este año, se solicitó la realización de un segundo curso para formación de Directores de Plantas de Acopio de Cereales, cuyos objetivos fueron:

1. Capacitar a un grupo de futuros jefes de planta, en aquellas disciplinas que les permita conocer, manipular, tratar y conservar adecuadamente los granos.

2. Facilitar a los participantes el conocimiento de todas las técnicas modernas que les permita hacer uso eficiente y racional del equipo e instalaciones de las plantas del IDEMA.

3. Dar a los participantes capacitación en el manejo eficiente y ordenado de la parte administrativa, contable y financiera de cada instalación.

4. Corregir deficiencias en el proceso de mercadeo perjudiciales para el interés general, al capacitar personal en la aplicación exacta de las normas de clasificación, información de precios, formas de evitar manipuleos excesivos que incrementen los costos de comercialización, programación del trasporte.

5. Crear entre los participantes actitudes favorables hacia el cambio, el mejoramiento institucional y las necesidades del desarrollo económico.

EDUARDO RAMOS LOPEZ
Codirector PNCA

mgm.

CONTENIDO

CONTENIDO

DIRECTIVOS DE LAS ENTIDADES AUSPICIADORAS

Dr. Ariel Armel Arenas	Gerente General del Instituto de Mercadeo Agropecuario (IDEMA)
Dr. Luis Ramiro Beltrán	Director del Centro Interamericano de Desarrollo Rural y Reforma Agraria (IICA-CIRA/PNCA).
Dr. Eduardo Ramos López	Co-Director del Programa Nacional de Capacitación Agropecuaria

COORDINADORES DEL CURSO

Dr. César Rodríguez	Mercadólogo del Programa Nacional de Capacitación Agropecuaria, PNCA (IICA-CIRA)
Sr. Fernando Galindo	Visitador Técnico Nacional Instituto de Mercadeo Agropecuario (IDEMA)

CONFERENCIANTES

Dr. ANIBAL ALVAREZ RAMIREZ. Licenciado Dibujo Técnico, Escuela Normal Industrial Nacional. Licenciado Educación. Especializado en Psicología y Pedagogía, Universidad Pedagógica Nacional. Psicopedagogo, Programa Nacional de Capacitación Agropecuaria (PNCA), IICA-CIRA.

Tte. PABLO CAMPIÑO. Especializado en Protección Estructural y Preventiva. Actualmente Jefe Departamento de Capacitación de Bomberos de Bogotá.

Dr. RAFAEL CANCELADO. Ingeniero Agrónomo. Master en Entomología. Actualmente Profesor de Entomología de la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional.

Dr. ALFREDO CARRASCO. Economista Agrícola. Ph. D. Actualmente Decano de la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional.

Dr. ALVARO CASTILLO. Ingeniero Civil. Universidad Javeriana de Bogotá, Gerente de la Empresa Metalúrgica de Colombia S.A..

Dr. RICARDO CEPEDA. Ingeniero Agrónomo. Actualmente Profesor de la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional.

Dr. JAIME CUSICANQUI. Comunicador. Actualmente Comunicador del IICA-CIDIA.

Dr. RAFAEL ESPINEL. Ingeniero Agrónomo. Actualmente Profesor de Entomología de la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional.

Dr. CIRO GARZON. Administrador Público. Actualmente Funcionario de la Escuela Superior de Administración Pública.

Dr. ERNESTO GULT. Ingeniero Civil. Universidad de los Andes de Bogotá. Universidad de Notre Dame, Ingeniería de Trasporte. Subgerente Técnico de la Corporación Financiera de Trasporte.

Dr. MISAEL HERNANDEZ. Ingeniero Industrial. Actualmente Jefe Sección de Seguridad Industrial del IDEMA.

Dr. JORGE JAIMES. Administrador de Empresas. Actualmente Secretario de la Facultad de Administración de la Universidad Nacional.

Dr. HUMBERTO PATIÑO. Abogado. Actualmente Director División Administración y Desarrollo de Personal del Instituto Colombiano Agropecuario (ICA).

Dr. JORGE REYES. Ingeniero Civil. Actualmente Instructor del Cuerpo de Bomberos de Bogotá.

Sr. HECTOR ROZO. Contador. Actualmente Contador de la División Financiera del IDEMA.

Dr. CESAR O. RODRIGUEZ. Ingeniero Mecánico, Universidad Nacional. Egresado del Instituto Latinoamericano de Mercadeo Agrícola (ILMA). Mercadólogo Programa Nacional de Capacitación Agropecuaria (PNCA), IICA-CIRA.

Dr. JOSE MARIA RODRIGUEZ. Ingeniero Agrícola, Universidad Nacional de Medellín. Ingeniero Asistente del Programa de Procesos Agrícolas. Instituto Colombiano Agropecuario (ICA).

Sta. EDITH TORRES. Secretaria Ejecutiva. Actualmente Jefe del Secretariado Conjunto del IICA-CIRA.

Dr. JORGE TORRES. Ingeniero Agrónomo. Máster en Economía Agrícola. Actualmente Profesor de la Escuela de Graduados del Instituto Colombiano Agropecuario (ICA) y de la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional.

Dr. LEVY VARGAS. Contador. Actualmente dicta Cursos de Especialización en Contabilidad en Institutos del Sector Agropecuario.

Dr. NIZAR VERGARA. Economista Agrícola. Especialista en Mercadeo Agropecuario. Actualmente Profesor en Mercadeo del Programa Nacional de Capacitación Agropecuaria (PNCA), IICA-CIRA.

Dr. PEDRO NEL URUEÑA. Economista. Especializado en Mercadeo Agrícola. Actualmente funcionario de la Oficina Nacional Coordinadora de Supermercados del IDEMA.

PARTICIPANTES

Bastidas Moreno, Luis E.	Ingeniero Agrónomo Universidad Nacional de Colombia
Bustos Berrocal, Gabriel	Ingeniero Químico. Director Planta de Silos Montería
Bustos Pinzón, Jorge	Analista de Planeación - INAGRARIO
Castaño Becerra, Jorge A.	Ingeniero Agrónomo Regional 8
Criollo Cruz, Rafael	Agrólogo Laboratorista, División Control de Calidad
Duarte Correa, Alejandrino	Economista Asistente de la División Control de Calidad
Durán Fernández, Eduardo	Laboratorista, División Control de Calidad
Espinosa Restrepo, Alvaro	Ingeniero Agrónomo, Supervisor VII
Franco López, Alvaro	Laboratorista, División Control de Calidad
Gómez Téllez, Carlos	Administrador de Empresas. Laboratorista División Control de Calidad
Gutiérrez Gutiérrez, Ricardo	Asistente de Planta de Silos de El Espinal
Henriquez Lux, Maximiliano	Ingeniero Agrónomo Supervisor V
Quintana Cely, Alberto	División de Operaciones INAGRARIO
Rodríguez Bravo, Néstor	Ingeniero Agrónomo Supervisor V
Soto Ruíz, José A.	Ingeniero Agrónomo. Administrador Supermercado Girardot
Triana Díaz, Alex E.	Contador, Laboratorista División Control de Calidad
Uribe Díaz, Pablo	Laboratorista Planta de Silos de Gamarra
Peñafort Lerzundi, Enrique	CORABASTOS

PROGRAMA

A. Aspectos Económicos y de Mercadeo.

- Matemáti cas.
- Economía Agrícola.
- Estadística.
- Mercadeo y Programación de Acopio.
- Clasificación.

B. Aspectos Administrativos.

- Bases de Administración.
- Operaciones Administrativas en Plantas y Manejo de Personal.
- Relaciones Humanas.
- Técnicas de Oficina.
- Seguridad Industrial.
- Contabilidad General y de IDEMA.

C. Aspectos de Tráfico y Operaciones.

- Trasporte y tráfico.
- Interpretación de Planos Mecánicos y Teoría de Equipos.
- Operaciones en Planta (Gral.).

D. Aspectos de Manejo y Conservación de Granos.

- Manejo y Conservación.
- Entomología.
- Calidad Industrial del Trigo.
- Control de la Elaboración Industrial del Arroz.

E. Prácticas de Campo (en plantas).

CONFERENCIAS Y DOCUMENTOS

Nota: La responsabilidad del contenido de las Conferencias y Documentos es de sus Autores

ASPECTOS ECONOMICOS Y DE MERCADEO

MATEMATICAS

(César Rodríguez)

MATEMATICAS

César Rodríguez*

Introducción

Es posible establecer una analogía entre un experimento físico y un estudio económico; en ambos casos se desea establecer relaciones entre un fenómeno y las circunstancias que lo rodean, a fin de predecir las causas de ese fenómeno.

En general, para el físico es posible controlar el experimento con alguna exactitud y chequear la influencia de las posibles causas, sobre el fenómeno estudiado; sin embargo, el físico encuentra variaciones respecto al comportamiento de esas causas y sabe que esas variaciones -que no siempre le es dado controlar con la exactitud requerida, introducen errores accidentales o de azar.

El físico observa que el error accidental no se presenta siempre, pero que sí se presenta con una frecuencia dada, ésto le hace concluír que el error tiene cierta posibilidad de ocurrir, y cierta posibilidad de no ocurrir; entonces el físico estará interesado en lograr que las posibilidades de que ocurra el error disminuyan; pero como siempre existirá alguna posibilidad de que se presente el error, el físico se ve obligado a asociar al resultado de su experimento, un índice que haga referencia a la posibilidad de ocurrencia del error: a ese índice le denomina probabilidad. Similarmente, en economía -y en general en las ciencias sociales- a un fenómeno se le asignan causas posibles y se estudian las relaciones reales entre esas causas asignadas y el fenómeno en cuestión; sin embargo, en este caso no es posible conducir un experimento en el sentido estricto del término, y los errores de azar influenciaran más definitivamente los resultados del experimento, siendo por lo tanto imprescindible asociar a todo resultado la posibilidad respectiva, o índice de posibilidad de ocurrencia de error. De todo lo anterior se deduce la importancia del estudio de la probabilidad y de las leyes que la rigen, como requisito para adentrarse en el campo de las mediciones de fenómenos sociales por medio de la estadística.

De ese estudio de la teoría de probabilidad, y de sus leyes, nos ocuparemos seguidamente; lo haremos en forma rápida, profundizando en aquellos aspectos que se utilizan para analizar -dentro de la asignatura de estadística- la teoría elemental del muestreo.

* Profesor del Curso. Mercadólogo PNCA.

A. Conceptos Preliminares

1. Probabilidad matemática. Generalmente se usa la palabra probabilidad para hacer referencia a la posibilidad que tiene un evento de ocurrir. La definición más simple de probabilidad se tiene, cuando un experimento puede dar un número dado de resultados diferentes y cada uno de esos resultados es igualmente probable; entonces si N es el número de diferentes resultados posibles, 1/N es la probabilidad que tiene cada resultado de ocurrir al primer intento.

Así, si vamos a extraer al azar una carta de una baraja, que tiene 52 cartas, la probabilidad de extraer al primer intento el as de corazones -por ejemplo- es de 1/52; esto es que hay 52 posibilidades -o formas- de extraer una carta, pero sólo una posibilidad de extraer el as de corazones.

Todo lo anterior lo podemos ampliar suponiendo un suceso que puede ocurrir de N formas dentro de un total de M formas posibles de ocurrir o no; entonces diremos que la probabilidad de que ocurra el suceso en cuestión es N/M.

Así, continuando con el ejemplo de la baraja, la probabilidad de extraer un as en un intento es 4/52, pues hay cuatro formas de extraer un as -corazón, o pica, o trebol, o diamante- y 52 formas de extraer una carta cualquiera, as o no. La probabilidad definida hasta aquí, se conoce como probabilidad matemática.

2. Probabilidad Estadística. Se conoce como probabilidad estadística o empírica, la frecuencia relativa con que se sucede un evento dentro de un número dado de intentos. Por ejemplo, si en 1.000 lanzamientos de una moneda al aire resultan 525 caras, diremos que la probabilidad empírica o estadística de que en un lanzamiento resulte cara es 525/1000.

Generalizando podemos hablar de éxitos -cuando resulta cara en el lanzamiento- y de intentos -el número total de lanzamientos exitosos o no- y decir que la probabilidad estadística es igual al número de éxitos dividido por el número de intentos, y más exactamente

$$PR(S) = \lim_{i \to \infty} \frac{e}{i}$$

Donde PR(S) es la probabilidad de que ocurra un suceso al primer intento.

e = Número de éxitos registrados

i = Número total de intentos efectuados

Así, la probabilidad estadística de que un suceso ocurra en un intento PR (S) es igual al límite de e/i cuando el número de intentos del experimento -i- tiende a infinito.

Tanto la probabilidad matemática como la probabilidad estadística, tienen su importancia: la probabilidad matemática se utiliza para establecer las leyes de la teoría de probabilidades y la probabilidad estadística permite establecer la probabilidad de aquellos eventos que, por sus características, no es posible asignarles una probabilidad matemática, o si se les asigna no corresponde a la realidad.

Por ejemplo, si calculamos la probabilidad matemática de obtener cara en lanzamiento de una moneda al aire tendremos PR(S) = 1/2 ésto es 2 posibilidades en total -una para cara y otra para sello- y una sola posibilidad de que salga cara; si calculamos estadísticamente esta probabilidad se recurriría a un experimento consistente en lanzar i veces la moneda y llevar el récord de veces que sale cara, los cuales anotará como éxito (e) y se tendrá que probabilidad estadística es igual a e/i; si efectuamos el experimento veremos que la probabilidad estadística coincide con la matemática aproximadamente en este caso.

Pero si tratamos de determinar la probabilidad de que el próximo hijo sea hombre, tendremos que, matemáticamente esta probabilidad es de 1/2 (puede nacer hombre o mujer -dos posibilidades en total- pero sólo hay una posibilidad de que sea hombre); si calculamos la probabilidad estadística tenemos que recurrir a la frecuencia relativa de nacimientos masculinos: así, si sabemos que por cada 1.000 nacimientos 300 son varones, diremos que la probabilidad estadística de que sea varón es de 300/1.000.

En este caso la probabilidad estadística difiere de la matemática. En general, para estudios sociales utilizaremos básicamente la probabilidad estadística, pero relacionada matemáticamente en las leyes generales que demostraremos posteriormente.

B. Análisis Combinatorio y Probabilidad Matemática

Supongamos que tenemos un dado común de seis caras numeradas del 1 al 6 si lanzamos ese dado, podremos obtener seis resultados diferentes en su cara superior, y cada una de esas lecturas es igualmente posible; podremos decir -por ejemplo- que la probabilidad de obtener 6 en ese dado es 1/6; hay 6 resultados posibles y uno sólo a favor.

Si lo que queremos es establecer la probabilidad de obtener 3 o más, diremos que hay 6 resultados posibles (1-2-3-4-5-6) y 4 iguales o superiores a 3 (3-4-5-6); y por lo tanto la probabilidad deseada es 4/6.

Supongamos ahora dos dados como el descrito; cómo podríamos calcular la probabilidad matemática de obtener un doble 6, al lanzar los dos dados simultáneamente? El problema se reduce a calcular cuantas lecturas podemos obtener al lanzar los dos dados, y cuantas, de esas lecturas, son doble seis; como es lógico, solo hay una posible lectura de doble 6 que corresponde al evento de obtener seis en cada dado. Nos resta establecer cuantas lecturas podemos obtener en total.

Supongamos que el primer dado cae 1, el otro dado pudo caer 1, o 2, o 3, o 4, o 5, o 6, y así tendremos ya, seis lecturas posibles (1-1) o (1-2) o (1-3) o (1-4) o(1-5) o (1-6). Si el primer dado cae 1 podremos tener otras seis lecturas según el resultado del segundo dado: (2-1) o (2-2) o (2-3) o (2-4) o(2-5) o(2-6); podemos continuar el análisis para cuando el primer dado señala 3 y tendremos otras 6 lecturas posibles: (3-1) o (3-2) o(3-3) o (3-4) o (3-5) o (3-6); otras seis lecturas posibles hay cuando el primer dado señala 4 o 5 o 6. Concluímos entonces que hay 36 lecturas posibles: (1-1), (1-2), (1-3), (1-4), (1-5) (1-6), (2-1), (2-2), (2-3), (2-4), (2-5), (2-6), ... (5-1), (5-2) ..... (6-1), (6-2), (6-3), (6-4), (6-5), (6-6); y que sólo una es doble seis (6-6). Luego la probabilidad buscada es 1/36. Obsérvese la dificultad para calcular la probabilidad. Ciertamente el problema se puede complicar aun más; por ejemplo calcular la probabilidad de obtener, al lanzar 3 dados, dos dados señalando 5 y el otro señalando 1. Podemos comenzar por decir que hay 3 posibilidades a favor: (1-5-5), (5-1-5), (5-5-1).

Pero cuántas posibles lecturas se obtienen con los 3 dados? veamos: (1-1-1), (1-1-2),... (5-1-1), ... hasta (6-6-6). Si aplicamos el método de análisis que vimos para el ejemplo anterior, ciertamente llegaremos a algún resultado, pero con apreciable dificultad. De todo ésto se deduce la necesidad de buscar sistemas que simplifiquen el problema planteado; para el efecto recurriremos al análisis combinatorio.

1. Enunciación del principio básico del análisis combinatorio.

"Si es posible efectuar una operación M formas posibles, y si -después de efectuar esta operación en alguna de esas M formas-, es posible efectuar una segunda operación de N formas, ésto implica que las dos operaciones se pueden ejecutar conjuntamente de M x N formas".

Aplicando este principio podemos ya saber cuantas lecturas se obtienen al lanzar dos dados simultáneamente; diremos: el primer dado puede dar 6 resultados (1, o 2, o 3, o 4, o 5, o 6) y una vez lanzado el primer dado, el segundo dado puede dar 6 lecturas (1, o 2, o 3, o 4, o 5, o 6), por lo tanto al lanzar ambos dados podemos obtener 36 lecturas (6 x 6 = M x N).

Este principio se puede generalizar así: "Si un proceso se puede efectuar de M formas, y un segundo proceso de N formas, y un tercer proceso de P formas... etc., entonces todos estos procesos se pueden efectuar <u>conjuntamente</u> de M x N x P x G .... formas diferentes".

Aplicando este principio diremos que como cada dado puede ofrecer 6 resultados diferentes, entonces al lanzar 3 dados podemos obtener 216 lecturas <u>conjuntas</u>, diferentes (M x N x P = 6 x 6 x 6 = 216).

Este principio soluciona muchos problemas, quizá el más importante sea el siguiente:

Supongamos que tenemos 3 lugares y 4 objetos diferentes para llenar esos lugares; de cuantas formas diferentes, es posible ocupar conjuntamente los 3 lugares?

Raciocinamos así: El primer lugar se puede llenar con cualquiera de los cuatro objetos; una vez ocupado el primer lugar, con cualquiera de los cuatro objetos, el segundo lugar se puede ocupar con uno de los tres objetos restantes (ya hemos utilizado un objeto para ocupar el primer lugar); cuando ya hemos ocupado el primero y segundo lugar, con 2 de los 4 objetos, podemos llenar el tercer lugar con uno de los 2 objetos restantes. Lo anterior nos dice que el primer lugar se puede llenar de 4 formas diferentes; el segundo lugar -una vez ocupado el primero- se puede ocupar de 3 formas diferentes; y el tercer lugar -una vez ocupados los dos primeros lugares- se puede ocupar de 2 formas. Luego los 3 lugares se pueden ocupar simultáneamente o conjuntamente de 24 formas diferentes: $M \times N \times P = 4 \times 3 \times 2 = 24$.

2. Variaciones, permutaciones y combinaciones.

a. Variaciones con N objetos diferentes. Con un número dado N de objetos diferentes, es posible efectuar una cantidad de ordenaciones diferentes, usando uno o algunos de esos objetos, o todos. Así, son variaciones de las letras a, b, c, d:

a, b, c, d, ab, ac, ad, ba, bd, bc, ca, cb, cd, da...., abc, acb, ...bac, bca, ... abcd, ... abdc ....

b. Permutaciones de N objetos diferentes. Para un número dado N de objetos diferentes, aquellas variaciones que contengan todos los N objetos y solamente esos N objetos, se denominan permutaciones.

Así continuando con el ejemplo de las letras a, b, c, d, son permutaciones para este conjunto de letras, aquellas variaciones que contienen las cuatro letras (a, b, c, d) y solamente esas cuatro, sin repetirse. Por lo tanto -para este caso- cada permutación consta de 4 letras; son permutaciones de a, b, c, d:

abcd, abdc, acbd, bacd, badc, bdca, cabd .....

c. Combinaciones de N objetos diferentes, tomados de R-R. Para un número N de objetos diferentes, es posible formar variaciones diferentes de R en R (ésto es tomar objetos de 2 en 2, o de 3 en 3, etc.). Aquellas variaciones de R en R, que se diferencien entre si en algun objeto, se denominan combinaciones.

Así para las letras a, b, c, d, son combinaciones de 2 en 2: ab, ac, ad, bc, bd, cd.

Obsérvese que no se mencionan las combinaciones ba, ca, da, cb ,db, dc, pues aunque son variaciones, no se diferencian -de las ya anotadas- en algún objeto, sino en la ordenación solamente; ésto implica que la combinación ab es la misma combinación ba; así -por definición- 2 variaciones que tan solo se diferencian en el orden de los objetos, constituyen una sola combinación.

Otro ejemplo aclaratorio lo constituye el caso de las tres letras a, b, c, tomadas de 3 en 3; vemos que en este caso sólo hay una combinación posible: abc. Debe quedar claro que todas las variaciones posibles de 3 en 3 -abc, acb, bac, bca, cab, cba- constituyen una sola combinación pues contienen los mismos elementos, aunque en diferente orden.

3. Cálculo del número de variaciones, permutaciones y combinaciones de N objetos, tomados de R en R.

a. Hallar el número de variaciones posibles de N objetos diferentes, tomados de R -R. Teniendo N objetos diferentes, deseamos saber el número de grupos diferentes que podemos formar, de R objetos cada uno, entendiendo por grupos diferentes, en este caso de variaciones, aquellos que difieran en el orden de sus elementos o en algunos -o todos- sus elementos.

Este problema se puede replantear así: tenemos R lugares, de cuántas formas diferentes podemos ocupar -simultáneamente- esos R lugares si podemos escoger entre N elementos diferentes?

Para solucionar el asunto raciocinamos así:

-El primer lugar puede ocuparse por uno cualquiera de los N objetos diferentes, ésto es, hay N formas diferentes -posibles- de ocupar el primer lugar.

-Una vez ocupado el primer lugar con uno de los N objetos, podemos ocupar el segundo lugar con uno cualquiera de los N-1 objetos restantes; ésto es que, una vez ocupado el primer lugar, el segundo lugar se puede ocupar de N-1 formas posibles diferentes.

-Una vez ocupados los dos primeros lugares, el tercer lugar se puede ocupar con cualquiera de los N-2 objetos diferentes restantes; ésto es, hay N-2 formas posibles diferentes de ocupar el tercer lugar.

-Continuando indefinidamente podemos generalizar y concluír que:

El primer lugar se puede ocupar de N formas diferentes. El segundo lugar se puede ocupar de N-1 formas diferentes. El tercer lugar se puede ocupar

de N-2 formas diferentes. El cuarto lugar se puede ocupar de N-3 formas diferentes, y en general el lugar R se puede llenar de N- (R-1) formas diferentes.

De lo anterior deducimos que los R lugares se pueden llenar -simultáneamente- de N (N-1) (N-2) .... (N-R+1), formas posibles. (Obsérvese que este producto consta de R factores).

Ejemplos: calcular las variaciones diferentes posibles de 4 objetos formados de 2 en 2.

$$V_2^4 = N(N-1)(N-2) \ldots (N-R+1)$$

Aquí, N = 4; R=2; N-R+1 = 3; y

$$V_2^4 = 4 \times 3 = 12$$

Generalizando diremos que el número de variaciones posibles diferentes formables con R objetos tomados de R en R es:

$$V_R^N = \frac{N(N-1)(N-2) \ldots (N-R+1)}{R \text{ factores}}$$

Ejemplo: determinar el número de variaciones de 5 objetos tomados de 4 en 4:

$$V_R^N \quad y \quad \begin{array}{l} N = 5 \\ R = 4 \end{array}$$

$$V_4^5 = \frac{N(N-1)(N-2) \ldots\ldots}{4 \text{ factores}}$$

$$V_4^5 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{4 \text{ factores}}$$

$$\overset{5}{V}_{4} = 120$$

b. <u>Hallar el número de variaciones de N objetos diferentes, tomados de N en N.</u> Esto equivale a determinar el número de permutaciones de N objetos diferentes; sabemos que:

$$\frac{N\,(N-1)\,(N-2)\,\ldots\,(N-(R-1))}{R \text{ factores}} = \overset{N}{V}_{R}$$

Como estamos tomando los N objetos simultáneamente, tenemos que R = N y por lo tanto:

$$\overset{N}{V}_{R} = \overset{N}{V}_{N} = N\,(N-1)\,(N-2)\,\ldots\,(N-N+1)$$

$$\overset{N}{V}_{N} = \frac{N\,(N-1)\,(N-2)\,\ldots\,1}{N \text{ factores}}$$

$$\overset{N}{V}_{N} = N\,! = N\,(N-1)\,(N-2)\,(N-3)\,\ldots\,\times 2 \times 1$$

En adelante diremos que:

$$\overset{N}{V}_{N} = \text{Permutaciones de N objetos} = P_{N} = N\,!$$

Ejemplo:

Tenemos 4 lugares y 4 personas para ocuparlas, de cuántas formas posibles, diferentes, podremos llenar esos 4 lugares simultáneamente?

$$\overset{4}{V}_{4} = P4 = 4!$$
$$= 4 \times 3 \times 2 \times 1$$
$$= 24$$

c. Hallar el número de combinaciones posibles -diferentes- que es posible formar con N objetos diferentes tomados de R en R.

Tenemos que:

$$^{N}V_{R} = \frac{N\,(N-1)\,(N-2\,\ldots\,(N-(R-1))}{R \text{ factores}}$$

Sabemos que cada una de esas $^{N}V_{R}$ variaciones diferentes, contiene R elementos; también sabemos que muchas de esas variaciones se diferencian de otras solamente en el orden de sus elementos y sabemos que todas aquellas variaciones que contengan los mismos elementos -aunque en diferente orden- corresponden a una misma combinación (Ver definición de combinación); necesitamos saber entonces cuantas veces -dentro del total de variaciones- se repite cada posible combinación; así para calcular el número de combinaciones, bastará con dividir el número de variaciones, por el número de veces que se repite cada combinación.

Sabemos que con R elementos, tomados de R-R se forman R!. variaciones; esto quiere decir que, dentro del total de variaciones $^{N}V_{R}$, cada grupo de R elementos se halla repetido R!. veces, pero con sus elementos en diferente orden. Entonces para calcular el número de combinaciones de N objetos tomados de R en R, basta con dividir el número de variaciones posibles $^{N}V_{R}$ entre R! :

$$^{N}C_{R} = \frac{^{N}V_{R}}{R!.} \quad y,$$

$$^{N}C_{R} = \frac{N\,(N-1)\,\ldots\,(N[R-1])}{R!.}$$

Con el objeto de aclarar este caso teórico del cálculo de C^N_R, analicemos un ejemplo. Calcular el número de combinaciones posibles de las letras a, b, c, d, tomadas de 3 en 3.

Con las letras a, b, c, d, es posible formar V^4_3 variaciones diferentes de 3 letras cada una.

$$V^4_3 = 4 \times 3 \times 2$$

$$V^4_3 = 24$$

Estas 24 variaciones son:

abc - bcd - cda - dab
acb - bdc - cad - dba
bac - abd - dca - bda
bca - cdb - dac - bad
cab - dcb - acd - abd
cba - dbc - adc - adb

Observemos que para 3 letras se forman 6 variaciones en el ordenamiento de las letras en el grupo; así con las letras a, b, c, tenemos

abc - acb - bac - bca - cab - cba

Sabemos que para estas variaciones de a, b, c, corresponde una sola combinación abc. (Ver dif. de combinación).

Para las letras b, c, d, hay 6 variaciones de 3 elementos: bcd - bdc - dbe - dcb- cbd- cdb, y vemos que éstas sólo se diferencian en el orden de las letras dentro de los grupos, más no por las letras mismas, por lo tanto a estas 6 variaciones corresponde una sola combinación. Generalizando podemos decir que con las letras a, b, c, d, se pueden formar $V^4_3 = 24$ variaciones diferentes de 3 elementos, y que para cada 6 variaciones hay una sola combinación; entonces para hallar el número de combinaciones de a, b, c, d, tomadas de 3 en 3 (C^4_3) dividimos el número de variaciones de a, b, c, d, tomadas de 3 en 3 V^4_3 entre el número de variaciones que corresponde a una misma combinación ($R! = 3! = 6$).

$$^{4}C_{3} = \frac{^{4}V_{3}}{3!}$$

$$^{4}C_{3} = \frac{4 \times 3 \times 2}{3!}$$

$$^{4}C_{3} = 4$$

Estas 4 combinaciones serían: abc, bcd, cda, dab, y cualquier otro grupo de 3 letras que se pretenda formar - con a, b, c, d-diferirá de alguno de los 4 propuestos (abc-bcd-cda-dab) en el orden de los elementos, más no en los elementos, mismos.

4. Simplificación de las fórmulas propuestas para el cálculo de $^{N}V_{R}$ y $^{N}C_{R}$. Hemos utilizado el símbolo R ! para significar R "Factorial", el cual se define así:

$$R! = R\,(R-1)\,(R-2)\,\ldots\,2 \times 1$$

Ejemplo: $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$$5! = 120$$

Definido así el símbolo "Factorial" podemos decir que:

$$(R+1)! = (R+1)\,(R)\,(R-1)\,\ldots\,\times 2 \times 1$$

Teníamos que:

$$^{N}V_{R} = N\,(N-1)\,(N-2)\,\ldots\,(N-R+1)$$

Si esta expresión la multiplicamos por $\frac{(N-R)!}{(N-R)!}$

Ciertamente la igualdad se conserva:

$$^{N}V_{R} = N\,(N-1)\,(N-2)\,\ldots\,(N-R+1) \times \frac{(N-R)!}{(N-R)!}$$

Donde $(N-R)! = (N-R)\,(N-R-1)\,\ldots\,\times 2 \times 1$ y por lo tanto podríamos decir que:

$$^{N}V_{R} = \frac{N\,(N-1)\,(N-2)\,\ldots\,(N-R+1) \times (N-R)\,(N-R-1)\,\ldots\,\times 2 \times 1}{(N-R)\,!}$$

Pero: N (N-1) (N-2) ... (N-R+1) x (N-R) (N-R-1) ...2 x 1 es igual a N!

Luego: $^{N}V_{R} = \frac{N!}{(N-R)!}$

Ejemplo: Calcular el número de variaciones posibles de 4 elementos tomados de 3 en 3

$$^{N}V_{R} = {}^{4}V_{3} = \frac{N!}{(N-R)!}$$

$$^{4}V_{3} = \frac{4!}{(4-3)!}$$

$$^{4}V_{3} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1!}$$

$$^{4}V_{3} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1}$$

$$^{4}V_{3} = 24$$

Como sabemos que: $^{N}C_{R} = \frac{^{N}V_{R}}{R!}$

y

$$^{N}V_{R} = \frac{N!}{(N-R)!}$$

Podemos decir que: $^{N}C_{R} = \frac{^{N}V_{R}}{R!} = \frac{\frac{N!}{(N-R)!}}{R!} = \frac{N!}{R!\,(N-R)!}$

Ejemplo: Calcular el número de combinaciones que se forman con 4 elementos, tomados de 3 en 3.

$$^{N}C_{R} = {}^{4}C_{3}$$

$$^{N}C_{R} = \frac{N!}{R!\,(N-R)!}$$

$$^{4}C_{3} = \frac{4!}{3!\,(4-3)!}$$

$$^{4}C_{3} = \frac{4!}{3! \times 1!}$$

$$^{4}C_{3} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 1}$$

$$^{4}C_{3} = 4$$

5. Resumen de fórmulas para el cálculo de NVR, NCR y PN

1 - $^{N}V_{R} = \frac{N!}{(N-R)!}$

2 - $^{N}C_{R} = \frac{N!}{R!\,(N-R)!}$

3- $P_n = {}^{N}V_{N} = N!$

Nota: Nos hemos ocupado de establecer $^{N}V_{R}$, $^{N}C_{R}$ y Pn, para N elementos diferentes tomados de R en R; y sin repetir elementos dentro de una misma variación, permutación o combinación; no hemos considerado grupos de forma aaa, ni aab, etc., sólo hemos considerado grupos abc sin elementos repetidos.

Los grupos aaa, también los contempla el análisis combinatorio, pero -para efectos de nuestro estudio- nosotros no nos ocuparemos de ellos; creemos que con las bases que hemos contemplado bastará.

C. Teoría de Probabilidades

1. Rango de valores de la probabilidad. Hemos definido probabilidades de que suceda un evento, en un intento, como el límite -cuando el número de intentos tiende a infinito- de éxitos sobre intentos:

$$PR\ (E) = \text{Lim}\ \frac{e}{i}$$

a. Es claro que el número de éxitos es siempre menor -o a lo sumo igual- al número de intentos (si lanzamos 10 veces una moneda al aire -10 intentos- el número de caras resultantes -éxitos- debe ser 10 o menos)

Si $e \leq i$

Entonces $\frac{e}{i} \leq 1$

Esto es que la probabilidad de que un evento suceda en un intento es siempre menor que 1, o igual a 1.

b. Además, es lógico que tanto e, como i son mayores o por lo menos iguales a cero (es imposible hablar de menos un intento, o de menos un éxito), ésto es que tanto e como i, son siempre positivos; i, además es siempre mayor que cero (es imposible hablar de un experimento que conste de cero ensayos, o de cero pruebas) luego:

$$e \geq 0 \quad , \quad i > 0$$

por lo tanto:

$$\frac{e}{i} \geq 0$$

$$\text{Y} \quad PR\ (E) \geq 0$$

Esto es que la probabilidad, de un evento, es siempre mayor o igual a cero (positiva en todo caso).

c. Resumiendo lo visto en los 2 puntos anteriores la probabilidad de que un evento suceda en un intento es siempre positiva y menor o igual a uno:

$$0 \leq PR\ (E) \leq 1$$

d. Analizando un poco los diferentes valores que pueden adoptar la probabilidad, tenemos:

Si PR (E) = 1

Entonces $\frac{e}{i} = 1$

y $E = i$

Y en este caso cuando e = i y PR (E) = 1 diremos que hay certeza respecto a que el suceso ocurre necesariamente en todo intento.

Si $0 < PR(E) < 1$ diremos que $e > 0$, ésto es que el suceso tiene alguna probabilidad de ocurrir, ésto es que hay incertidumbre respecto a si sucederá o no el suceso E en un intento.

Realmente la teoría de probabilidad se ocupa del caso en el cual $0 < PR(E) < 1$, esto es cuando hay incertidumbre respecto a cualquier suceso.

2. La inversa de la probabilidad: Hemos definido PR (E) como la probabilidad de ocurrencia de un evento en un intento, y hemos dicho que $0 \leq PR(E) \leq 1$.

Ahora entonces es posible definir el inverso de PR (E) que llamaremos GR (E), donde GR (E) es la probabilidad que tiene el evento E, de no ocurrir en un intento y diremos que: GR (E) = 1 - PR (E).

Ejemplo: calcular la probabilidad de no resultar el número 4 en un lanzamiento de un dado de 6 caras.

-Primero calculamos la probabilidad de que si resulte el 4:

$$PR(E) = \frac{1}{6}$$

(Hay 6 resultados posibles y uno sólo es el número 4)

-Una vez calculado PR (E) podemos calcular GR (E)

$$Gr(E) = 1\ Pr(E)$$

$$Gr(E) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Obsérvese que -al igual que Pr (E) - $0 \leq Gr \leq 1$

Además obsérvese que la probabilidad de que E ocurra en un intento, sumada a la probabilidad de que E no ocurra en un intento es igual a 1.

$$Pr(E) + Qr(E) = 1$$

Nota: Con alguna frecuencia se denomina a la probabilidad de no ocurrir un evento en un intento, como el complemento de la probabilidad del evento E.

3. Sucesos (o eventos) simples compuestos. Nos hemos referido, hasta este momento, al significado y cálculo de la probabilidad que tiene un suceso de ocurrir, o no ocurrir, en un intento. Se calculó esa probabilidad a partir del número de formas como el suceso puede ocurrir, respecto al total de formas posibles de ocurrir o no (N/M probabilidad matemática), o a partir del número de veces que el suceso ocurrió en i intentos (e/i, probabilidad estadística).

Sin embargo, se ha presentado tan sólo el concepto de probabilidad de acontecimientos simples. Nos resta conocer la teoría respecto a eventos compuestos. Digamos entonces que cuando dos o más eventos simples pueden ocurrir, relacionados el uno con el otro, su ocurrencia conjunta da lugar a un evento compuesto y, que la probabilidad de ocurrir ese suceso compuesto, será función de las probabilidades que tienen por separado, los sucesos simples que lo conforman.

4. Sucesos dependientes e independientes. Si en una bolsa tenemos 3 bolas blancas y 5 negras y sacamos tres bolas la primera vez y otras 3 la segunda, entonces tendremos un evento compuesto conformado por dos eventos simples (primer evento: sacar 3 bolas; segundo evento: sacar otras 3 bolas).

Si analizamos un poco más este ejemplo de evento compuesto, tendremos que se puede ocurrir de 2 formas: efectuando la primera sacada y devolviendo estas tres bolas a la bolsa, antes de efectuar la segunda sacada; en este caso vemos que la probabilidad de sacar tres bolas blancas -por ejemplo- en la segunda sacada es igual a la probabilidad de extraer esas 3 bolas blancas en la primera; en este caso diremos que la ocurrencia de un evento no afecta la probabilidad de ocurrencia del otro y por lo tanto los eventos simples -que conforman el compuesto- son independientes entre sí.

Otra forma de efectuar el evento compuesto propuesto sería: sacar 3 bolas en la primera sacada y proceder a efectuar la segunda sacada sin devolver antes las bolas sacadas inicialmente. Es claro que en este caso la probabilidad de extraer tres bolas blancas -por ejemplo- se ve afectada por el resultado de la primera sacada; en este caso, cuando la ocurrencia de un evento, aumenta o disminuye la probabilidad de ocurrencia de otro evento, diremos que dichos eventos son dependientes el uno del otro.

Generalizando podemos decir que hay sucesos simples y sucesos compuestos; igualmente podemos decir que un suceso compuesto está conformado por dos o más sucesos simples,

dependientes o independientes entre si, según que la ocurrencia de uno afecte o no la probabilidad de ocurrencia de los otros.

5. Leyes de las probabilidades.

a. Supongamos un evento compuesto (E), conformado por dos eventos simples independientes (E_1 y E_2); si la probabilidad de que suceda solamente E_1 es Pr (E_1), y la probabilidad de que suceda solamente E_2 es Pr (E_2), entonces la probabilidad de que suceda (E) - Esto es, que sucedan E_1 y E_2 conjuntamente es Pr (E_1) x Pr (E_2).

Así:

$$Pr\ (E_1\ y\ E_2) = PR\ (E_1) \times Pr\ (E_2)$$

Ejemplo:

Si la probabilidad de un primer evento es 1/6, y la probabilidad de un segundo suceso es 2/5, calcular la probabilidad de que sucedan -conjuntamente- ambos eventos, si son independientes.

$$Pr\ (E_1) = \frac{1}{6}\quad Pr\ (E_2) = \frac{2}{5}$$

$$Pr\ (E_1\ y\ E_2) = \frac{1}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{30}$$

$$Pr\ (E_1\ y\ E_2) = \frac{1}{15}$$

Ejemplo: cuál es la probabilidad de extraer dos veces consecutivas el as de corazones de una baraja de 52 cartas.

$$Pr\ (E_1) = \frac{1}{52}$$

$$Pr\ (E_2) = \frac{1}{52}$$

$$Pr\ (E_1\ y\ E_2) = \frac{1}{52} \times \frac{1}{52}$$

Nota: Pr (E_1) = 1/52 pues hay 52 formas de extraer una carta y sólo una forma de extraer el As de corazones.

Como una ilustración acerca del tipo de análisis utilizado para establecer esta ley -y las siguientes- presentamos la deducción correspondiente:

-Digamos que el evento E_1 puede ocurrir A_1 formas y fallar de B_1 formas, todas igualmente posibles.

$$Pr(E_1) = \frac{A_1}{A_1 + B_1}$$

-Digamos que una vez sucedido E_1, hay otro evento E_2 que puede ocurrir de A_2 formas y fallar de B_2 formas, todas iguales posibles

$$Pr(E_2) = \frac{A_2}{A_2 + B_2}$$

-Vemos que E_1 puede ocurrir de A_1 formas y E_2 puede ocurrir de A_2 formas, luego, aplicando el principio básico del análisis combinatorio, deducimos que E_1 y E_2 pueden ocurrir de $A_1 \times A_2$ formas posibles ($M \times N \times P$ ....)

-También vimos que E_1 puede tener $(A_1 + B_1)$ resultados diferentes, fallando o no; y E_2 puede tener $(A_2 + B_2)$ resultados diferentes, fallando o no. Luego aplicando el principio básico deducimos que E_1 y E_2, conjuntamente pueden dar

$$(A_1 + B_1) \times (A_2 + B_2)$$

Resultados diferentes, fallando o no.

Resumiendo decimos que la probabilidad de que E_1 y E_2 ocurran conjuntamente al primer intento es:

$$\frac{A_1 \; A_2}{(A_1 + B_1)\,(A_2 + B_2)} = PR\,(E_1 \text{ y } E_2)$$

Esto es que E_1 y E_2 ocurren conjuntamente de $A_1 A_2$ formas, dentro de un total de $(A_1 + B_1)\,(A_2 + B_2)$ resultados diferentes que E_1 y E_2 pueden ofrecer conjuntamente, fallando o no.

Continuando con el desarrollo de esta igualdad tenemos:

$$Pr(E_1 \text{ y } E_2) = \frac{A_1}{A_1 + B_1} \times \frac{A_2}{A_2 + B_2}$$

Luego:

$$Pr\,(E_1 \text{ y } E_2) = Pr\,(E_1) \times Pr\,(E_2)$$

b. Supongamos en evento compuesto E, conformado por 2 eventos simples dependientes E_1 y E_2; si la probabilidad de que suceda el evento simple E_1 es $Pr\,(E_1)$ y si una vez sucedido E_1 la probabilidad de que suceda E_2 es $Pr\,(E_2)$, la probabilidad de que sucedan E_1 y E_2 -uno tras otro- en un intento es:

$$P_r\,(E) = Pr\,(E_1 \text{ y } E_2) = Pr\,(E_1) \times Pr\,(E_2)$$

Obsérvese que, aparentemente, esta fórmula coincide con la propuesta para 2 eventos indpendientes; pero en realidad son diferentes, pues el caso de E_1 y E_2 dependientes $Pr\,(E_2)$ es la probabilidad que aun tiene E_2 de suceder después de suceder E_1; con el objeto de evitar confusiones digamos que si E_1 y E_2 son dependientes entonces:

$$Pr\,(E_1 \text{ y } E_2) = Pr\,(E_1) \times Pr\,(E_2/E_1)$$

Donde decimos que el símbolo $Pr\,(E_2/E_1)$ significa probabilidad de E_2 después de suceder E_1 o probabilidad condicional de E_2. Aclaremos con un ejemplo:

Calcular la probabilidad de extraer X de una baraja de 52 cartas, el as de corazones en la primera sacada, y el as de trébol en una segunda sacada.

Resolvamos el problema para ambos casos: (1) Cuando antes de extraer la segunda carta, devolvemos a la baraja la primera carta extraída, y (2) Cuando extraemos la segunda carta sin antes devolver la primera que se extrajo.

1) Devolviendo la carta. Es claro que este caso es un evento compuesto conformado por eventos simples independientes, luego:

Probabilidad de extraer el as de corazones en la primera sacada es 1/52 (52 cartas posibles de extraer y un solo as de corazones):

$$Pr\,(E_1) = \frac{1}{52}$$

La probabilidad de extraer un as de trébol -después de devolver la carta extraída inicialmente - es 1/52 (aún hay 52 cartas posibles y sólo un as de trébol):

$$Pr\ (E_2) = \frac{1}{52}$$

Luego:

$$Pr\ (E_1\ y\ E_2) = Pr\ (E_1) \times Pr\ (E_2)$$

$$Pr\ (E_1\ y\ E_2) = \frac{1}{52} \times \frac{1}{52}$$

$$Pr\ (E_1\ y\ E_2) = \frac{1}{2704}$$

2) Sin devolver la primera carta. Este caso como veremos consta de 2 eventos simples dependientes ($P_r\ (E_2)$ varía al suceder (E_1)).

La probabilidad del primer evento (al igual que en el primer caso), sacar un as de corazones, es 1/52 (Hay 52 cartas posibles de extraer y un solo as de corazones):

$$Pr\ (E_1) = \frac{1}{52}$$

La probabilidad de extraer el as de trébol -después de haber extraído una carta que no se ha devuelto a la baraja- disminuye respecto al primer caso; veamos: hay sólo 51 cartas posibles de extraer y sólo un as de trébol, luego:

$$Pr\ (E_2/E_1) = \frac{1}{51}$$

Luego:

$$Pr\ (E_1\ y\ E_2 = Pr\ (E_1) \times Pr\ (E_2/E_1)$$

$$Pr\ (E_1\ y\ E_2) = \frac{1}{52} \times \frac{1}{51} = \frac{1}{2652}$$

c. Se puede observar que hasta este momento hemos trabajado con eventos compuestos (E) conformados por eventos simples -dependientes o independientes- que pueden suceder conjuntamente. (E_1 y E_2). Existe otro tipo de eventos simples que se excluyen entre sí, pero que de todas formas pueden formar un evento compuesto E; claro está que E_1 y E_2 no pueden concurrir pero

sí podemos formar un evento compuesto consistente en que suceda E_1 o E_2 en un intento y diremos que:

$$Pr\ (E_1\ o\ E_2) = Pr\ (E_1) + Pr\ (E_2)$$

(Donde $Pr\ (E_1)$ es la probabilidad de ocurrir E_1 en un intento y $Pr\ (E_2)$ es la probabilidad de E_2 de ocurrir en un intento).

Ejemplo:

Cuál es la probabilidad de obtener cuatro o tres en un lanzamiento de un dado?

$Pr\ (E_1)$ = Probabilidad de obtener 4 en un lanzamiento

$$Pr\ (E_1) = \frac{1}{6}$$

(Esto es hay 6 resultados posibles y solo un resultado, es 4).

$Pr\ (E_2)$ = Probabilidad de obtener 3 en un lanzamiento

$Pr\ (E_2) = \frac{1}{6}$ (hay 6 resultados posibles y solo un resultado, es 3).

$$Pr\ (E_1\ o\ E_2) = Pr\ (E_1) + Pr\ (E_2)$$

$$Pr\ (4\ o\ 3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$

La demostración de esta ley se logra en base al análisis combinatorio estudiado en el capítulo II, y se recomienda como un ejercicio especial.

d. Es posible formar también el evento compuesto E_1 o E_2, aun cuando E_1 y E_2 no sean excluyentes; diremos que si E_1 y E_2 no son excluyentes:

$$Pr\ (E_1\ o\ E_2) = Pr\ (E_1) + Pr\ (E_2) - Pr\ (E_1\ y\ E_2)$$

Ejemplo: Cuál es la probabilidad de extraer de una baraja, de 52 cartas, un rey o un corazón.

Es claro que es posible extraer un rey de corazón, luego los eventos no son excluyentes, sin embargo nos piden excluír la probabilidad del rey de corazón, pues se quiere sacar o rey o corazón, pero no ambos en una misma carta.

Entonces se trata de calcular Pr (E_1 o E_2) cuando E_1 y E_2 no son excluyentes.

$$Pr(E_1 \text{ o } E_2) = Pr(E_1) + Pr(E_2) - Pr(E_1 \text{ y } E_2)$$

Vemos que además E_1 y E_2 son independientes, entonces:

$$Pr(E_1 \text{ y } E_2) = Pr(E_1) \times Pr(E_2)$$

y

$$Pr(E_1 \text{ o } E_2) = Pr(E_1) + Pr(E_2) - Pr(E_1) \times Pr(E_2)$$

$Pr(E_1)$ = probabilidad de sacar un corazón

$$Pr(E_1) = \frac{13}{52}$$

Y $Pr(E_2)$ = probabilidad de sacar un rey

$$Pr(E_2) = \frac{4}{52}$$

(Pues en una baraja hoy 13 corazones y 4 reyes, y 52 cartas)

e. Hasta ahora hemos estudiado la forma de calcular las probabilidades que tienen de ocurrir eventos -simples o compuestos-, dependientes o independientes, excluyentes o no, en un intento.

Definamos $Pr(E_x^n)$ como la probabilidad que tiene E de suceder x veces en n intentos.

Donde:

$$Pr(E_x^n) = {}^nC_x \quad p^x \; q^{n-x}$$

Donde: ${}^nC_x$ = combinaciones posibles con n objetos tomados de X en X

p = probabilidad de E de suceder en un intento $p = Pr(E)$

q = probabilidad de E de no ocurrir en un intento

$Qr(E) = 1 - Pr(E) = q$

Ejemplo: calcular la probabilidad de que en 10 granos de maíz, tomados al azar, de un cargamento que tiene el 10% de grano dañado, resulte un grano dañado.

Es tanto como calcular la probabilidad de que resulte una vez un evento (1 grano dañado) en 10 intentos (extracción de 10 granos).

$$Pr\,(E_x^n) = {}^nC_x \;\; p^x \;\; q^{n-x}$$

donde:

$x = 1$
$n = 10$

p = probabilidad de extraer un grano dañado en un intento = $\frac{1}{10}$

(10% dañado implica que hay 10 granos dañados en 100 granos; por lo tanto

$$p = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}\;)$$

Si:

$$P = Pr\,(E) = \frac{1}{10}$$

Entonces :

$$Qr\,(E) = 1 - Pr\,(R) \text{ y } Qr\,(E) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

Así, reemplazando:

$$Pr\,(E_1^{10}) = {}^{10}C_1 \times \left(\frac{1}{10}\right)^1 \times \left(\frac{9}{10}\right)^9$$

Como :

$${}^{10}C_1 = \frac{10\,!}{1!(10-1)!} = \frac{10\,!}{9\,!}$$

$$\left({}^nC_x = \frac{n!}{x!\;(n-x)\,!}\right)$$

así :

$${}^{10}C_1 = \frac{10\,!}{9} = 10$$

y

$$Pr\,(E_1^{10}) = 10 \times \left(\frac{1}{10}\right)^1 \times \left(\frac{9}{10}\right)^9$$

$$Pr\,(E_1^{10}) = \left(\frac{9}{10}\right)^9$$

$$Pr\,(E_1^{10}) = 0.3874$$

6. Resumen de fórmulas.

1 - Pr(E) = Probabilidad de ocurrencia del evento E en un intento

2 - Qr (E) = Probabilidad de no ocurrencia del evento E en un intento

$$Qr(E) = 1 - Pr(E)$$

3 - Si E_1 y E_2 son independientes (y no excluyentes)

$$Pr(E_1 \text{ y } E_2) = Pr(E_1) \times Pr(E_2)$$

4 - Si E_1 y E_2 son dependientes (y no excluyentes)

$$Pr(E_1 \text{ y } E_2) = Pr(E_1) \times Pr(E_2/E_1)$$

5 - Si E_1 y E_2 son excluyentes

$$Pr(E_1 \text{ o } E_2) = Pr(E_1) + (E_2)$$

6 - Si E_1 y E_2 no son excluyentes

$$Pr(E_1 \text{ o } E_2) = Pr(E_1) + Pr(E_2) - P_r(E_1 \text{ y } E_2)$$

7 - $Pr(E_x^n)$ = probabilidad de que un evento E suceda x veces en n intentos

$$Pr(E_x^n) = {}^nC_x \; p^x \; q^{n-x}$$

D. Distribución de la Probabilidad*

Nos hemos venido ocupando de la probabilidad de un evento; si nosotros convenimos que un evento constituye una variable, estaremos en condiciones de hablar de la probabilidad asociada a esa variable; supongamos que el evento de lanzar un dado constituye una variable: entonces esta variable puede adoptar cualquier valor entero del uno al seis; el resultado del evento no es del todo cierto, sino que tiene una probabilidad dada: la variable tiene cierta probabilidad definida de adoptar el valor 1, y tiene otra probabilidad definida de adoptar el valor 2, o el valor 3, etc.; de lo anterior deducimos que la variable estudiada (resultados posibles en el lanzamiento de un dado) es una variable de azar, esto es, una variable que puede asumir una serie de valores, cada uno con una probabilidad dada. Además diremos que, en este caso, estamos estudiando una variable discreta pues solamente puede asumir valores enteros (1, 2, 3, 4, 5, 6).

* Se tomó parcialmente material de "Preface to Econometrics" de Brenan.

1. Variables discretas de azar. Definamos una variable de azar μ que puede asumir los valores μ_i. Con cada valor μ_i nosotros asociamos la probabilidad P_i. En el ejemplo del lanzamiento de un dado -variable discreta de azar- nosotros encontramos:

$$Pr\ (E=1) = \frac{1}{6} = P_1$$

$$Pr\ (E=2) = \frac{1}{6} = P_2$$

$$Pr\ (E=3) = \frac{1}{6} = P_3$$

$$Pr\ (E=4) = \frac{1}{6} = P_4$$

$$Pr\ (E=5) = \frac{1}{6} = P_5$$

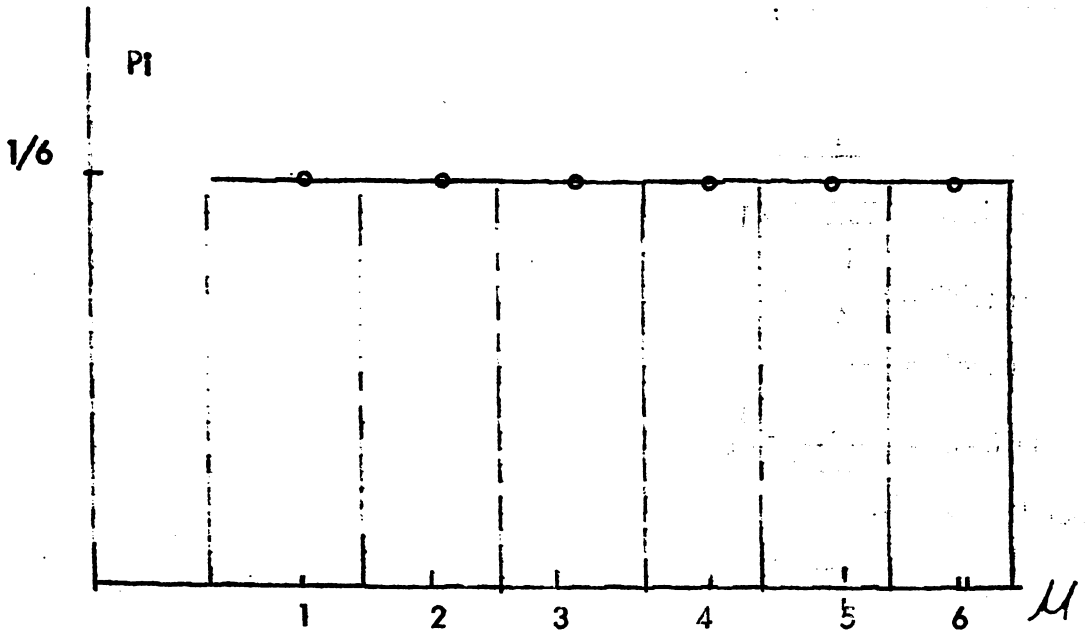
$$Pr\ (E=6) = \frac{1}{6} = P_6$$

En general decimos:

$$Pr\ (E=\mu_i) = Pi$$

Este arreglo de valores que puede adoptar una variable de azar, junto con su correspondiente probabilidad para cada valor, se denomina distribución de probabilidad de la variable; y la suma de las probabilidades en esa distribución debe ser igual a 1. En el ejemplo del dado: $P_1 + P_2 \ldots\ldots + P_6 = (6 \times \frac{1}{6}) = 1$.

Representando la distribución de la probabilidad -gráficamente- tendremos un histograma, donde cada rectángulo tiene como valor central un valor de μ (Algún μ_i); cada punto se plotea directamente sobre cada valor de μ, y la altura de cada rectángulo es igual a la probabilidad que corresponde a ese valor de μ. Así, en el ejemplo dado (ver Histograma de distribución de probabilidad Gráfica No. 1). Cada Mi tiene una Pi = 1/6, el histograma es rectangular, los valores centrales de los rectángulos son 1, 2, 3, 4, 5, 6, su altura 1/6 y el área total bajo el histograma es igual a 1, pues representa la suma total de probabilidades de la distribución.



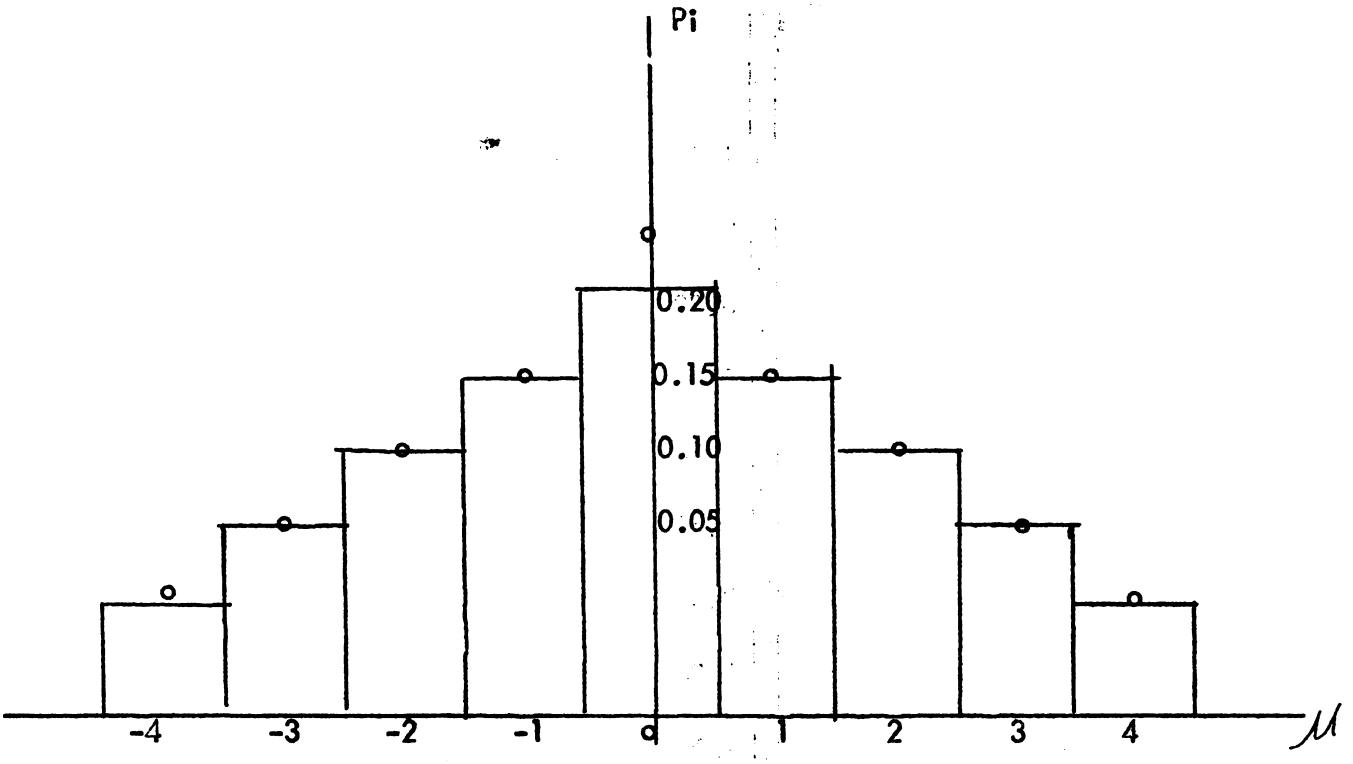
GRAFICA No. 1

Consideremos otro caso de una variable de azar M, la cual es también discreta.

Supongamos que la distribución de la probabilidad esté dada por la tabla siguiente:

μ_i	Pi	$\sum$ Pi
-4	0.05	0.05
-3	0.08	0.05+0.08 = 0.13
-2	0.12	0.05+0.08+0.12=0.25
-1	0.15	"
0	0.20	"
1	0.15	"
2	0.12	"
3	0.08	"
4	0.5	0.05+0.08+ ... + 0.05=1

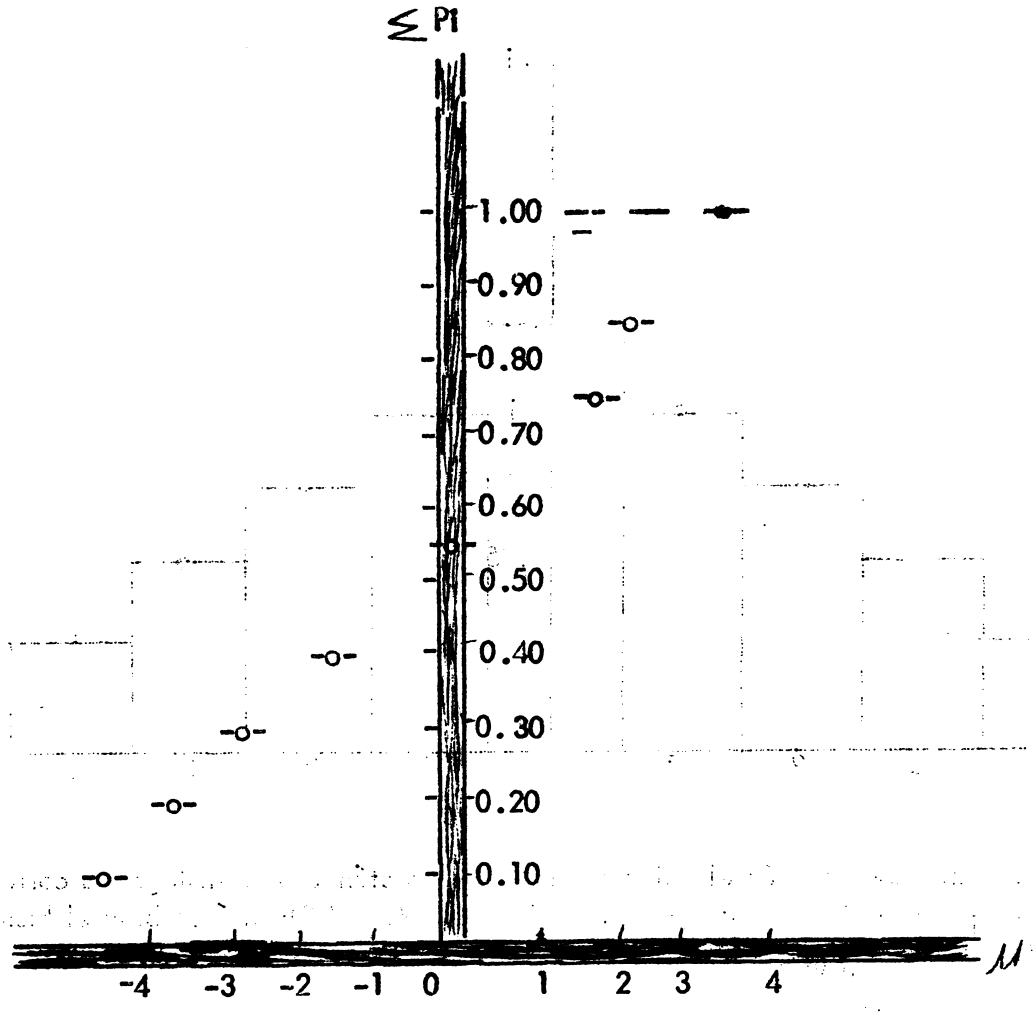
Aquí la segunda columna (Pi) presenta la lista de la probabilidad asociada con cada valor de μ La tercera columna ($\sum$ Pi) da la probabilidad acumulada de la distribución de M. El histograma da la distribución de la tabla dada, sería el siguiente:



En este caso también el valor central de un rectángulo de histograma corresponde a algún μ_i y su altura a la probabilidad de ese μ_i (Pi); el área bajo el histograma es igual a la suma total de probabilidad y por lo tanto es igual a 1.

Respecto al concepto de probabilidad acumulada, diremos que -para la tabla dada- la probabilidad acumulada en $\mu_i = -1$, ($\sum$ Pi = 0.40) nos indica que la probabilidad de que μ_i sea menor o igual que -1 es 0.40 (Esto es que la probabilidad de que μ_i sea $-4 \underline{o} -3 \underline{o} -2 \underline{o} -1$ es 0.40; $P_r (E_1 \underline{o} E_2 \underline{o} E_3 \ldots) = Pr (E_1) + Pr (E_2) + \ldots$

La probabilidad acumulada, también es posible representarla gráficamente; para el caso dado tenemos:



Obsérvese que la probabilidad acumulada para el último valor de μ es igual a 1; Esto equivale a la certeza de que μ adoptará cualquier valor dentro del intervalo estudiado. Tenemos certeza que -dentro de la tabla dada- μ será igual o menor que 4 por lo tanto el valor de la probabilidad acumulada para $\mu_i = 4$ es igual a 1.

2. Variables contínuas de azar. Hemos definido variables discretas, como aquellas, que dentro de un intervalo dado, tan sólo pueden asumir valores enteros; definiremos entonces variables contínuas de azar, como aquellas que dentro de un intervalo dado, puede asumir cualquier valor, con una probabilidad dada para cada valor.

La distribución de probabilidad -para variables continuas- es una función contínua; así para μ contínua P (μ) es la función que expresa la distribución de probabilidad y se le conoce como función de la densidad de la probabilidad; y asumiendo, que M es continua y varía desde μ = a hasta μ = b, la función P (μ) debe ser tal que.

$$\int_a^b P(\mu)\, d\mu = 1$$

Esto es que la suma total de probabilidades bajo la función de distribución $P(\mu)$, es igual a 1.

El análisis de funciones contínuas requiere procedimientos matemáticos más avanzados que los utilizados por nosotros en estos capítulos.

Así y teniendo en cuenta que para efectos del posterior estudio de estadística, nos basta con el análisis de la variable discreta, solamente diremos de la variable contínua lo siguiente:

-Que su distribución de probabilidades es una curva contínua, y no un histograma como en el caso de las variables discretas.

-Que su probabilidad acumulada se calcula haciendo uso de la integración y no mediante sumas como en el caso de las variables discretas.

-Que aunque el análisis y cálculo de sus propiedades difiere del utilizado en variables discretas, su interpretación y significado es el mismo.

3. Momentos de la distribución de probabilidades. Una distribución tiene siempre ciertas propiedades que la describen. Estas propiedades son las mismas -aun cuando con análisis y cálculo diferentes- para distribuciones contínuas o discretas; con esta aclaración vamos a proceder al estudio de dichas propiedades en las variables discretas.

a. Esperanza matemática. Si observamos una distribución de probabilidades encontramos que hay varios métodos útiles de describir las características de una distribución. Tal vez el más común es el llamado esperanza matemática: ésto es la media aritmética de la distribución o, más simplemente, el valor medio de la variable de azar. La esperanza matemática así expresada, describe la localización general de la gráfica de distribución y mide su tendencia central.

La esperanza matemática se computa multiplicando todos los valores posibles de la variable de azar por sus respectivas probabilidades, y sumando estos productos.

Asumamos una variable discreta μ -por ejemplo- que pueda asumir todos los valores enteros del 1 al 10. Cada valor tiene su respectiva probabilidad. La esperanza matemática, comúnmente denotada por E_u se computa así:

$$E_u = 1\,(P_1) + 2\,(P_2) + \ldots + 10\,(P_{10})$$

En general, supongamos una variable de azar μ que puede asumir los valores discretos $\mu_1, \mu_2 \ldots\ldots \mu_n$, y que cada valor tiene una probabilidad asociada, p_1, p_2, p_3 P_n, entonces la esperanza matemática de μ es:

$$E_u = \sum_{i=1}^{n} \mu\, i\, Pi$$

Supongamos que los valores permisibles de μ y sus correspondientes probabilidades, se hallan dados en la siguiente tabla:

μi	Pi
0	2/20
1	3/20
2	4/20
3	5/20
4	3/20
5	2/20
1	1/20

$$\sum Pi = 20/20 = 1$$

Computando la esperanza matemática tenemos:

$$E_u = 0\,(2/20) + 1\,(3/20) + 2(4/20) + 3(5/20) + 4(3/20) + 5\,(2/20) + 6(1/20) = 54/20 = 2{,}7$$

Donde 2,7 es el valor promedio de μ en el sentido de la probabilidad, o sea la media aritmética de la distribución de la probabilidad ((Nota: Si μ fuera contínua entre a y b, su esperanza matemática sería:

$$E_u = \int_a^b \mu \quad p\,(u)\, d\,\mu \;)$$

La esperanza matemática, tal como la hemos definido, tiene las siguientes propiedades:

-La esperanza matemática de una constante es igual a una constante:

Si $\mu = K$

Entonces $E_\mu = E_k = K$

-La esperanza matemática de una variable de azar que se halla multiplicada por una constante, es igual a la esperanza de la variable pero multiplicada por la constante; entonces, la esperanza matemática de K_{μ} es igual a:

$$E_{uk} = K E_u$$

-La esperanza matemática de la suma -o la diferencia- de variables, es igual a la suma -o la diferencia- de las esperanzas matemáticas de las variables:

$$E_{u+v} = E_u + E_v ; E_{u-v} = E_u - E_v$$

b. Momentos respecto a la esperanza matemática. Hemos visto que la esperanza matemática es una característica de la distribución de la probabilidad, y que mide su tendencia central; con este dado es posible ya tratar de localizar el gráfico de una distribución a partir de sus propiedades. Sin embargo es deseable obtener otra información que complemente a la esperanza matemática y que permita establecer la medida en que una distribución tiende o no hacia un promedio. Esa información deseada es conocida como los momentos de la distribución respecto a su esperanza matemática. En general es posible hablar de un momento de orden t, para una distribución dada, así:

$$M^t = E(\mu - E_u)^t$$

Donde M^t significa momento de orden t, y $E(\mu - E_u)$ es la esperanza -o promedio- de la diferencia entre cada valor de la variable y su esperanza matemática.

Dando valores a (t) podremos plantear la forma de calcular los diferentes momentos:

-Momento cero de una distribución respecto a E_u

$$M^t = E(\mu - E_u)^t$$

$$t = 0$$

$$M^0 = E(\mu - E_u)^0$$

$$M^0 = 1$$

-Primer momento de una distribución respecto E_u

$$M^t = E(\mu - E_u)^t$$

$$t = 1$$

$$M^1 = E(\mu - E_u)^1$$

Por propiedad de E_u sabemos que:

$$E(\mu - E_u)^1 = E_u - E_{E_u}$$

Pero E_u es una constante; entonces:

$$E(\mu - E_u) = K = E_k = K - K = 0$$

y

$$M^1 = 0$$

Así el primer momento de una distribución respecto a su esperanza matemática es igual a cero; esto nos indica que la media aritmética de las desviaciones de la distribución respecto a E_u es CERO; definiendo desviación como la diferencia entre cada valor de μ y E_u

$$\text{Desviación} = (\mu - E_u)$$

-Segundo momento de una distribución respecto a E_u

$$M^t = E(\mu - E_u)^t$$

$$t = 2$$

$$M^2 = E(\mu - E_u)^2$$

Este segundo momento se denomina la varianza de una distribución y mide la dispersión promedio de la distribución, respecto al valor medio de la distribución.

-Tercer momento de una distribución respecto a EM

$$M^t = E(\mu - E_u)^t$$

$$t = 3$$

$$M^3 = E(\mu - E_u)^3$$

Este momento se utiliza para medir la simetría de una distribución; en la medida en que M^3 tienda a cero, la distribución tiende a ser simétrica respecto a E_u

-Cuarto momento de la distribución respecto a E_u

$$M^t = E(\mathcal{M} - E_u)^t$$

$$t = 4$$

$$M^4 = E(\mathcal{M} - E_u)^4$$

Este momento se denomina Kurtosis, y mide el grado de deformación de la distribución respecto a E_u.

Ejemplo sobre momentos:

Supongamos la siguiente distribución de probabilidad:

$\mathcal{M}_i$	Pi
2	3/10
3	2/10
4	2/10
5	1/10
6	2/10
	10/10=1

Cálculo de E_u

$$E_u = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{M}_i \, Pi$$

$\mathcal{M}_i$	Pi	$\mathcal{M}_i$ Pi
2	3/10	6/10
3	2/10	6/10
4	2/10	8/10
5	1/10	5/10
6	2/10	12/10

$$\sum \mathcal{M}_i \, Pi = 37/10$$

$$E_u = \sum_i Pi = 37/10 = 3.7$$

Cálculo del momento cero (Como comprobación)

$$M^0 = E(\mu - E_u)^0 = 1$$

μ_i	Pi	E_u	$\mu_i - E_u$	$(\mu_i - E_u)^0$
2	3/10	3.7	-1.7	+1
3	2/10	3.7	-0.7	+1
4	2/10	3.7	0.3	+1
5	1/10	3.7	1.3	+1
6	2/10	3.7	2.3	+1

$$E(\mu - E_u)^0 = \sum_{i=1}^{n} (\mu - E_u)^0 \, Pi$$

$$E(\mu - E_u)^0 = 1\,(3/10) + 1\,(2/10) + 1\,(2/10) + 1\,(1/10) + 1\,(2/10)$$

$$E(\mu - E_u)^0 = 10/10 = 1$$

Cálculo del primer momento (comprobación)

$$M^1 = E(\mu - E_u)^1 = 0$$

μ_i	Pi	E_u	$\mu - E_u$	$(\mu - E_u)^1 = 0$
2	3/10	3.7	-1.7	-1.7
3	2/10	3.7	-0.7	-0.7
4	2/10	3.7	0.3	0.3
5	1/10	3.7	1.3	1.3
6	2/10	3.7	2.3	2.3

$$M^1 = E(\mu - E_u)^1$$

$$E(\mu - E_u)^1 = \sum_{i=1}^{n} (\mu - E_u)^1 \, Pi$$

$$E(\mu - E_u)^1 = 1.7\,(3/10) - 0.7\,(2/10) + 0.3\,(2/10) + 1.3\,(1/10) + 2.3\,(2/10)$$

$$E(\mu - E_u)^1 = -5.1/10 - 1.4/10 + 0.6/10 + 1.3/10 + 4.6/10$$

$$E(\mu - E_u)^1 = 6.5/10 + 6.5/10 = 0$$

Así,

$$M^1 = E(\mu - E_u)^1 = 0$$

<u>Cálculo del segundo momento</u>

$$M^2 = E(\mu - E_u)^2$$

$$E(\mu - E_u)^2 = \sum_{i=1}^{n} (\mu - E_u)^2 \; Pi$$

μi	Pi	E_u	$\mu - E_u$	$(\mu - E_u)^2$
2	3/10	3.7	- 1.7	2.89
3	2/10	3.7	-0.7	0.49
4	2/10	3.7	0.3	0.09
5	1/10	3.7	1.3	1.69
6	2/10	3.7	2.3	5.29

Entonces :

$$\sum_{i=i}^{n} (\mu - E_u)^2 \, Pi = 2.89\,(3/10) + 0.49\,(2/10)$$
$$+ 0.09\,(2/10) + 1.69\,(1/10)$$
$$+ 5.29\,(2/10)$$

$$= 8.67/10 + 0.98/10 + 0.18/10 + 1.69/10 + 10.58/10 = 0.867 + 0.098 + 0.018 + 0.169 + 1.058 = 2.210$$

$$M^2 = E(\mu - E_u)^2 = \text{VARIANZA} = 2.21$$

Para el cálculo del tercer momento y del cuarto momento se procede en forma similar variando solamente t (así se establecerá para el tercer momento)

$$\sum_{i=i}^{n} (M - EM)^3 \, Pi \qquad \sum_{P=1}^{n} (\mu - E_u)^3 \, Pi$$

/ para el cuarto momento

$$\sum_{i=1}^{n} (\mu - E_u)^4 \, Pi$$

E. Compendio

Nosotros hemos definido el concepto de probabilidad y hemos ilustrado acerca de los métodos para calcularla. Hemos repasado brevemente la teoría del análisis combinatorio, y ésta ha sido aplicada para establecer las leyes de la teoría de la probabilidad matemática.

Posteriormente se presentaron los arreglos de valores para una variable de azar junto con sus correspondientes valores de probabilidad y en base a esta información, se planteó la distribución de la probabilidad y se definieron sus propiedades.

Finalmente se analizaron aquellas características de la distribución de la probabilidad que se usan para localizarla y estudiarla; dentro de dichas características se hizo especial énfasis en la esperanza matemática y se plantearon las relaciones utilizadas para definir y calcular los primeros cuatro momentos.

Dejamos el estudio de las distribuciones teóricas particulares para desarrollarlo dentro de la materia de Estadística.

ESTADISTICA DESCRIPTIVA

(Nízar Vergara)

ESTADISTICA DESCRIPTIVA*

Nizar Vergara G.**

A. Definición

Al referirse a la Estadística como método de investigación, no se trate de dar una definición precisa y completa de su campo de acción, en primer lugar puesto que los conceptos fundamentales carecen de definición y segundo porque si la tienen ella no es suficientemente clara para darnos cuenta de su significado.

Se puede tratar de dar algunas ideas de su significado para que el lector se sitúe en el conocimiento amplio y fecundo de esa ciencia.

Achenwal (1719-1772), parece que fue el primero quienintrodujo la palabra "Estadística" atribuyéndole a este vocablo la significación siguiente:

Ciencia de las cosas que pertenecen al Estado.

Además el término Estadística tiene otro significado: en el lenguaje común se usa generalmente como sinónimo de dato. Ejemplo: cuando se refiere al número de muertos de un accidente aéreo se puede afirmar: "Las estadísticas indican que en el accidente hubo 80 muertes", a cambio de hacer referencia de este número como dato.

La Estadística puede definirse como el proceso de recopilar, presentar, analizar e interpretar los datos numéricos que hacen relación a un fenómeno determinado.

Quizá quien primero ideó el uso y análisis de los datos fue el Estado, de ahí su nombre de Estadística. El Estado necesitaba para organizar la economía, recurrir a datos de población, producción, renta, etc..

Se entiende por estadísticas los métodos especialmente adecuados para hallar la significación de los datos cuantitativos efectuados por multitud de causas/.

Analizando la definición de Estadística "recolección, presentación, análisis e interpretación de datos", se tiene:

---

* Recopilación efectuada con base en el Curso de Estadística Descriptiva dictado en el ILMA y en los apuntes del Profesor Carlos Sánchez C. Esta recopilación fue hecha por Enrique Peñafort, alumno del presente curso y corregida por Nizar Vergara.

** Economista Agrícola Especializado en Mercadeo Agropecuario. Profesor Programa Nacional de Capacitación Agropecuaria (PNCA).

1. Recopilación. Es la parte básica por cuanto constituye la materia prima para el análisis; la recopilación de los datos puede realizarse de dos formas:

a. De informaciones públicas o no, provenientes de fuentes tales como dependencias oficiales, libros, revistas, periódicos, oficinas de investigación y entidades privadas.

b. Obteniendo la información de primera mano, yendo de casa en casa, de oficina en oficina, etc.; es decir, utilizando un método directo de información, a través de la encuesta.

2. Presentación. Bien sea para uso propio o para publicar, los datos deben estar adecuadamente presentados, generalmente las cifras se arreglan en cuadros o se representan por medio de gráficas.

Cuando los datos se presentan en gráficas, nos podemos referir a diferentes tipos de éstos: es conveniente que si el fenómeno que se esté estudiando es de cierta importancia debe elaborarse un determinado tipo de gráfico con el fin de presentar sus resultados en una forma global....

Los gráficos más usuales son:

a. Diagrama de frecuencia.

b. Histograma de frecuencias.

c. Polígonos de frecuencias.

d. Gráfico circular.

e. Cartograma.

f. Pictograma.

g. Gráfico de barras individuales perpendiculares y horizontales.

h. Gráfico de barras individuales.

i. Gráfico de barras conjuntas.

j. Otros tipos de graficación.

La forma de comportamiento y presentación de los anteriores tipos de gráficas se estudiará más adelante.

3. Análisis. Para esta etapa es conveniente presentar los datos en cuatro categorías importantes:

a. Cualitativa. Por jemplo cuando la población estudiantil se clasifica en ramas masculina y femenina, es decir que la clasificación está referida a una cualidad o a una clase.

b. Cuantitativa. Cuando al clasificar los datos, se tiene en cuenta la cantidad. Ejemplo: el número de hijos por familia, el número de empleados de una empresa.

c. Cuando la observación del fenómeno se realiza a través del tiempo, ejemplo: las pérdidas de un negocio en marzo, la producción de arroz entre 1955 y 1960.

d. Geográfica. Este tipo de clasificación, también es cualitativo, sin embargo en la generalidad de los casos se considera como una forma especial de clasificación. Ejemplo: total de hectáreas cultivadas en el país discriminado por secciones.

4. Interpreteciones. En toda fase le corresponde al investigador contribuír con su destreza a fin de poder analizar e interpretar los datos; entonces, qué desea, qué objetivos persigue el trabajo, a qué conclusiones y recomendaciones se puede llegar, etc. qué son algunos de los interrogantes que el investigador debe resolver como aporte directo al valor científico del trabajo al cual se esté refiriendo.

B. Distribución de Frecuencias y Representación Gráfica

1. Distribución de frecuencias. Existen dos tipos de variables que son: variable discreta y variable contínua.

Variable discreta; es aquella variable que solamente puede tomar valores concretos. Ejemplo: número de estudiantes de una universidad.

Variable contínua: aquel tipo de variable que puede tomar cualquier valor dentro de un determinado intervalo. Ejemplo: la estatura de una persona, la altura de un árbol.

De acuerdo a los anteriores conceptos, nos podemos referir a variable discreta (para datos no agrupados), considerando el número de hijos por familia en 20 de estas entrevistas.

$X_1 = 1$	$X_6 = 2$	$X_{11} = 3$	$X_{16} = 2$
$X_2 = 0$	$X_7 = 3$	$X_{12} = 0$	$X_{17} = 4$
$X_3 = 0$	$X_8 = 2$	$X_{13} = 1$	$X_{18} = 5$
$X_4 = 2$	$X_9 = 4$	$X_{14} = 2$	$X_{19} = 5$
$X_5 = 3$	$X_{10} = 1$	$X_{15} = 5$	$X_{10} = 3$

Los datos en consideración los podemos representar en una tabla de frecuencias así:

Tabla No. 1

Valor de la variable Y_i	Tabulación cuentas	Frecuencias absolutas n_i	Frecuencias relativas h_i	Frecuencias absolutas acumuladas N_i	Frecuencias relativas acumuladas H_i
$Y_1 = 0$	III	$n_1 = 3$	$h_1 = 0,15$	3	0,15
$Y_2 = 1$	III	$n_2 = 3$	$h_2 = 0,15$	6	0,30
$Y_3 = 2$	IIIII	$n_3 = 5$	$h_3 = 0,25$	11	0,55
$Y_4 = 3$	IIII	$n_4 = 4$	$h_4 = 0,20$	15	0,75
$Y_5 = 4$	II	$n_5 = 2$	$h_5 = 0,10$	17	0,85
$Y_6 = 5$	III	$n_6 = 3$	$h_6 = 0,15$	20	1,00
		20	1,00		

La anterior tabla no presenta perdida de información.

Frecuencia absoluta. Se define como las veces en que se presenta repetido cierto valor de una variable y se representa por $n_i (i - 1,2,3...m)$.

Frecuencia relativa. Es la relación existente entre cada una de las frecuencias absolutas y la suma total de éstas (n = 20) y se representa por h_i donde (i = 1,2,3,...m).

Frecuencia absoluta acumulada. Es la repetición acumulada que corresponde al valor de n_i que por definición es igual a $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 \ldots n_i$, se representa por N_i.

Frecuencia relativa acumulada. Es igual a $h_1 + h_2 h_3 + \ldots h$ y se representa por H_i.

Propiedades de las frecuencias. Las n_i como las N_i siempre son números enteros no negativos. Las h_i, y las H_i son el resultado de números fraccionarios no negativos y no mayores que la unidad.

Primera propiedad. La suma de las frecuencias absolutas n_i es igual al tamaño de la muestra (n).

$$\sum_{i=1}^{n} n_i = n$$

Segunda propiedad. La suma de las h_i es igual a uno.

$$\sum_{i=1}^{n} h_i = 1$$

Tercera propiedad. Las frecuencias absolutas siempre representan valores numéricos enteros.

Cuarta propiedad. La h_i son valores fraccionarios que oscilan entre cero y uno

$$0 < h_i < 1$$

Quinta propiedad. La última de las frecuencias absolutas acumuladas es igual al tamaño de la muestra n.

$$N_n = N$$

Sexta propiedad. El último valor de las frecuencias relativas acumuladas debe ser igual a uno.

$$H_n = 1$$

2. Representación gráfica. Uno de los métodos de mayor necesidad en cuanto a organización y análisis de los datos, lo constituye el de la representación gráfica de un fenómeno estadístico.

Si tomamos como referencia la frecuencia absoluta y con base en ésta elaboramos una gráfica, recibirá el nombre de diagrama de frecuencias. Sobre el eje de las abcisas representaremos los valores correspondientes de Y_i y en las ordenadas los valores de la frecuencia absoluta n_i.

En la tabla No. 1 se hallan los valores en consideración.

Diagrama de frecuencias absolutas n_i

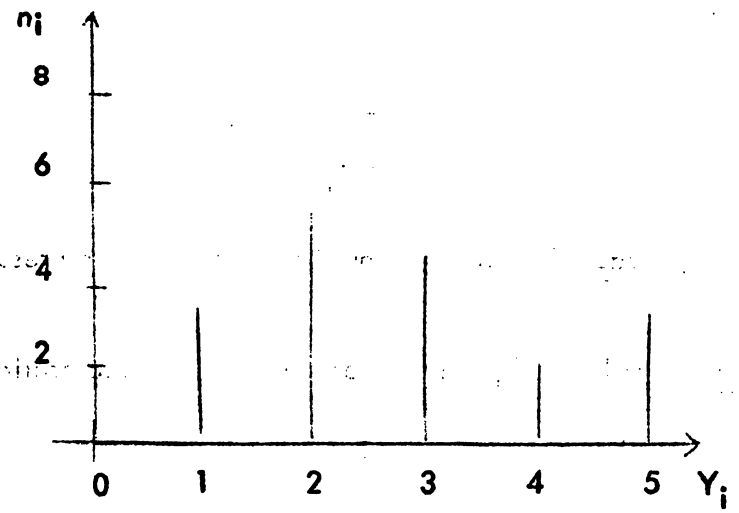


Diagrama de frecuencias absolutas

Acumuladas N_i

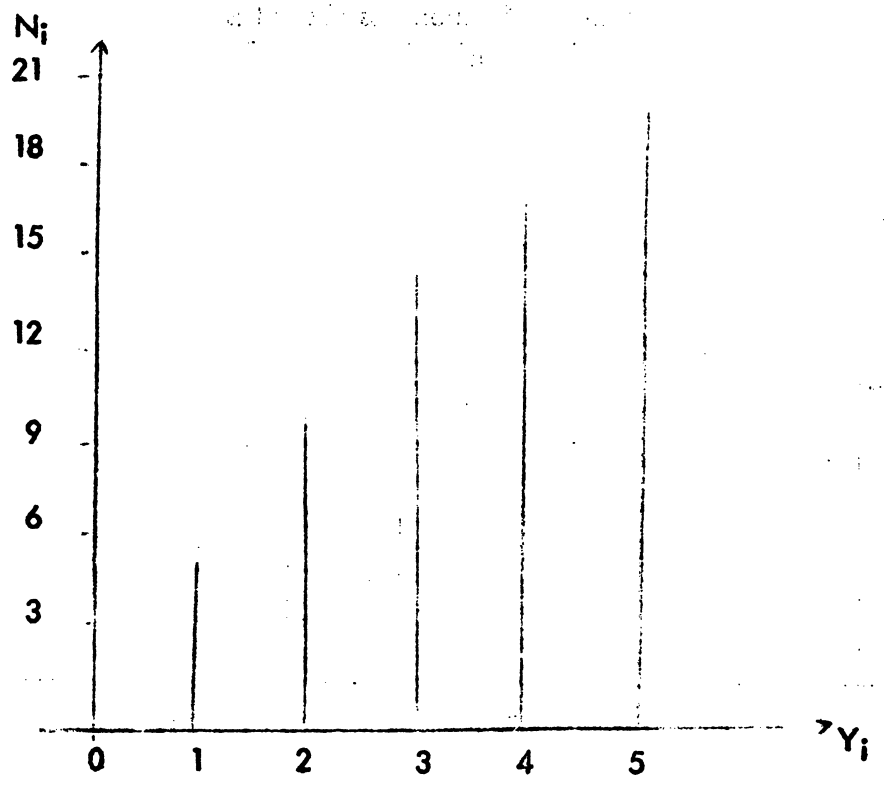
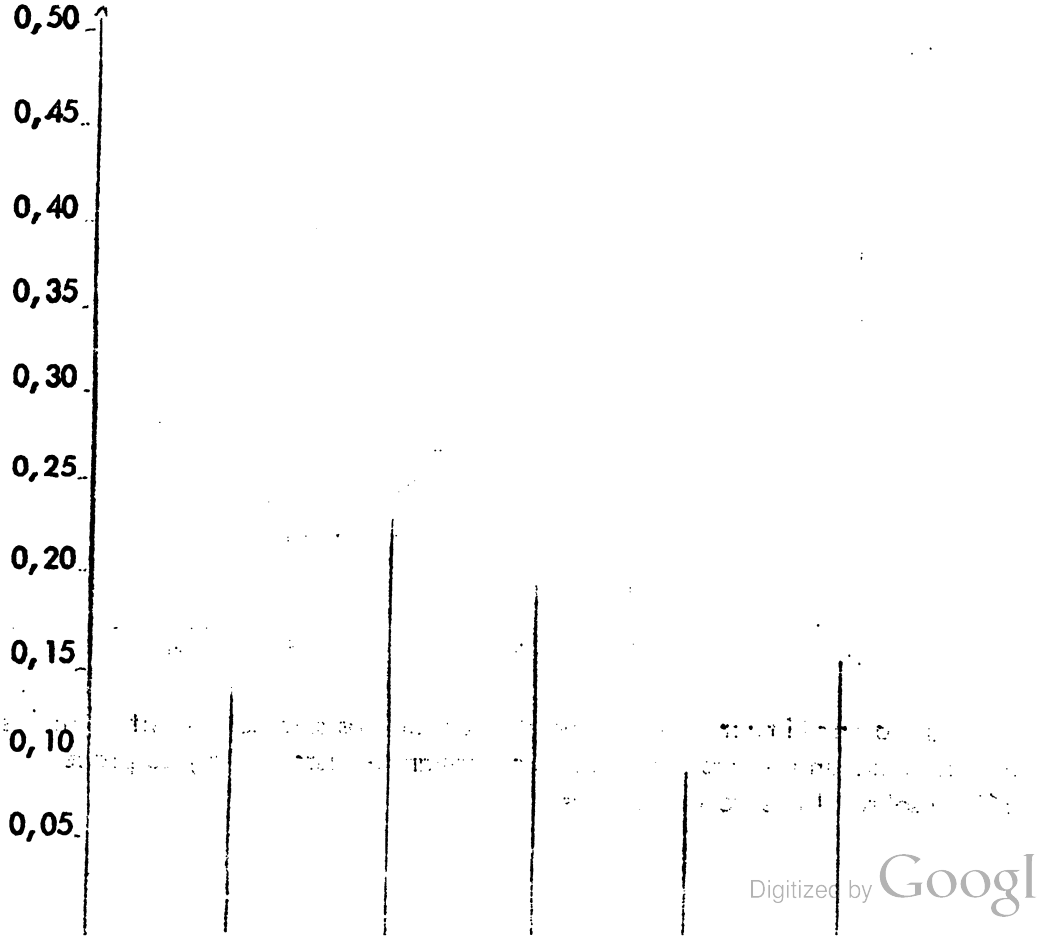
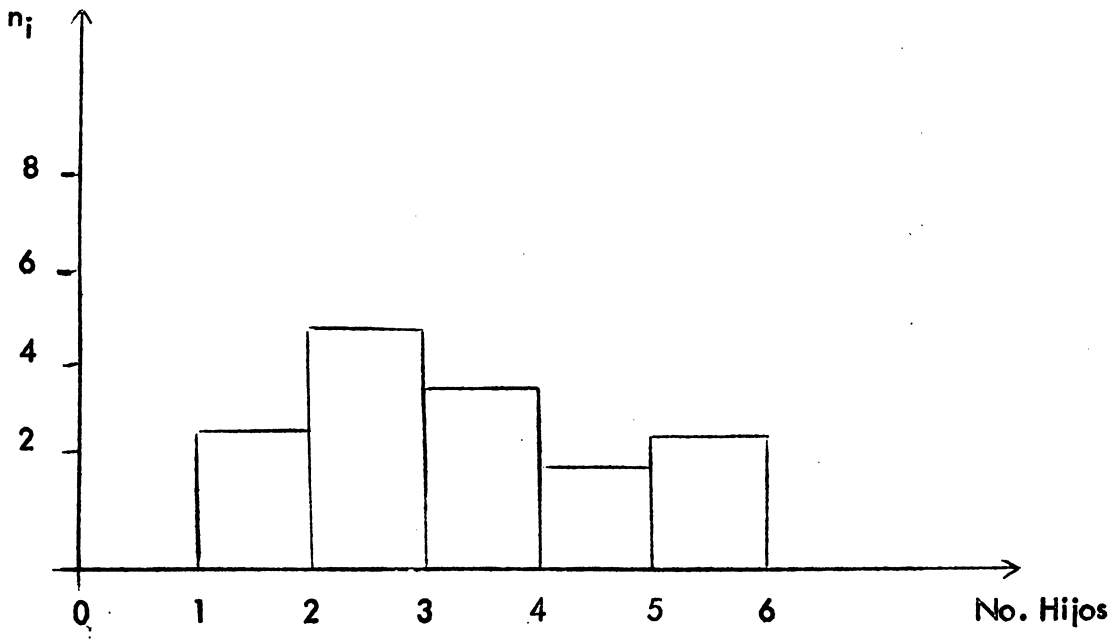


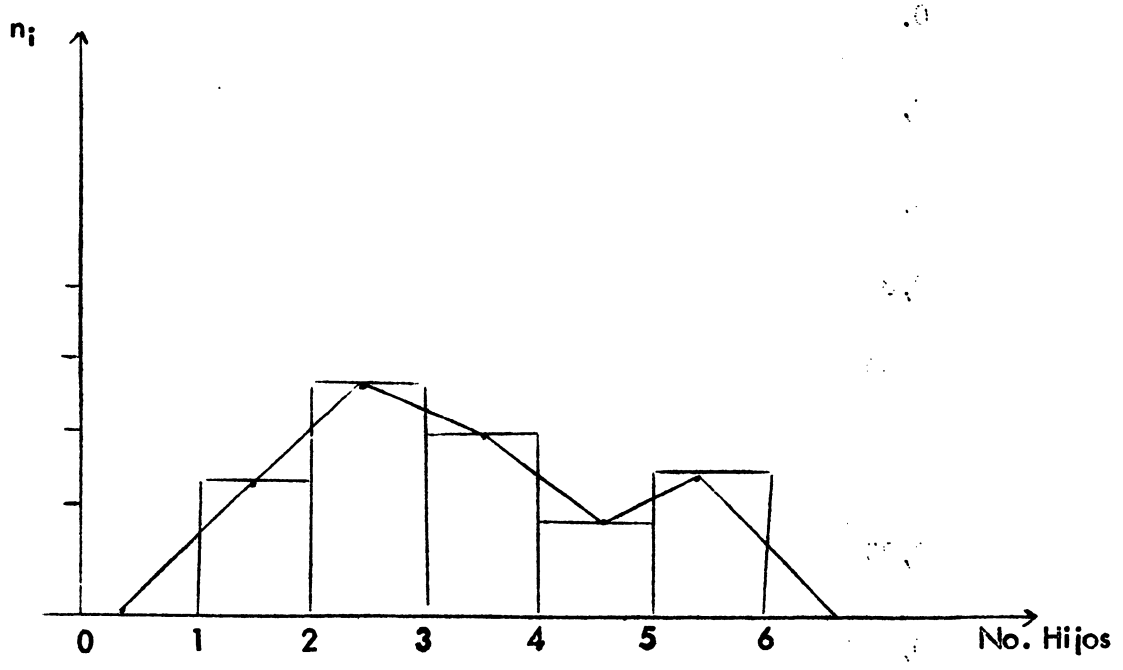
Diagrama de frecuencias relativas h_i



Histograma de frecuencias absolutas



Polígono de frecuencias



Para constituir el polígono de frecuencias solo se necesita unir los puntos medios de cada una de las barras que conforman el histograma y se procede a cerrar la gráfica sobre el eje de las abcisas.

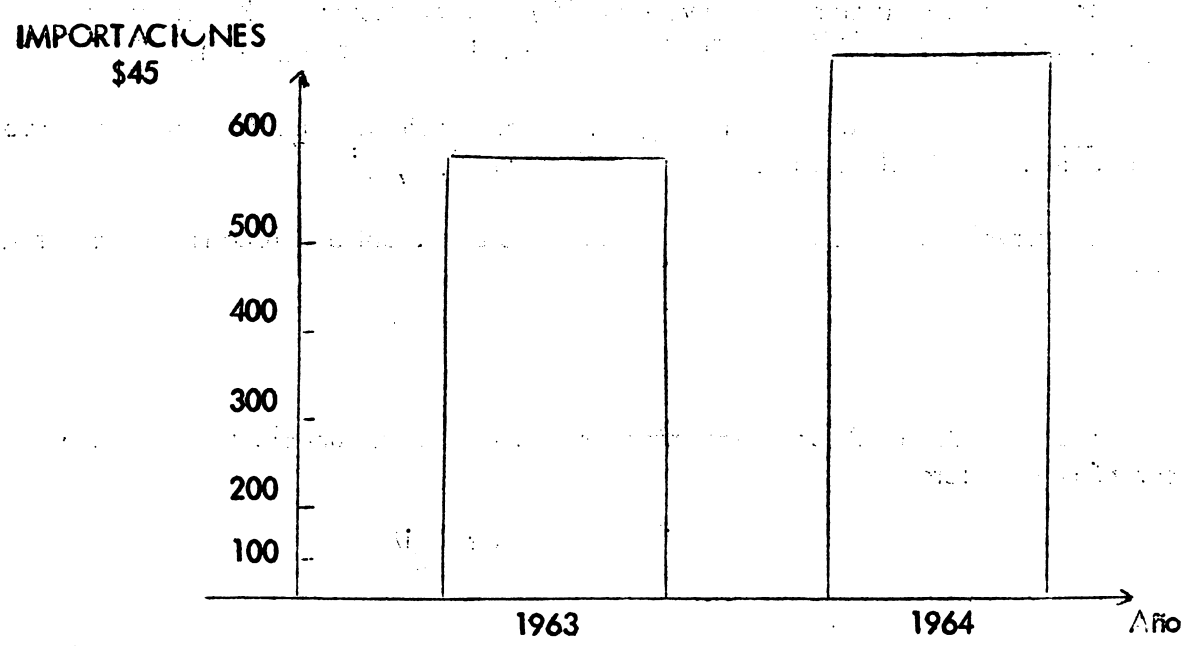
Diagrama de barras

Si los siguientes datos corresponden a las importaciones hechas en Colombia entre los años de 1963 y 1964.

IMPORTACIONES

	MILLONES DE DOLARES
1963	506
1964	586

el gráfico de barras quedará constituído así:



Fuente: Conozcamos a Colombia

3. **Concepto de variable.** Además del conocimiento de variable discreta y continua, dentro de la estadística unidimensional (una dimensión), se hace necesario distinguir entre variable dependiente e independiente.

Si tenemos una ecuación de la siguiente forma

$$Y = bx + c$$
$$Y = 5x + 4$$

El valor de la variable Y está dependiendo del valor que tiene x que es la variable independiente.

Cuando nos referimos a variable contínua se requiere agrupar los datos pero en forma diferente que en el caso de variable discreta. Dichos grupos se establecen de acuerdo al tamaño de la muestra y generalmente oscilan entre 5 y 20 y reciben el nombre de clases o marcas de clases. Cada clase está constituída por un límite superior (Y'_i) y un límite inferior (Y_{i-1}) que nos determina el intervalo o amplitud del intervalo, el cual se representa por c. $c = Y'_i - Y'_{i-1}$

Marca de clase. Está dada por la semisuma de los límites y se representa por m

$$m = \frac{L_s + L_i}{2}$$

Recorrido. Está determinado por la diferencia entre el mayor y el menor valor de los datos observados (valores de la variable Y_i). Se representa por R. El mayor valor representamos por L_s (Límite superior), el menor por L_i (Límite inferior).

Nota. No se deben confundir L_s, y, L_i con los límites superior e inferior correspondientes, a cada clase que son respectivamente Y'_i, y, $Y'_i - 1$.

El intervalo de clase ($<$) es la relación que existe entre el recorrido y la marca de clase

$$< = \frac{R}{m}$$

En el caso de que R sea impar entonces es conveniente sumarle 1 a fin de trabajar con números enteros

$$= \frac{R + 1}{m} = \frac{(L_s - L_i) + 1}{m}$$

Ejemplo:

Los salarios de 50 trabajadores fueron los siguientes:

9	16	30	29	41	45	26	27	37	43
8	14	13	40	36	42	24	25	35	12
15	10	10	58	12	19	20	39	32	11
57	22	9	55	11	18	31	34	38	10
15	22	8	28	49	17	23	33	44	50

Procedemos a ordenar los datos.

8 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21

22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35

36-37-38-39-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49-50-51-52-53-54-55-56-57-58

Recorrido.

$R = L_s - L_i = 58 - 8 = 50$

Marcas de clase:

$$C = \frac{R}{m} = \frac{50}{5} = 10$$

El valor de m (5) para este caso ha sido escogido por observación aunque también existe la fórmula de ESTURGOS por medio de la cual se calcula m aproximadamente y es:

$$m = 1 + 3,3\ L_g N$$

$$m = 1 + 3,3\ L_g\ 50$$

$$m = 1 + (3,3)\ (1,69)$$

$$m = 1 + 5,577$$

$$m = 6,577$$

$m = 7$ aproximadamente

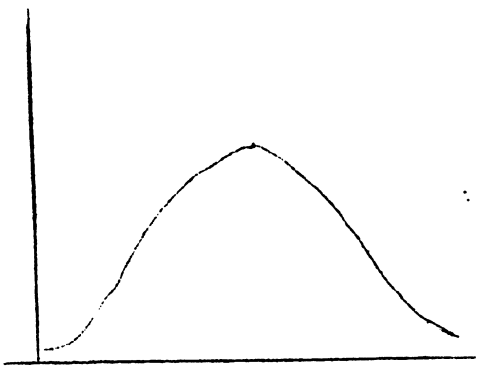
Para nuestro ejemplo trabajaremos con un $m = 5$ y una amplitud $c = 10$

Tabla No. 2

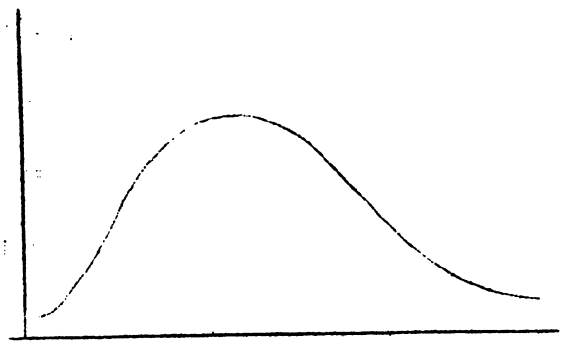
	Y'_i - 1 - Y'_i	Y_i Valor medio de la variable	n_i	h_i	N_i	H_i
m_1	8 - 18	13	18	0,36	18	0,36
m_2	18 - 18	23	10	0,20	28	0,56
m_3	28 - 38	33	10	0,20	38	0,76
m_4	38 - 48	43	6	0,12	44	0,88
m_5	48 - 58	53	6	0,12	50	1,00
			50	1,00		

En la tabla anterior observamos que existen cinco marcas de clase (m=5). La amplitud c del intervalo o distancia entre 18 - 8 = 10 y la distancia entre 38 - 28 = 10 etc. siempre es constante para cualquiera de los cinco intervalos en consideración.

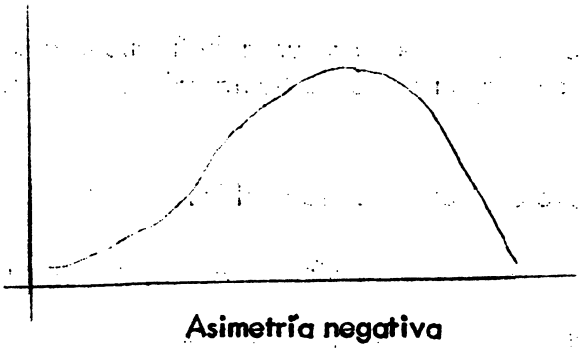
4. Ciertos tipos de distribución de frecuencias. Para objetos del estudio de estadística unidimensional se pueden considerar ocho tipos simples de curvas de frecuencias las cuales se diferencian por las determinadas formas que adquieren.



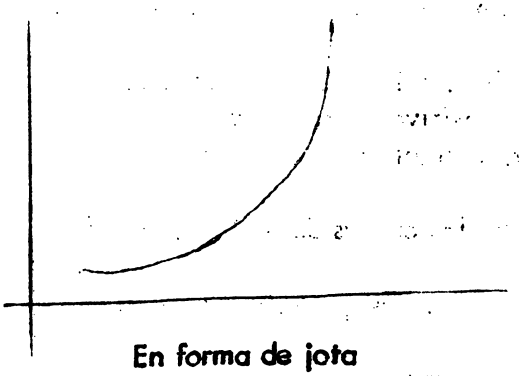
Simétrica
Fig. 1



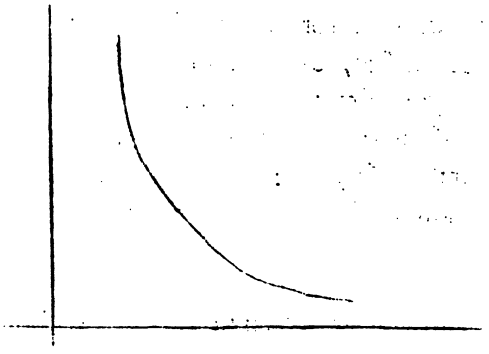
Asimétrica positiva
Fig. 2



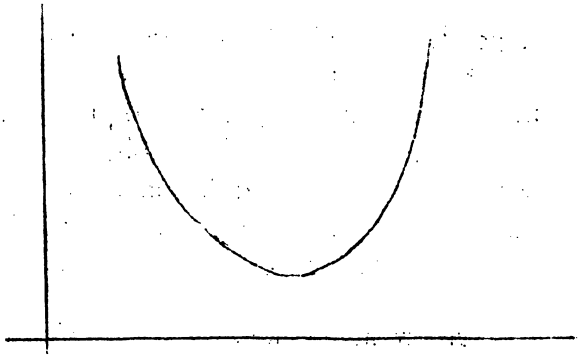
Asimetría negativa
Fig. 3



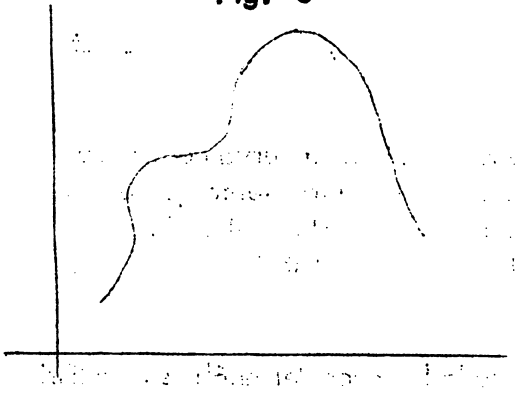
En forma de jota
Fig. 4



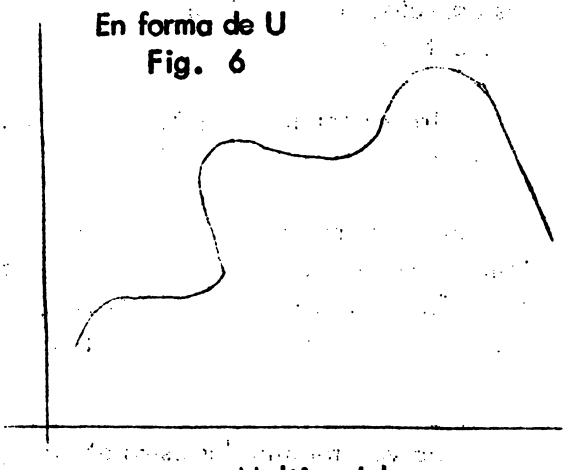
En forma de jota invertida
Fig. 5



En forma de U
Fig. 6



Bimodal
Fig. 7



Multimodal
Fig. 8

El tipo de curva que se presenta en la figura 1 se caracteriza por el hecho de que las observaciones que equidistan de un máximo central, tienen la misma frecuencia.

También recibe el nombre de campana de GAUSS o curva campanular.

Las figuras 2 y 3 (asimétricas) se caracterizan porque la cola de la curva a un lado del máximo central es mayor que el otro lado.

Si la cola está hacia la derecha entonces se habla de una curva de frecuencia de sesgo positivo. En el caso contrario se dice que la curva tiende hacia valores inferiores de la variable o sesgo negativo.

En las curvas de JOTAS, el máximo se presenta en un extremo (Fig. 4 y 5).

Las curvas que se presentan en forma de U contienen el máximo en ambos extremos.

La curva BIMODAL tiene dos máximos (Fig. 7) mientras que la multimodal tiene más de dos máximos.

5. Método de estudio de una distribución de frecuencias. La distribución de frecuencias puede estudiarse por la elección de un solo valor de escala, puesto que éste representará perfectamente el total de la distribución y puesto que las frecuencias varían, es evidente que debe seleccionarse aquel valor que se presenta repetido un mayor número de veces a lo que es lo mismo, el punto de la escala donde tiene lugar la máxima concentración. Este valor constituye una medida de tendencia central de la distribución, así: el grupo de calificaciones al que corresponden mayor número de estudiantes. Todas las medidas de tendencia central reciben el nombre de promedios.

Un promedio tiene diversas aplicaciones pero a veces no muestra por sí mismo diversos aspectos que se relacionan con la distribución. Este promedio por lo tanto debe complementarse con un estadígrafo que nos mida su dispersión alrededor del valor central.

Otro factor importante de estudiar es el grado de simetría, para lo cual existen las llamadas medidas de asimetría.

Si comparamos cualquier tipo de curva de frecuencia con la curva normal que se toma como tipo es posible medir el grado de agudeza o de apuntamiento que es una característica de las curvas de frecuencia y se denomina KURTOSIS o APUNTAMIENTO y su medida constituye la última etapa cuando estudiamos una distribución de frecuencias.

Una vez terminadas estas etapas queda encauzada la labor del análisis estadístico, ya que los datos que conformaron el punto de partida del estudio han quedado trasformados en materia manejable al quedar presentados en una tabla de frecuencias, de la cual se pueden obtener tres o cuatro medidas estadísticas de gran significación. Estas medidas no solo revelan las características de la distribución dada, sino que además, facilitan su comparación con otras medidas análogas. Un promedio es un número que sintetiza toda una serie de datos y está expresado en la misma magnitud de la variable que se está analizando.

Ejemplo: una sociedad cuenta con $50.000 de capital a la cual pertenecen 10 socios, entonces el promedio de pesos por socio será:

$$\frac{50.000}{10} = \$5.000 \text{ por socio.}$$

Un promedio, cualquiera que sea, no es lo suficientemente representativo de una distribución de frecuencias; para conocer las características principales de la distribución, así como para establecer comparaciones con otras distribuciones debe ser: un valor que mida el grado en que los datos varían o se alejan del valor central, un valor que mida el equilibrio o falta de equilibrio entre las partes en que resulta dividido el valor central y un tercer valor que mida el grado de concentración de los casos alrededor del valor.

6. Características que debe reunir con buen promedio.

   a. Debe referirse y basarse en el total de las observaciones efectuadas.

   b. El promedio debe ser sencillo y claro además de que su resultado no exprese un carácter matemático abstracto.

   c. Es conveniente también que pueda calcularse sencilla y fácilmente aun cuando esta sencillez no es del todo un carácter lo suficientemente importante para conceptuar sobre la serie sino que hay necesidad de conceder importancia a otros factores.

   d. Se requiere que el promedio esté lo menos posible influído por las fluctuaciones bruscas de la muestra.

   e. La medida elegida debe ser de fácil cálculo algebráico, constituyendo ésto una de las más importantes condiciones.

Clasificación de las distintas medidas estadísticas

- I) Tendencia Central
  - 1) Media aritmética = $\bar{x}$
  - 2) Mediana = M_e
  - 3) Moda = M_d
  - 4) Media geométrica = M_o
  - 5) Media armónica = M_{-1}
  - 6) Media cuadrática = M^2
- II) De posición
  - 1) Cuartiles = Q_1, Q_3
  - 2) Deciles = Q_{10}
  - 3) Percentiles = Q_{100}
- III) De dispersión
  - Absolutas
    - 1) Oscilación o recorrido
    - 2) Desviación media
    - 3) Desviación standard
    - 4) Varianza
    - 5) Desviación intercuartil
  - Relativas
    - 1) Error probable
    - 2) Coeficiente de variación
    - 3) Coeficiente de dispersión relativo a la posición
    - 4) Momentos
- IV) Medidas de asimetría
  - 1) De asimetría propiamente dichas
  - 2) De apuntamiento o Kurtosis

C. Medidas de Posición

El ideal de simplificación, o de representar a toda la serie de valores coleccionados, por un solo número, lleva consigo, naturalmente una pérdida de exactitud y al sustituir o sintetizar por un número, una colección de ellos, solo se da una primera aproximación de sus propiedades. Si se quiere un conocimiento más exacto, es preciso unir al valor central, otros números que representen otras características de la distribución y los cuales estudiaremos en las lecciones siguientes:

El valor central se refiere a la localización del centro de la distribución. El examen de las distribuciones y curvas de frecuencias, de características cuya variabilidad depende del azar, demuestra una tendencia a concentrarse los datos en torno a un valor central. Este valor adquiere por si mismo una significación especial.

El valor de la variable, elegido para representar a una distribución, se llama "promedio" que no es otra cosa que una medida de posición, un valor medio que debe hallarse comprendido entre los valores extremos de la variable.

Promedios.

Hay tres clases de promedios o medidas de posición de aplicación corriente a saber:

la media aritmética.
la mediana.
la moda, o promedio típico.

siendo la primera, la más usada en los trabajos estadísticos. A estos hay que agregar, la media geométrica y la media armónica, menos usadas, pero útiles en casos especiales. Iremos presentándolas en el orden de que han sido nombradas.

1. Media aritmética. Esta media hace posible una descripción concisa, de cómo difieren las distribuciones en cuanto a su "posición", es decir en cuanto al valor central al cual tienden los demás a concentrarse o agruparse.

Dos finalidades importantes cumple esta medida:

a. Permitir obtener una descripción compendiosa, económica y breve de un conjunto de datos. Es un valor sencillo, que representa todos los valores de una muestra, y, como se ha notado antes, nos facilita comparar dos o más distribuciones, por grandes que ellas sean.

b. Describir indirectamente, pero con cierta precisión, el universo o colectivo del que se ha extraído la muestra.

Esto es importante: raras veces, o nunca, conocemos exactamente el promedio de un universo o conjunto de hechos o fenómenos y únicamente por ser el promedio de una muestra, un cómputo bastante aproximado del promedio del colectivo, podemos generalizar y hacer predicciones más allá de los límites de la muestra. Esto naturalmente hace posible la investigación en las ciencias económicas y sociales, en las ciencias físicas, etc.

Ahora bien, si raras veces o nunca conocemos el verdadero promedio del colectivo o población, cómo podremos expresar, cuánto se le aproxima el promedio de la muestra que hemos tomado ?

Con la condición de que el muestreo haya sido realizado correctamente, mas adelante se expondrá cómo existen métodos para determinar cuantitativamente el "grado de confianza" que merece o podemos tener en el promedio de una muestra, como estimación (o representación) del "verdadero" promedio del colectivo, llamado parámetro.

En fin, la media artimética es el promedio más conocido, y usado en la práctica, y por lo tanto todo el mundo sabe calcularla.

Si consideramos n valores de la variable $x_1, x_2 \ldots\ldots, x_n$, definimos la media aritmética, que representamos por $\bar{x}$ (minúscula y se lee equis **superraya** , equis barra o equis media), como el cociente de dividir la suma de los valores de la variable, por el número de ellos, es decir:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_n}{n}$$

<u>Cálculo de la media aritmética para datos sin agrupar : (media aritmética simple)</u>

La media aritmética de un grupo de datos, puede obtenerse sumando todos los datos y dividiendo la suma de éstos, por el número de ellos.

La media así obtenida se llama media aritmética simple. Su cálculo se expresa en símbolos así:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots\ldots\ldots + x_n}{n} = \sum \frac{x_i}{n}$$

en donde:

$\bar{x}$ = significa media aritmética,

$\sum$ = significa "suma de" y se lee "sigma de" o "sumatoria de",

x_i = son los datos individuales o valores de la variable.
n = significa el número de datos o de valores de la variable, que se han observado, o sea es el número de elementos que componen la muestra.

También se dice que es el "tamaño de la muestra".

Ejemplo.

Calcular la media aritmética simple de los valores de la siguiente variable discreta. (Número de hijos vivos, en 4 familias de empleados de un banco de Bogotá).

Planteamiento:

Primera familia: $x_1 = 2$ hijos.
Segunda familia: $x_2 = 4$ hijos.
Tercera familia: $x_3 = 6$ hijos.
Cuarta familia : $x_4 = 8$ hijos.

Tamaño de la muestra: n = 4 familias.

Cálculo:

x_i
2
4
6
8
20

$$\sum x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

$$\sum x_i = 2 + 4 + 6 + 8 = 20$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{20}{4} = 5$$

Respuesta: cinco hijos por familia, en promedio.

Cálculo de la Media Aritmética para datos agrupados en una distribución de frecuencias (Media Aritmética Ponderada).

Cuando hay que calcular la media aritmética de un número considerable de datos, el método indicado anteriormente, es demasiado laborioso y por lo tanto expuesto a errores. Si el número de datos es muy grande, el sencillo acto de sumar, puede llegar a tener tal complejidad, que sea físicamente imposible llevarlo a cabo, acertadamente. Por ejemplo, si hay que calcular la media aritmética, a un conjunto de cinco a seis mil datos, la suma correcta de esa enorme cantidad de números, es muy difícil de obtener aún cuando se valga uno de máquinas de sumar.

Un método más conveniente y eficaz, es agrupar los datos en la forma de una "distribución de frecuencias", tal como lo explicamos en la lección quinta, y después calcular la media aritmética de la distribución.

Si $x_1, x_2, \ldots, x_n$, son los valores de la variable, o marcas de clase (si la variable es contínua), y $n_i, n_2, \ldots\ldots, n_i$ sus respectivas frecuencias absolutas, o repeticiones , la media aritmética ponderada, se define como el cociente resultante de dividir la suma de los valores de la variable, previamente multiplicados cada uno por su frecuencia respectiva (es decir por el número de veces que se presente) por el número de datos (igual al total de frecuencias). Es decir, el cálculo de la media es, en este caso, ligeramente distinto, del de la media aritmética simple así:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + n_2 + \ldots\ldots\ldots + x_n \; n_i}{n_1 + n_2 + \ldots\ldots\ldots + n_i} = \frac{\Sigma \; x_i n_i}{\Sigma \; n_i}$$

Si convenimos que :

$$\Sigma \; n_i = n$$

Tendremos entonces:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma \; xini}{n}$$

Ejemplo

Supongamos que un tendero compra, 10 docenas de huevos, a los siguientes precios:

3 docenas a \$ 2, ___
4 docenas a \$ 4, ___
2 docenas a \$ 6, ___
1 docena a \$ 8, ___

Si de esta serie de precios queremos deducir un precio medio, es evidente que sería un error calcular la media aritmética simple de los precios. Para obtener un valor central, o precio representativo del conjunto de estos precios, es preciso tener en cuenta las docenas adquiridas a cada precio, esto es "ponderar" los precios; o sea, dicho en otras palabras, darle la importancia que corresponde a cada precio, de acuerdo con el número de docenas de huevos que compró el tendero, a ese precio.

Esta ponderación se efectúa, multiplicando los precios, por las docenas compradas a cada uno de dichos precios. Se calcula luego una media, dividiendo la suma de tales productos, por la suma de las cantidades de docenas. La media aritmética en este caso será, pues :

$$\bar{x} = \frac{(3x2) + (4x4) + (2x6) + (1x8)}{3+4+2+1} = \frac{6+16+12+8}{10} = \frac{42}{10} = 4,2$$

Su interpretación es clara: el numerador 42 pesos, es el costo total de las 10 docenas y por tanto, el cociente, de dividir dichos 42 pesos, por las 10 docenas, representa el precio media de una de ellas, o sea 4,2 pesos.

Lo más corriente, es disponer los datos y las operaciones en tres columnas como en el cuadro siguiente. En la primera se colocarán los valores x_i de la variable; en la segunda, las repeticiones o frecuencias absolutas n_i y en la tercera los productos de cada valor x_i por su frecuencia correspondiente n_i o sea las ponderaciones. Se sumarán la segunda y tercera columna y luego se obtendrá el cociente, de dividir el total de ésta (suma de las ponderaciones), por el total de aquellas (suma de las frecuencias absolutas) :

Cuadro No. 1

Precios x_i	Frecuencias n_i	Ponderación $x_i\, n_i$
2	3	6
4	4	16
6	2	12
8	1	8
	10	42

media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i\, n_i}{n} = \frac{42}{10} = 4,2$$

Si en vez de considerar las frecuencias absolutas, consideramos las relativas, la media aritmética, toma la forma:

$$\bar{x} = x_1 h_1 + x_2 h_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + x_n h_n$$

$$\bar{x} = \sum x_i h_i$$

En la que $h_i = \frac{\sum n_i}{n}$ (frecuencia relativa)

En efecto la media aritmética ponderada, estudiada antes, se puede entonces escribir así:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{n} = \sum x_i \; h_i$$

Ejemplo.

Calcular la media aritmética ponderada de la siguiente variable agrupada en una distribución de frecuencias:

Cuadro No. 2

Precios x_i	Frecuencias absolutas n_i	Frecuencias relativas h_i	Ponderación. $x_i \; h_i$
2	3	0.30	0.60
4	4	0.40	1.60
6	2	0.20	1.20
8	1	0.10	0.80
	10	1.00	4.20

Media aritmética:

$$\bar{x} = \sum x_i \; h_i = 4.20$$

Puede observarse que como era de esperarse, se obtiene el mismo valor para la media aritmética, utilizando para la ponderación, las frecuencias absolutas o las frecuencias relativas.

En metodología de los índices, que más tarde estudiaremos, las frecuencias relativas son llamadas "coeficientes" o "factores" de ponderación, y se utilizan para dar la importancia relativa a los índices, de acuerdo con la participación, mayor o menor, (proporción) de los respectivos artículos, por ejemplo, en los consumos totales familiares.

Las frecuencias relativas se obtienen dividiendo cada una de las cantidades de las frecuencias absolutas, por el total (global) de las mismas. Así, en nuestro ejemplo:

$$\frac{3}{10} = 0.30; \quad \frac{4}{10} = 0.40; \quad \frac{2}{10} = 0.20; \quad \frac{1}{10} = 0,10$$

La suma de las frecuencias relativas debe ser siempre igual a 1 (uno) puesto que se trata de un porcentaje que representa un reparto proporcional de unos valores frente a su total. El lector fácilmente puede comprobar esta propiedad, que es muy importante.

Métodos abreviados para calcular la media aritmética.

Frecuentemente, en las operaciones estadísticas, los valores son grandes y si las frecuencias y los valores de los "puntos medios" en el caso de las variables continuas son también grandes, el método anterior supone una serie de engorrosos cálculos. Con el fin de evitarlos hay procedimientos abreviados y rápidos, que simplifica, en gran manera, el cálculo que hasta ahora hemos descrito.

Como estos métodos son muy importantes en los cálculos estadísticos, el lector será iniciado en su aplicación, paso a paso, para que observe que la obtención de la media aritmética se facilita notablemente, sobre todo cuando los datos tiene cifras decimales, mediante el artificio que indicaremos a continuación, basándose en algunas propiedades de la media aritmética que indicaremos más adelante.

Primer procedimiento abreviado.

Supongamos que trasformamos las n observaciones $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ en nuevas observaciones $d_1, d_2, \ldots, d_n$, mediante el siguiente cambio o relación,

Cada nueva observación es igual a :

$$d_i = x_i - 0_t$$

en la que 0_t es un número fijo llamado "origen arbitrario de trabajo" "es elegido a priori" de tal modo que las diferencias o desviaciones entre x_i y 0_t, o sea $d_i = x_i - 0_t$, sean más fáciles de manejar.

Entonces cada uno de los valores de la variable, de acuerdo con la última fórmula, será igual, (despejando a x_i) a:

$$x_i = 0_t + d_i$$

y sustituyendo, en la fórmula clásica de la media aritmética, los valores de la variable original por los de la nueva variable, tendremos :

$$x = \frac{\sum x_i n_i}{n} = \frac{\sum (0_t + d_i) n_i}{n} = \frac{\sum 0_t n_i}{n} + \frac{\sum d_i n_i}{n}$$ y como

$$\frac{\sum n_i}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

porque $\sum n_i = n$, según hemos visto y $\frac{\sum d_i n_i}{n} = \overline{x}$

media aritmética de los valores de la nueva variable :

$d_i = x_i - 0_t$, o sea media aritmética de las desviaciones o diferencias, con respecto a un origen arbitrario de trabajo.

Sustituyendo tendremos:

$$\overline{x} = 0_t + \overline{x}$$

o bien

$$\overline{x} = 0_t + \sum \frac{(x_i - 0_t)\ n_i}{n}$$

o sea que, por el primer procedimiento abreviado, para calcular la media aritmética, esta es igual al orígen arbitrario de trabajo, más la media aritmética de las desviaciones de cada uno de los valores de la variable, con respecto a este origen arbitrario de trabajo.

(Esta propiedad es válida para la media simple y para la media ponderada)

Ejemplo:

Calcular por el primer método abreviado, la media aritmética de la distribución que figura en el ejemplo 2o. de esta lección.

Procederemos en la forma siguiente:

1. Elegiremos arbitrariamente un origen auxiliar de trabajo, 0_t un procedimiento común es el de tomar el valor de la variable, al cual corresponde la mayor frecuencia.

2. Colocaremos en la columna (o), del Cuadro No. 3 las diferencias o desviaciones, con sus correspondientes signos, entre cada uno de los valores de la variable (o de las marcas de clase) y el origen arbitrario de trabajo elegido, que en este ejemplo es 4.

3. Efectuaremos las multiplicaciones de estas diferencias, por las frecuencias respectivas y las indicaremos en la columna (d).

4. Obtendremos la suma algebráica de estos últimos productos.

5. Dividiremos esa suma, por el total de las frecuencias de la columna (b), con lo que habremos hallado la media aritmética de los valores d_i o sea $\overline{x}$ (léase: equis superraya prima).

6. Agregaremos a este último valor hallado, el valor del origen arbitrario (auxiliar) de trabajo 0_t, con lo cual conseguiremos finalmente la media aritmética pedida.

Los cálculos descritos, paso a paso anteriormente los dispondremos, en el cuadro siguiente así:

Cuadro No. 3

	Precios x_i (a)	Frecuencias n_i (b)	Desviaciones $x_i - 0_t$ (c)	Desviaciones ponderadas. $(x_i - 0_t)\, n_i$ (d)
	2	3	-2	-6
$0_t \rightarrow$	4	4	0	6 / +8
	6	2	+2	+4
	8	1	+4	+4
		10		2

$0_t = 4$

$n = 10$

$$\overline{x} = 0_t + \frac{\sum (x_i - 0_t)\, n_i}{n}$$

Reemplazando:

$$= 4 + \frac{2}{10}$$

$$= 4 + 0,20 =$$

$$= 4,20$$

Se advierte que, como tenía que suceder, este valor es igual al que habíamos obtenido en el desarrollo del ejemplo de esta lección.

El origen arbitrario de trabajo 0_t, aparece en el cuadro indicado con una flecha.

La casilla correspondiente a la fila del orígen arbitrario de trabajo y a la columna (d), contiene un cero y no hace falta escribirlo. En cambio hay una línea diagonal para separar la suma negativa que aparece en la parte superior de dicha casilla y a la izquierda de la suma positiva que figura en la parte inferior y a la derecha. Esta manera de operar facilita los cálculos.

El cálculo de la media aritmética, de una distribución de frecuencias, puede aún simplificarse más, por una consideración de las características de tal distribución.

Propiedades de la Media Aritmética.

La media aritmética posee notables propiedades pero solamente describiremos una que es fundamental.

"La suma (algebráica) de las desviaciones, con respecto a la media aritmética, de cada uno de los valores de la variable, siempre es igual a cero, cualquiera que sea la distribución".

En efecto, sean :

$x_1, x_2, \ldots, x_n$, los valores de la variable,

$\overline{x}$ la media aritmética de esos valores

$d_1, d_2, \ldots, d_n$, las desviaciones de cada uno de los valores de la variable con respecto a la media aritmética .

Esto es :

$d_1 = x_1 - \overline{x}$

$d_2 = x_2 - \overline{x}$

$d_3 = x_3 - \overline{x}$

.....

$d_n = x_n - x$

Además, por definición, se tiene que la media es igual a:

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots + x_n}{n}$$

$$\overline{nx} = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots + x_n$$

Pero también:

$$\overline{nx} = \overline{x} + \overline{x} + \overline{x} + \ldots\ldots\ldots + \overline{x}$$

Recordando que dos cantidades que son iguales a una tercera, también son iguales entre sí, tenemos:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots + x_n = \overline{x} + \overline{x} + x \ldots\ldots\ldots\ldots + \overline{x}$$

pasando los términos del segundo miembro de la ecuación, al primero, tenemos:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots + x_n - \overline{x} - \overline{x} - \overline{x} \ldots\ldots\ldots - \overline{x} = 0$$

A cada valor positivo le podemos restar el negativo.

$$(x_1 - \overline{x}) + (x_2 - \overline{x}) + \ldots\ldots\ldots\ldots (x_n - \overline{x}) = 0$$

Pero como cada una de las desviaciones $(x_1 - x)$ es igual a d_i, entonces tenemos que:

$d_1 + d_2 + d_3 + \ldots\ldots\ldots + d_n = 0$ (l.c.q.d.) (léase: lo cual queríamos demostrar).

Si se elige algún otro valor o punto, distinto de la media aritmética, la suma de las desviaciones con respecto a este punto, nunca será igual a cero.

2. Mediana. Es el segundo tipo de promedio estadístico, que consideramos como medida de posición, y se define como M_e.

En distribuciones discretas, no agrupadas en clases, puede definirse como el valor que ocupa el lugar central de la variable, cuando todos los valores están ordenados, en orden o sentido creciente o decreciente, de acuerdo con su magnitud, de tal manera que la mitad de dichos valores tienen un valor inferior o igual a él, y la otra mitad superior o igual a él.

Es decir, es aquel valor que tiene la propiedad de que el número de datos de la distribución menores que él, es igual al número de datos mayores que él. O sea, que si colocamos los datos, como anotamos antes, por orden de magnitud, la mediana divide en dos partes iguales al total de datos. Si el número (n) de datos es impar, esta definición es completa. Si (n) es par, es ambigua. **Explicaremos esto a continuación.**

Cálculo de la mediana para datos sin agrupar, en distribución de frecuencias.

Se dan dos casos, en el cálculo de la mediana de los datos sin agrupar o clasificar (distribuír en clases).

Caso en el cual sea "impar" el número de datos. (Y estos no estén distribuídos en frecuencias).

Basta ordenarlos en sentido creciente o decreciente y la "mediana" será aquel valor que ocupe el lugar central. Para saber en una serie larga impar cuál es el lugar que ocupa la M_e, se suma el total de datos. una unidad y se divide por dos y el cociente indica exactamente el valor mediano:

$$\frac{n+1}{2} = ?$$

Ejemplo:

Calcular la mediana de los siguientes valores : 10, 2, 6, 4, 8.

Lo primero que tenemos que hacer es ordenarlos, en el orden que queremos, por ejemplo, en el ascendente:

2, 4, 6, 8, 10.

Cuál de éstos valores es la mediana de la serie ? De acuerdo con la definición se ve que es el 6, puesto que es el punto medio o el valor, que cae en la mitad de la serie, dejando 2 valores inferiores y 2 valores superiores a él.

Caso en el cual sea "par" el número de datos (y éstos no estén distribuídos en frecuencia).

En este caso la mediana es indeterminada, ya que todo valor, comprendido entre los que ocupan los dos lugares centrales (que dejan igual número de valores a cada lado, después de ordenarlos) responden a la definición de mediana.

Ejemplo:

Determinar la mediana de la siguiente serie de valores:

8, 2, 6, 4, 12, 10

En primer lugar, los ordenamos en orden creciente:

2, 4, 6, 8, 10, 12

Como el número de valores es para (6 valores), habrá 2 observaciones centrales y la mediana será entonces, la media aritmética de estos dos valores centrales.

$$M_e = \frac{6+8}{2} = 7$$

Cálculo de la mediana para datos agrupados en distribución de frecuencia.

Cuando los valores están agrupados, la mediana se encontrará en el intervalo cuya repetición acumulada sea la mayor, que no supere a la mitad de los datos.

" Cuando el número de observaciones es muy grande, resulta difícil aplicar los procedimientos anteriormente expuestos por lo que suele recurrirse a concentrar primero las observaciones en forma de una distribución de frecuencia".

La localización de la mediana, cuando los datos se presentan ya ordenados, en forma de distribución de frecuencias, se lleva a cabo de la siguiente manera:

a. Se divide por dos, el valor total de las frecuencias absolutas, lo que nos dará el número de éstas, que ha de quedar a cada lado del punto que se trata de determinar.

b. Partiendo de uno de los extremos de la columna de frecuencias, se van sumando o acumulando éstas, hasta alcanzar el límite del grupo que contiene el valor de la mediana, qué nos proponemos hallar.

c. Se determina el número de las frecuencias absolutas de este grupo que se debe añadir a la cantidad de frecuencias acumuladas obtenidas, hasta el anterior intervalo de clase, para que resulte un número igual al total de frecuencias dividido por dos, (n/2).

d. Este número que se debe agregar, se divide por el número total de frecuencia, que existen en el grupo, donde está comprendido el valor de la mediana.

e. Se multiplica el anterior cociente, por la amplitud "c" del intervalo.

f. Se suma finalmente el anterior resultado al límite inferior del intervalo de clase que contiene la mediana.

Ejemplo:

Calcular la mediana de la siguiente variable continua, agrupada en distribución de frecuencias, referente a los salarios, en pesos por días, de 276 obreros, de una finca cafetera de Colombia (Datos hipotéticos).

Cuadro No. 4

	Intervalos de clase (a)	Marcas de clases x_i (b)	Frecuencias absolutas n_i (c)	Frecuencias absolutas acumuladas n_i (d)	
	2,75 - 3,24	3,00	8	8	$n = 276$
	3,25 - 3,74	3,50	31	39	$\frac{n}{2} = \frac{276}{2} = 138$
	3,75 - 4,24	4,00	52	91	
	4,25 - 4,74	4,50	38	129	
M_e	4,75 - 5,24	5,00	39	168	
	5,25 - 5,74	5,50	42	210	
	5,75 - 6,24	6,00	35	245	
	6,25 - 6,74	6,50	13	258	$a = 0,50$
	6,75 - 7,24	7,00	5	263	
	7,25 - 7,74	7,50	4	267	
	7,75 - 8,24	8,00	9	276	
			276		

Ahora como antes, lo que se pretende es determinar el punto céntrico de la escala, a cada lado del cual se halla la mitad de los datos, como el número total de casos, en este ejemplo, es de 276, la mitad o sea 138, caerán a cada lado de la mediana. El problema está, entonces, en localizar tal valor, en una distribución de frecuencias en la que se ha perdido, como si dijeramos, la identidad de los valores individuales.

Comenzando por el extremo inferior (8), de la columna de frecuencias (c) ; se van acumulando, hasta llegar al primer intervalo que contiene el caso número 138. A este intervalo se le llama al "intervalo mediano".

En el Cuadro No. 4 el intervalo mediano, es el intervalo 4,75, 5,24. Hay 129 casos incluídos desde el comienzo de la columna, hasta el límite superior del intervalo anterior

4,25 - 4,74. El siguiente intervalo, el mediano, contiene 39 casos; de manera que el caso número 138, tiene que caer o estar en alguna parte de este intervalo.

Pero, dónde ?

Para objeto de interpolación, suponemos o hacemos la hipótesis de que los 39 casos de este intervalo, se reparten o distribuyen homogéneamente (o uniformemente), en toda la amplitud del intervalo, cuyos "límites" exactos son 4,75 y 5,25.

Necesitamos 9 casos más, para llegar a 138, de manera que debemos alcanzar a los 9/39 de la amplitud de este intervalo.

La "amplitud total" del intervalo es 5,25 menos 4,75 es decir 0,50 de manera que llegamos a los 9/39 de 0,50 o sea 0,115 unidades, dentro del intervalo.

Agregando 0,115, al límite inferior exacto, del intervalo mediano, que es 4,75 obtenemos el valor de la mediana, que es 4,75 + 0,115 = 4.865.

Podemos resumir todo el procedimiento, anotando anteriormente, expresándolo en símbolos, y en una fórmula, así:

$$M_e = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - f_1}{f_2} \right] c$$

donde

L_i = Límite inferior exacto del intervalo mediano.

n = número total de observación o frecuencias.

$\frac{n}{2}$ = número que representa la mitad de los casos.

f_1 = Suma de todas las frecuencias anteriores al intervalo mediano o sea sin incluir a éste.

f_2 = frecuencias dentro del intervalo mediano.

c = amplitud o disminución del intervalo.

Aplicando esta fórmula a nuestro Ejemplo resulta.

$$M_e = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - f_1}{f_2}\right] c =$$

$$= 4,75 + \left[\frac{\frac{276}{2} - 129}{39}\right] \times 0,50 =$$

$$= 4,75 + \left[\frac{138 - 129}{39}\right] 0,50 =$$

$$= 4,75 + \left[\frac{9}{39}\right] 0,50$$

$$= 4,75 + 0,230 \times 0,50 =$$

$$= 4,75 + 0,115 =$$

$$= 4,865$$

El procedimiento es el mismo, sea el número (n) de datos par o impar, Por ejemplo, si "n" fuese 277, entonces n/2, en la fórmula, sería 138,5, y el valor de la mediana, se calcularía exactamente como antes.

Para calcular la mediana no es necesario, que los intervalos tengan una dimensión o amplitud igual (constante) ya que solamente interviene en su cálculo un solo intervalo, el "mediano".

3. Moda. Es el tercer tipo de promedio estadístico, que estudiaremos como medida de posición.

Es el valor que aparece con mayor frecuencia en una distribución, es el suceso que se verifica más a menudo; es lo típico, porque está de "moda".

El tamaño o "estilo modal" del calzado, es el tamaño o estilo que más se lleva, o se usa en cierto momento, o sea que corresponde a mayor número de individuos que lo usan, que cualquier otro. El "salario modal" es el salario más "frecuente".

Muchas veces, no es posible hacer una determinación matemáticamente exacta de la moda, pero se pueden utilizar algunos métodos, que nos proporcionen una aceptable aproximación.

Las distribuciones pueden ser unimodales, bimodales o multimodales según que tengan una, dos o varias modas.

Cálculo de la moda, en el caso de que los datos no estén agrupados en una distribución de frecuencia.

Como anotamos ya, la moda es el valor más frecuente o repetido.

Ejemplo:

Una tienda de zapatería clasifica, por estilos o modelos, los zapatos de hombre, vendidos durante un año, y obtiene los siguientes resultados:

Modelo	100	327 pares
"	200	476 "
"	300.....	841 "
"	400	572 "
"	500	421 "
"	600	304 "

La moda corresponde al modelo 300 porque tiene la mayor frecuencia.

Podrían haber sido, dos o tres "modas", si hubiera habido dos o tres frecuencias iguales.

Cálculo de la moda en el caso de que los datos estén agrupados en una distribución de frecuencias.

Para hallar la moda de una distribución de valores, agrupados en intervalos de clase, determinaremos cuál es el intervalo que registra una mayor frecuencia. Esta sería una primera determinación del promedio tipo. Pero dentro de este intervalo cuál es el valor que corresponde a la frecuencia máxima ?

Siempre que la distribución de los valores sea aproximadamente simétrica, se puede obtener un valor cercano a la verdadera moda (casi siempre desconocida), mediante la fórmula siguiente:

$$M_o = L_i + \left[\frac{f_2}{f_1 + f_2} \right] .c$$

en la cual

L_i = límite inferior exacto del intervalo modal,

f_1 = frecuencia en el intervalo inferior (o anterior) al intervalo modal,
f_2 = frecuencia en el intervalo superior (siguiente) al intervalo modal,
c = dimensión o amplitud del intervalo.

Ejemplo:

Calcular la moda de la siguiente variable contínua, agrupada en una distribución de frecuencias, referente a la altura o talla, de una muestra de 170 estudiantes de la Universidad de Colombia.

Cuadro No. 5

Intervalos de clases	Frecuencias absolutas. n_i
1,57 - 1,59	3
1,59 - 1,61	4
1,61 - 1,63	6
1,63 - 1,65	14
1,65 - 1,67	28
1,67 - 1,69	49
1,69 - 1,71	32
1,71 - 1,73	23
1,73 - 1,75	8
1,75 - 1,77	3

c = 0,02

$$M_o = L_i = \left[\frac{f_2}{f_1 + f_2}\right] c$$

$$M_o = 1,67 \left[\frac{32}{28 + 32}\right] .0,02 =$$

$$= 1,67 \left(\frac{32}{60}\right) .0,02 =$$

$$= 1,67 + (0,533).(0.02) =$$

$$= 1,67 + 0,01 =$$

$$= 1,68 \text{ metros.}$$

Casi todos los autores estadísticos están de acuerdo en que la fórmula anterior no da un valor exacto de la moda, sino que su valor es aproximado, pero que no por eso deja de ser aprovechable. Además es la más usada.

Como anotamos, al principio, no es posible obtener cifra matemática exacta de la moda. Pero pueden usarse varios métodos, para obtener aproximadaciones razonables, que el lector interesado puede estudiar en cualquier texto o manual estadístico.

En primera aproximación, se puede tomar como valor de la moda, el "punto medio" del intervalo modal, ésto es, el intervalo de frecuencias máxima.

En nuestro ejemplo, el "punto medio", o "marca de clase", es 1,68 valor que coincide en este caso, con la moda que hemos calculado por medio de la fórmula.

Medidas de posición.

Ejercicios.

a. Halle el promedio aritmético de estas series.

A	B	C	D	E
2	10	1	2	10
2	0	2	4	20
2	0	3	6	30
2	5	4	8	40
2	0	5	10	50
10	15	15	30	150

b. Halle el promedio aritmético de estas series tomando el origen arbitricio de trabajo 12.

A	B
5	7
10	8
12	10
14	12
18	15

c. Se han comprado los siguientes pares de zapatos a sus correspondientes precios:

Precios	Cantidad
$ 20	5 pares
25	8 "
30	10 "
40	10 "
45	8 "
50	6 "

Halle el precio ponderado de los zapatos que se han adquirido.

- por el método común.
- tomando como origen arbitrario 30

d. Cuál es el salario promedio en la construcción si en una obra se emplea distinta clase de personal en diferentes proporciones y con diferentes salarios, asi:

$ Jornales	Cantidad de personas
25 maestro de obra	1
20 pintor	2
15 oficiales	2
10 alcanzadores	6

e. Cuál es el costo promedio de los tractores que se han importado en estos años.

Años	Precios	Cantidad
1957	10.000	100
1958	15.000	50
1959	20.000	50
1960	30.000	30
1961	40.000	20
		250

f. Los datos de producción de maíz en los municipios de varios departamentos productores del grano arrojan la siguiente serie :

Producción Toneladas.	Puntos Medios	Frecuencias. No. de municipios.
1 - 10	5	2
10 - 20	15	3
20 - 30	25	4
30 - 40	35	5
40 - 50	45	7
50 - 60	55	10
60 - 70	65	7
70 - 80	75	5
80 - 90	85	4
90 -100	95	3
		50

Calcule el promedio aritmético, la mediana y la moda.

D. Medidas de Dispersión

Para el estudio o análisis de los datos correspondientes a una sirie estadística de observaciones, es preciso reducirlos previamente a unos pocos valores representativos, o características, que la mente pueda interpretar y retener fácilmente. Esta reducción ya necesaria para una serie única es indispensable, para la comparación de dos o más series entre sí.

Entre estos valores, están los promedios que hemos estudiado en la lección anterior, y que representan la tendencia central, o posición predominante de los valores de la variable.

Pero estas características, como la media aritmética, y la mediana por ejemplo, son insuficientes para describir convenientemente una serie de valores. Aunque nos dicen mucho sobre la distribución, de ningún modo nos dan una idea completa. Si fuera necesario comparar dos distribuciones y sólamente nos valiéramos del promedio, las conclusiones que sacaríamos, podrían ser totalmente erróneas.

Dos distribuciones pueden tener la misma media y ser, sin embargo, muy distintas la una de la otra, en su dispersión. Los valores de una pueden variar muy poco, con respecto a su media, mientras que los de la otra pueden variar mucho. Así aunque en dos países, la "renta media" por habitante, sea igualmente de U.S. $ 300 por ejemplo, la distribución de los ingresos es muy distinta, si en uno, las rentas oscilan entre 250 y 350 dólares y, en el otro, entre 50 y 550.

El conocimiento de un valor central, da solamente una idea incompleta del conjunto estudiado, si se ignora cómo se agrupan los distintos elementos que lo forman, alrededor de dicho valor central.

La media nos dá una idea del valor central, alrededor del cual se distribuyen las observaciones individuales, pero nada nos dice de cómo están distribuídas. Por eso esta medida es necesaria, pero no suficiente, para describir o representar una serie de valores, siendo así que no la caracteriza perfecta y totalmente.

El promedio tampoco nos dice nada, sobre si los valores pequeños de una distribución son más numerosos que los mayores, ni si las diferencias entre los distintos elementos, varían o no regularmente, y si son grandes o por el contrario son de escasa significación.

Prueba de esta insuficiencia, nos la da la comparación de dos series de sueldos, por día, de cinco categorías de empleados, en dos Bancos comerciales de Bogotá.

	Banco X	Banco Z
Categoría 1a.	81 pesos	53 pesos
Categoría 2a.	67 "	52 "
Categoría 3a.	42 "	42 "
Categoría 4a.	7 "	38 "
Categoría 5a.	3 "	15 "

que siendo evidentemente muy diferentes, tienen sin embargo la misma mediana: 42, e idéntica media aritmética : 40 (pesos por día-empleado).

Si las tallas de esposo y esposa de un matrimonio colombiano son de 1,70 y 1,69 y la de un matrimonio norteamericano de 1,80 y 1,60, respectivamente, ambos matrimonios tienen la misma talla media: 1,70. Sin embargo, las tallas del segundo matrimonio se hallan más alejadas o dispersas de la talla media de las 2 parejas, y por consiguiente, al compararlas "su aspecto es completamente distinto".

Aún más, dos distribuciones de datos pueden ser "simétricas" y tener las mismas medias, medianas y modas. Pero pueden diferenciarse marcadamente, en la distribución de los valores individuales, con respecto a la media de la tendencia central.

La manera como un carácter varía cuantitativamente, en un conjunto de individuos, sólo puede saberse mediante un análisis numérico de la serie de observaciones obtenidas, estudio que tiende a darnos una idea general de la variabilidad. En efecto, nos interesa mucho conocer si las distintas medidas obtenidas, difieren entre sí, mucho o poco, si existe una tendencia marcada a concentrarse alrededor de un valor medio, o por el contrario, si se desparraman o esparcen a todo lo largo de los valores hallados.

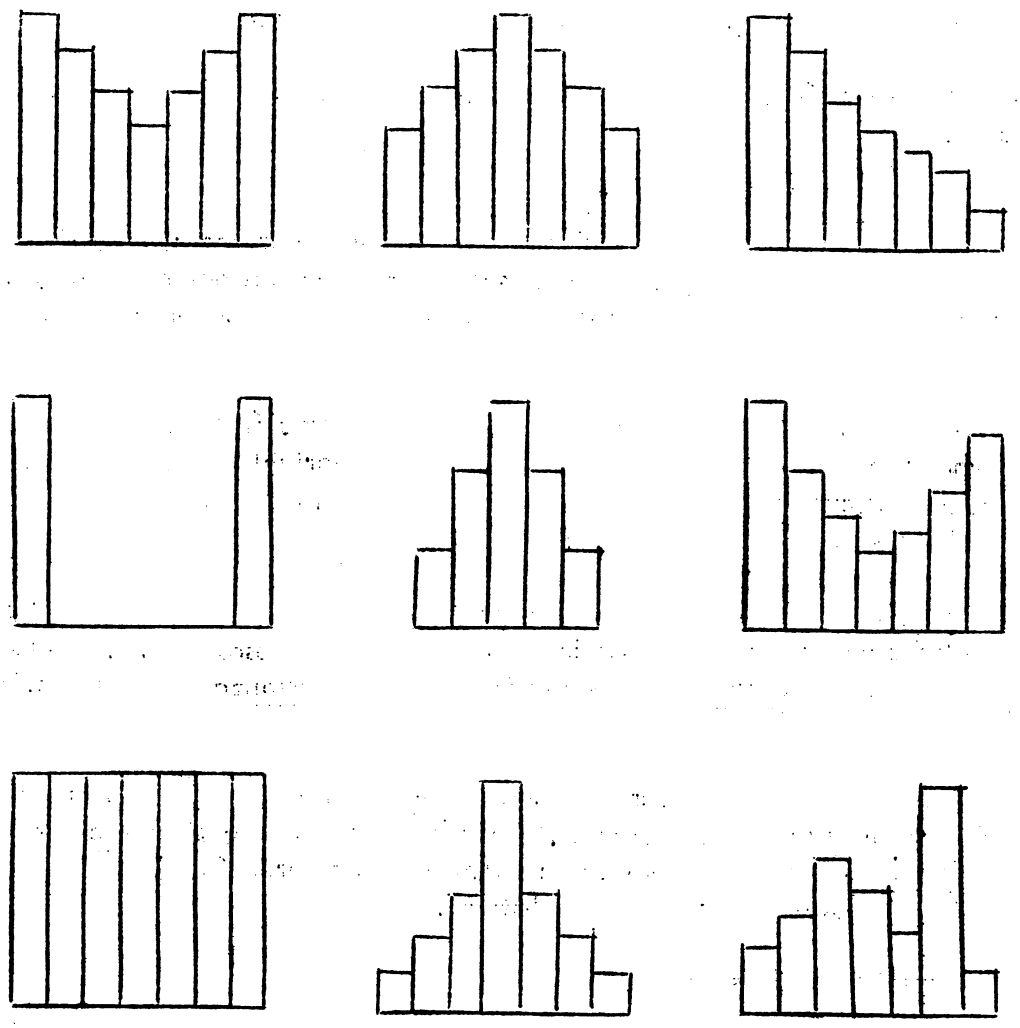
De esta tendencia, depende el juicio que formemos del carácter, como expresión típica del fenómeno examinado, pues si se mantiene poco variable, lo que equivale a concentración hacia un valor medio, este adquirirá la consistencia necesaria para servir de medida típica, mientras que si se dispersa mucho, alejándose sus distintos valores de dicho valor medio, nada puede significar con respecto a las verdaderas particularidades del conjunto, al cual se intenta representar con el promedio.

Así pues, que el valor de un promedio, sólo adquiere relieve o importancia, cuando es pequeño el grado de dispersión de los datos sobre los cuales se calculó. En caso contrario, la distribución (de la cual se obtuvo el promedio) no obedece a ninguna ley, y, el valor medio, carece de poder representativo del fenómeno que se investiga.

Por tanto, un concepto fundamental en estadística, y en cualquier rama de la investigación, es que un promedio no dá, por sí mismo, una clara idea de la forma o característica de la distribución, de la cual se obtuvo, y que por tanto sería una grave equivocación, intentar representarla o definirla, por medio de esta sola medida, sin conocer su consistencia previamente.

Las figuras del siguiente gráfico, muestran un grupo de distribuciones cuyas medias son todas iguales, aunque obviamente difieren, en general, en su apariencia. Estos son unos pocos ejemplos en los cuales es evidente que nuestro conocimiento de la media aritmética (o cualquier otra medida de posición), tiene que ser complementado con el de otra medida que nos describa o nos diga alguna cosa, en relación con lo mucho o poco que se encuentran concentrados o dispersos, los elementos del conjunto, objeto del estudio, alrededor de su respectivo valor medio.

Distribuciones de frecuencias con medias iguales,



Por lo que para caracterizar una distribución, se precisa emplear, además de su valor medio, un valor que indique su dispersión, es que tenemos que estudiar una medida o descripción matemática de este grado de dispersión, la cual permita darnos cuenta en qué cantidad, los datos estadísticos difieren del valor promedio que aspiramos sea representativo de ellos, y, por consiguiente, del conjunto del cual se tomaron como muestra.

Esta medida nos indicará, por tanto, si se hallan muy concentrados en el "entorno" de este valor central, o algunos pocos o muchos, se alejan bastante de él, y hasta qué punto sus variaciones son debidas al azar, o sea sin que exista una influencia especial, que oriente o fuerce, a la variabilidad, en un sentido determinado.

El estudio de la concentración o esparcimiento de los datos, que hemos venido anunciando, se conoce en la literatura estadística, con el nombre de "Teoría de la Dispersión", cuyo tratamiento se hace determinando unas características especiales, de las que nos ocuparemos, tan solo de las más importantes, en los párrafos siguientes.

Las medidas de dispersión proporcionan, pues, una idea del esparcimiento de los valores de la variable.

El segundo paso, por consiguiente, en el examen cuantitativo de un conjunto de datos, en forma tal que puedan apreciarse inmediatamente sus particularidades, después de calcular el promedio, es analizar la forma en que están distribuídas las observaciones; por ejemplo, si se distribuyen uniformemente o por el contrario tienden a concentrarse alrededor de un valor central, etc.

Para medir esta dispersión y también su inversa, la concentración (cuanto menor es la dispersión, mayor es la concentración), de los valores de la variable, respecto de su valor central (que puede ser cualquier promedio), se han ideado ciertas "medidas" de "dispersión" de las cuales distinguiremos dos clases:

a. Medidas absolutas de dispersión, que son aquellas que vienen expresadas en unidades concretas, como centímetros, kilogramos, pesos, etc. . Los más aplicados son: el recorrido, la desviación media, la varianza y la desviación típica o desviación standar.

b. Medidas relativas de dispersión, que son aquellas que vienen expresadas por números abstractos y porcentajes. La más importante, es el coeficiente de variación que tiene la ventaja de permitir la comparación de la variabilidad, de fenómenos de naturaleza muy distinta.

1. Medidas absolutas de dispersión.

a. El recorrido. El recorrido o campo de variación de la variable, es la más sencilla y popular de las medidas de dispersión y se define como la

diferencia entre los dos valores extremos de la variable, o sea el valor máximo, menos el mínimo, del conjunto de números. Como se advierte, es muy fácil de calcularla y de comprenderla.

Cuando son pocos los valores que toma la variable, es de mucha utilidad y así en el Control de Calidad de la producción industrial, cuando el número de datos que utiliza cada muestra es pequeño, es decir 4 ó 5, resulta la medida más conveniente.

Como su valor depende de dos datos solamente (el máximo y el mínimo), infortunadamente no nos dice gran cosa de la distribución de los datos, entre los dos extremos y por eso su uso es considerablemente limitado, especialmente cuando las muestras son grandes.

Sin embargo, es utilizado cuando estamos interesados en conseguir rápidamente, aunque no en forma muy adecuada, el campo de variación u oscilación de un conjunto de datos o mejor, la distancia o amplitud entre los extremos.

Así, cuando decimos que las "acciones" de tal empresa tuvieron precios que fluctúan entre "tanto y tanto", estamos utilizando el "recorrido" de la variable.

En símbolos se define el recorrido así:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

donde:

x_{max} = valor máximo observado.

x_{min} = valor mínimo observado.

<u>Ejemplo:</u>

Hallar el recorrido de los precios de la papa, por bultos de 62, ½ kg. en Bogotá, durante los meses de 1961. (Datos hipotéticos).

En.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Agost.	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.
63,5	68,3	66,6	70,2	71,4	72,5	71,6	68,0	84,9	72,2	84,0	84,7

$$R = 84,9 - 63,5 = 21,4 \text{ pesos}$$

Como anotamos antes, el recorrido nada nos señala sobre las características de la distribución.

b. Desviación media. Otra medida de dispersión, viene dada por la desviación media. Esta se calcula sumando las desviaciones o diferencias de todas las observaciones individuales, con respecto a su media aritmética, sin tener en cuenta el signo correspondiente, y dividiendo la suma por el número de observaciones.

En algunos textos se define como "la media aritmética de los valores absolutos", de las desviaciones de los valores de la variable con respecto al promedio elegido. Por utilizar valores absolutos lleva cierto margen en error y por consiguiente, matemáticamente considerada, no es tan lógica y conveniente, como lo es la desviación típica, que más adelante veremos.

Cada uno de los datos de una variable, o de una distribución, en general, difiere o se desvía del valor correspondiente a su promedio. Si un valor determinado es más grande que el promedio, tiene una desviación positiva; si es menor, la desviación es negativa.

Si obtenemos las desviaciones (diferencias absolutas), de todos los valores de la variable, con respecto al promedio, la media aritmética de la suma, de estas desviaciones, nos dará una medida de dispersión.

Si los datos estuvieran muy dispersos, sus desviaciones serían grandes y grande sería también la media de esas desviaciones. Si los datos estuvieran concentrados, alrededor del promedio, entonces la media de las desviaciones sería pequeña.

La desviación media, es, a pesar de su aparente facilidad de cálculo, poco usada debido a que se considera como un inconveniente o defecto inherente, el hecho de que para calcularla no se tengan en cuenta los signos correspondientes a las diferencias o desviaciones.

La desviación media se define en símbolos, para datos sin agrupar así:

$$D_m = \frac{\sum \left| x_i - \bar{x} \right|}{n} = \frac{1}{n} \sum \left| x_i - \bar{x} \right|$$

Las dos líneas verticales que encierran a $x_i - \bar{x}$, son símbolos de "valor absoluto". Indican como se recordará que sólo debe calcularse la diferencia sin tener en cuenta el signo menos en caso de que esta diferencia sea un número negativo.

Así pués, se calculan todas las diferencias de este tipo, ignorando los signos menos; se suman los números resultantes y se divide por n. (n=al número de elementos que forman la muestra, o conjunto de valores que se desea analizar).

La fórmula anterior se puede aplicar a datos agrupados (o clasificados) si se escribe en la forma:

$$D_m = \frac{\sum \left| x_i - \bar{x} \right| n_i}{n} = \frac{1}{n} \sum \left| x_i - \bar{x} \right| n_i$$

x_i = denota la " marca de clase ", i-ésima.

$\bar{x}$ = la media aritmética de la variable.

$\sum \left| x_i - \bar{x} \right|$ = suma de desviaciones (absolutas, sin tener en cuenta el signo), con respecto a la media aritmética.

n_i = número de valores (frecuencias) correspondientes a cada marca de clase.

n = número total de elementos de la muestra.

Para ilustrar el cálculo de la desviación media, consideramos el siguiente ejemplo:

Cálculo de la desviación media para datos sin agrupar.

Ejemplo:

Hallar la desviación media de los siguientes valores:

Cuadro No. 6

Valores x_i	Desviaciones. $x_i - \bar{x}$	Desviaciones absolutas. $x_i - \bar{x}$
2	-3	3
4	-1	1
6	+1	1
8	+3	3
20		8

Media aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{20}{4} = 5$$

Desviación media

$$D_m = \frac{\sum \left| x_i - \bar{x} \right|}{n} = \frac{8}{4} = 2$$

Cálculo de la desviación media patos agrupados.

Cuando los datos están agrupados, en una distribución de frecuencias, se tomarán,como se hace en la media aritmética, los puntos medios de los intervalos, para representar sus valores como "marcas de clases". Como los hicimos anteriormente, solo nos fijaremos en la magnitud de la desviación y consideraremos todas las diferencias como positivas, es decir, prescindiremos del signo.

Ejemplo:

Hallar la desviación media del peso en kilos (exactos), de una muestra de 100 estudiantes de una Universidad.

Peso (en kilos) de 100 universitarios colombianos.

Cuadro No. 7

Intervalos de clases Kilos	Marcas de clase x_i Kilos	Frecuencias absolutas n_i	Ponderaciones x_i n_i	Desviaciones absolutas $x_i - \bar{x}$	Desviaciones Ponderadas $(x_i-\bar{x})$ n_i
60 - 62	61	5	305	6,45	32,25
63 - 65	64	18	1.152	3,45	62,10
66 - 68	67	42	2.814	0,45	18,90
69 - 71	70	27	1.890	2,55	68,85
72 - 74	73	8	584	5,55	44,40
		100	6.745		226,50

Media aritmética:

$$\bar{x} \sum \frac{x_i\, n_i}{n} = \frac{6.745}{100} = 67,45$$

Desviación media:

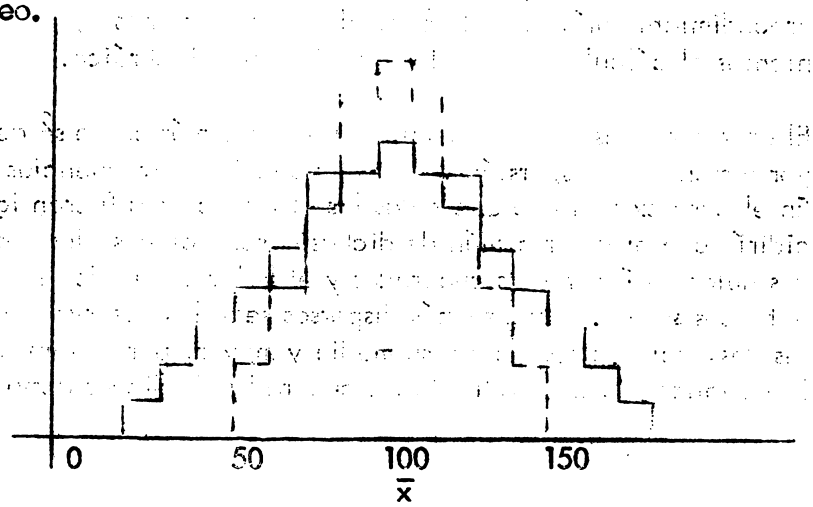
$$D_m \sum \frac{\left| x_i - \bar{x} \right| n_i}{n} = \frac{226,50}{100} = 2,26$$

Qué significa este último resultado ? Significa que, en promedio, la diferencia de cada valor individual, con respecto a la media: 67,45 gira "aproximadamente" alrededor de 2,26 kilos. Podemos decir además, que como la muestra no es pequeña y la distribución es razonablemente simétrica, aunque por el momento tenga el lector que limitarse a admitir, confiando en nuestra afirmación, el 58 por ciento de los casos (valores de la variable) estará comprendido entre los límites, de una vez la desviación media por encima y una vez la desviación media por debajo de la media aritmética, es decir, aproximadamente (porque esta medida ya anotamos, no es exacta), dentro del intervalo comprendido por 67,45, -2,26 y 67,45 + 2,26 o sea entre 65,19 y 67,71.

c. Varianza. El concepto de varianza es de suprema importancia en estadística. Los procedimientos estadísticos han sido a menudo llamados "métodos para el estudio de la varianza". El problema de determinar la varianza aparece repetidamente en las diversas ciencias y en algunas ramas de la industria.

Por ejemplo, a fin de descubrir cualquier falta de uniformidad, en la calidad de un producto manufacturado, es necesario conocer primeramente la variabilidad normal (varianza) del producto. Esto puede ser aplicado de la siguiente manera: Supongamos que un comprador, de alambre para construcción, no acepta que el alambre posea una resistencia, a la tracción, menor de 50 libras por metro lineal y que se halla abocado al problema de comprar a una de dos casas productoras.

Si "muestras" de igual dimensión de los productos (alambres), de estas dos firmas, dieran distribuciones de frecuencia empíricas, similares a las indicadas en el gráfico siguiente, resulta claro que aunque las dos tuvieran el mismo promedio (100 libras de resistencia a la tracción), únicamente el producto de una sola de las fábricas, satisfaría los deseos o condiciones mínimas, exigidos por el comprador, por tener una "variación menor" de resistencia a la tracción, y ser como consecuencia, un producto más homogéneo.



Como la "resistencia media" resulta igual, el comprador no hubiera tenido manera de asegurar una decisión acertada y conveniente, si hubiera ignorado la varianza. Es necesario entender que varianza significa variación de los datos con respecto a una medida de posición, como lo es la media aritmética, por ejemplo.

El profesor Enrique Cansado, define como "varianza de una distribución unidimensional de frecuencias, a la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media aritmética de dicha distribución".

La varianza se puede representar por una "ese" minúsucula al cuadrado, s^2, y se define así:

$$s^2 = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} \text{ : para datos sin agrupar.}$$

$$s^2 = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2 n_i}{n} \text{ : para datos agrupados.}$$

La varianza, dicho en otra forma, es la diferencia o distancia exacta, elevada al cuadrado, que hay en promedio, entre cada uno de los valores de una variable o distribución y su correspondiente media aritmética.

Como se advierte, es una medida de difícil comprensión, por dar un resultado elevado al cuadrado.

Elevar al cuadrado todas las desviaciones, puede parecer a primera vista, un poco artificioso, pero hay que tener en cuenta que de nada serviría tomar la simple suma de las desviaciones, para obtener una medida de dispersión, ya que esta suma, es precisamente igual a cero, cuando las variaciones no son absolutas y además se toman con respecto a la media aritmética. Elevarlas al cuadrado es el procedimiento más sencillo para eliminar los signos, y llevar a resultados convenientes el cálculo, desde el punto de vista algebráico.

El profesor Cansado anota, que "el valor numérico de s^2 describe el grado mayor o menor de dispersión de la distribución de frecuencias que se considere". En el caso extremo de que todas las observaciones fueren iguales, la media coincidiría con el valor común de dichas observaciones, las desviaciones serían todas nulas, así como los cuadrados y el valor medio de dichos cuadrados resultando entonces $s^2 = 0$. Cuanto más dispersas sean las observaciones, mayores serán las desviaciones respecto a su media y mayor, por lo tanto, el valor numérico de la varianza , como media de los cuadrados de dichas desviaciones.

d. Desviación típica (Desviación Standard). La desviación típica, que es la raíz cuadrada de la varianza con signo positivo, es la medida de dispersión más fundamental y se representa con la "s" (minúscula). Su importancia se funda en que, es la más segura estadísticamente. Es el valor digno de más confianza y puede ser considerado con la estimación más exacta de la dispersión de un conjunto de datos.

La desviación típica es, como la desviación media, un promedio de todas las desviaciones, con respecto a la media aritmética. Difiere de la desviación media en dos aspectos importantes. Primeramente, es exacta, mientras que la desviación media no garantiza una precisión absoluta, por las razones anotadas anteriormente. Es segundo lugar, las desviaciones se toman siempre con respecto a la media aritmética y se elevan al cuadrado, mientras que para la desviación media pueden tomarse también de la mediana, y nunca se elevan al cuadrado.

La desviación típica suele denominarse también "desviación cuadrática media" siendo igual por otra parte, a la media cuadrática de las desviaciones con respecto a la media.

Cálculo de la varianza y de la desviación típica para datos no agrupados.

Las fórmulas fundamentales para calcular la varianza y la desviación típica son:

Varianza: $s^2 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$

Desviación típica = $\sqrt{\dfrac{\sum (x_i - x)^2}{n}}$

en donde:

s^2 = varianza.
s = desviación típica.
x_i = valores individuales de la variable.

$\bar{x}$ = media aritmética.
n = número de elementos o valores de la variable (tamaño de la muestra).
$\sum (x_i - x)^2$ = suma de las desviaciones con respecto a la media aritmética elevadas al cuadrado.

El cálculo de la desviación típica se reduce a calcular primero la varianza, y luego obtener la raíz cuadrada de ésta.

Ejemplo:

Hallar la varianza y la desviación típica de los siguientes valores:

Cuadro No. 8

Valores x_i	Desviaciones $x_i =$	Desviaciones al cuadrado $(x_i - x)^2$
2	-3	9
4	-1	1
6	+1	1
8	+3	9
20		20

Media Aritmética :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{20}{4} = 5$$

Varianza :

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{20}{4} = 5$$

es muy raro que la media aritmética y la varianza sean iguales. Puede decirse que es casi una coincidencia.

Desviación típica:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{20}{4}} = 5 = 2,24 \text{ (aproximadamente)}$$

Qué nos indica el resultado de la desviación típica, por ejemplo, con respecto a la variable de la cual se obtuvo ? Qué conclusiones podemos sacar ?

Si se tiene cierta experiencia de su empleo, puede obtenerse una buena idea de la dispersión de la variable o de la distribución, sobre la base de que la desviación típica, o desviación standard, de 2,24 es la distancia o diferencia que hay exactamente en promedio, entre cada uno de los valores de la variable, que en nuestro caso son 4 y su media aritmética 5.

Más tarde veremos que en muchas distribuciones, las dos terceras partes (67 por ciento) aproximadamente, de los valores (casos) -aunque, por el momento tenga el lector que limitarse a admitirlo, confiado en nuestra afirmación- caen dentro del recorrido de una desviación típica, por encima y una desviación típica por debajo de la media, es decir, en nuestro ejemplo, dentro del intervalo comprendido entre 5-2,24 y 5+2,24 o sea, entre 2,76 y 7,24, intervalo tan dilatado o amplio, que nos señala que la variable es muy dispersa. Cuanto más pequeña sea la desviación típica, menor es la variabilidad del fenómeno estudiado, menor por consiguiente será el intervalo dentro del cual probablemente

se encontrará el verdadero parámetro de la población (en este caso la verdadera media aritmética) que estamos estudiando a través de la muestra.

Cuando elevamos al cuadrado las desviaciones, los "valores extremos" ejercen un influjo mayor porque resultarán los más grandes al elevarlos al cuadrado. Al cargar así estos valores extremos, la desviación típica será siempre mayor que la desviación media, calculada para la misma serie.

La desviación típica y la media aritmética, son las dos medidas más útiles y que mejor caracterizan una serie, en general. Además facilitan la comparación entre varias series, como lo veremos a continuación, y entre la distribución de un conjunto y de una parte de él.

En la mayoría de los casos la media aritmética es el promedio empleado para conocer la tendencia central, y la varianza o la desviación típica, para medir la dispersión. (El llamado "análisis de la varianza", es posiblemente la parte más fundamental de la ciencia estadística, base de la técnica de la investigación moderna).

Ejemplo:

Hallar la variaza y la desviación típica de las seis series siguientes, de los precios, al por menor, de un artículo cualquiera, obtenidas en las fuentes seleccionadas para la investigación, en 6 barrios de Bogotá. (Es un ejemplo hipotético y los precios están dados en pesos por arrobas).

Precios al por menos del artículo Z en Bogotá, 1960

Cuadro No. 9

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
2	-4	16
4	-2	4
6	0	0
8	+2	4
10	+4	16
30	0	40

n=5

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

Cuadro No. 10

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
16	+10	100
4	- 2	4
1	- 5	25
6	0	0
3	- 3	9
30	0	138

n=5

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

Cuadro No. 11

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
6	0	0
6	0	0
6	0	0
6	0	0
6	0	0
30	0	0

n=5

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$s^2 = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{40}{5} = 8$ $\quad s^2 = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{138}{6} = 23$ $\quad s^2 = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{0}{5} = 0$

$s = \sqrt{8} = 2,828$ $\quad s = \sqrt{23} = 4,795$ $\quad s = \sqrt{0} = 0$

Cuadro No. 12

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
9	+3	9
4	-2	4
13	+7	49
5	-1	1
2	-4	16
3	-3	9
36	0	88

Cuadro No. 13

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
11	+5	25
4	-2	4
3	-3	9
18	0	38

Cuadro No. 14

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
11	+5	25
1	-5	25
12	0	50

$n = 6$
$\bar{x} = \sum \frac{x_i}{n} = \frac{36}{6} = 6$

$n = 3$
$\bar{x} = \sum \frac{x_i}{n} = \frac{18}{3} = 6$

$n = 2$
$\bar{x} = \sum \frac{x_i}{n} = \frac{12}{6} = 6$

$s^2 = \sum \frac{(x - \bar{x})^2}{n} = \frac{88}{6} = 14,7$ $\quad s^2 = \sum \frac{(x - \bar{x})^2}{n} = \frac{38}{3} = 12,6$ $\quad s^2 = \sum \frac{(x - \bar{x})^2}{n} = \frac{50}{2} = 25$

$s = \sqrt{14,67} = 3.820$ $\quad s = \sqrt{12,6} = 3.549$ $\quad s = \sqrt{25} = 5$

En los últimos cuadros del ejemplo que hemos registrado, vemos que en todos la media aritmética es de 6 pesos.

Podríamos cometer un gran error si por ese sólo hecho, consideramos a todas las seis muestras, igualmente representativas, del colectivo "precios en Bogotá del respectivo artículo". O que pensaramos que, los precios eran iguales, en los seis distintos barrios de la capital.

Por consiguiente, tenemos que valernos de otra medida, que es la desviación típica, la cual nos indicará, qué muestra es más homogénea, y, como consecuencia más representativa.

Claro que hay una, en nuestros ejemplos, que es totalmente homogénea que es la tercera. Pero ésta muestra, es en general un "ideal", porque los precios casi nunca se presentan iguales, en los distintos expendios.

De las cinco muestras restantes, elegiremos aquella que tenga una menor desviación típica. Esta muestra, que es la primera, nos permitirá hacer las estimaciones más precisas y confiables, de los parámetros del colectivo "precios" del artículo en cuestión.

Con frecuencia se le plantea al investigador estadístico, el problema de examinar, en un gran colectivo, la naturaleza de la distribución de algún carácter variable, como el precio de algún artículo de consumo esencial, por ejemplo, dentro del total de artículos y precios, o sea dentro del universo.

Esto lleva consigo la determinación de los valores de la tendencia central y de la dispersión, que son generalmente, la media aritmética y la desviación típica.

Pero a menudo en la práctica es imposible o irrealizable, el examen completo del colectivo.

Cuando sucede esto, examinamos de ordinario un número limitado de casos individuales, que son una parte, nada más del colectivo, ésto es, examinamos solamente una muestra, o varias, como en el caso de los precios.

Así podremos determinar las varias "constantes" (características) de las muestras y sobre esta base "estimar" las "constantes" o parámetros del colectivo del cual se tomó la muestra.

Se puede precisar matemáticamente, nuestro conocimiento de las "constantes" de las diversas muestras. Pero nunca podemos conocer con total certeza las "constantes" del colectivo objeto del estudio. Unicamente podemos conocer, con cierto márgen de seguridad, (o de error) los límites (intervalo), dentro de los cuales se encontrarán seguramente estas "constantes" en el colectivo.

Luego, siempre que estimemos las características de un colectivo, a partir de las de una muestra por ejemplo, nos encontramos con el problema de establecer la "precisión" o "calidad" de nuestra estimación, generalización o inferencia. Desde luego, siempre aspiramos a hacer una estimación lo más "precisa" que sea posible.

Veremos más adelante, que la "precisión" de una "estimación" se puede expresar en términos de probabilidad, o más claramente, por medio de la probabilidad de que el "verdadero valor" (constante) del colectivo, esté dentro de tal o cual distancia del "valor estimado".

Existen términos útiles, propios al estudio de las muestras. Conviene que el lector se vaya familiarizando con ellos desde un principio.

Varias "constantes" como la media, la varianza, la desviación típica, etc., que caracterizan un colectivo, se las conoce con el nombre de "parámetros del colectivo". Por consiguiente, los parámetros, son las "medias" (características) verdaderas del colectivo. De ordinario, estos parámetros no se pueden conocer con absoluta certeza o exactitud.

Las diversas "medidas" (descripciones de las características), que como la media aritmética, la desviación típica, etc. se pueden calcular con tal precisión, únicamente se obtienen de las muestras y son conocidas, como ya lo sabemos por el nombre de "medidas".

Así pues, las medidas de las muestras nos sirven, para estimar los parámetros del colectivo o población.

La "precisión" de estas estimaciones, constituye el "grado de confianza" o "fiabilidad", que tenemos en estas medidas o estimadores.

Una "medida" recibirá el calificativo de "mejor" estimación del parámetro si tiene menor desviación típica. Porque ésta describe la concentración de la distribución, alrededor del "verdadero" parámetro de la población.

Como veremos más adelante, si la desviación típica es muy pequeña, entonces el intervalo dentro del cual se encontrará el parámetro, también será pequeño y por consiguiente se habrá obtenido una alta precisión en la estimación.

Podemos por lo tanto, emplear la desviación típica para "medir" la precisión (o establecer la calidad) de una estimación o para poder formar juicio, sobre la discrepancia entre las características "esperadas" y las características "observadas" en la realidad del colectivo.

Luego de determinar la precisión de una "media aritmética" poblacional estimada, debemos pues primero, calcular inevitablemente la desviación típica de la muestra.

Por otra parte, un problema que se presenta con frecuencia en el trabajo estadístico, consiste en probar la compatibilidad de una media aritmética de un conjunto de valores observados (de otra muestra) o con la "media teórica" de un colectivo.

No se puede hacer uso jamás de un promedio, para establecer esta clase de comparaciones, hasta no probar previamente, su calidad representativa.

La fórmula empleada antes en el cálculo de la varianza, puede adquirir, además, varias formas abreviadas distintas, según como se presenten los valores de la variable, que interesa analizar y que el estudiante deba consultar en cualquier texto de estadística.

Caso en el cual los datos no están preparados o arreglados en forma de distribución de frecuencias: (Es decir, no están agrupados o clasificados).

La fórmula a emplear en este caso, se obtiene, partiendo de la fórmula fundamental ya utilizada, así:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} =$$

$$= \frac{\sum (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)}{n} =$$

$$= \frac{\sum (x_i^2 - 2\bar{x} \sum x_i + \bar{x}^2}{n} =$$

$$= \frac{\sum x_i^2}{n} - \frac{2\bar{x} \sum x_i}{n} + \frac{n\bar{x}^2}{n} =$$

$$= \frac{\sum x_i^2}{n} - 2\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 + \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$$

$$= \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{x_i}{n}\right)^2$$

En la práctica, los cálculos se realizan como se hace en el ejemplo siguiente, por este orden:

1. Se forma una columna (b) con los cuadrados de los valores x_i de la variable, de la columna (a).

2. Se obtienen los totales de las columnas (a) y (b) que son respectivamente x_i y x_i^2.

3. Se aplica la última fórmula obtenida, haciendo las sustituciones correspondientes.

Ejemplo:

Hallar la varianza y la desviación típica de los precios (en pesos) por bulto de $62\frac{1}{2}$ kilos de fríjoles, en 6 tiendas de una ciudad de Colombia (Datos hipotéticos).

Precios de los fríjoles :

Cuadro No. 15

Precios (pesos $) x_i (a)	Cuadrados x_i^2 (b)
80	6.400
75	5.625
62	3.844
60	3.600
92	8.464
86	7.396
455	35.329

Media aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{455}{6} = 75,83$$

Varianza

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 =$$

$$= \frac{35.329}{6} - \left(\frac{455}{6}\right)^2 =$$

$$= 5.888,17 - (75,83)^2 =$$

$$= 137,98$$

Desviación típica

$$s = \sqrt{137,98}$$
$$s = 11,70$$

Caso en que los datos estén preparados en forma de distribución de frecuencias.

Como en este caso, a cada valor de x_i de la variable, corresponde una frecuencia n_i, la fórmula de la varianza es por definición:

$$s^2 = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}$$

donde la frecuencia $n = \sum n_i$

Haciendo un desarrollo similar al caso anterior se obtiene entonces:

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 n_i}{n} - \left(\sum \frac{(x_i n_i)}{n}\right)^2$$

En la práctica, los cálculos se realizan así:

a. Se forma una columna (c) con los productos $x_i\ n_i$

b. Se forma otra columna (d), multiplicando los valores de la columna (a), por los correspondientes de la columna (c), con lo que se consiguen los productos $x_i^2\ n_i$.

c. Se obtienen los totales de las columnas (b), (c) y (d), que son, respectivamente, n, $\sum x_i\ n_i$ y $\sum x^2_i\ n_i$.

d. Se aplica la fórmula última obtenida, haciendo las correspondientes sustituciones.

Ejemplo:

Hallar la varianza y la desviación típica del número de hijos vivos de una muestra de 1.000 familias numerosas de Colombia, tomadas del censo de 1960 (Datos hipotéticos).

Hijos vivos de 1.000 familias Colombianas 1960

Cuadro No. 16

Número de hijos vivos x_i (a)	Frecuencias n_i (b)	$x_i n_i$ (c)	$x^2_i\ n_i$ (d)
8	26	208	1.664
9	55	495	4.455
10	79	790	7.900
11	122	1.342	14.762
12	158	1.896	22.752
13	167	2.171	28.223
14	156	2.184	30.576
15	122	1.830	27.450
16	67	1.072	17.152
17	28	476	8.092
18	20	360	6.480
	1.000	12.824	169.506

Varianza

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2\ n_i}{n} - \left(\frac{\sum x_i n_i}{n}\right)^2$$

$$= \frac{169.506}{1.000} - \left(\frac{12.824}{1.000}\right)^2 =$$

$$= 169.506 - (12.824)^2 =$$

$$= 169.506 - 164.455 =$$

$$= 5,051$$

Desviación Típica

$$s = \sqrt{5,051}$$

$$= 2,25$$

Si los valores de la anterior variable estuviesen agrupados en intervalos, podría aplicarse la misma fórmula, considerando las marcas de clase como x_i.

Ejemplo:

Hallar la varianza y la desviación típica de los sueldos mensuales (en pesos) de 50 obreros de una fábrica de muebles de Colombia. (Datos hipotéticos).

Sueldos mensuales de 50 obreros de la fábrica Z

Colombia 1960

Cuadro No. 17

Sueldos en pesos (intervalos) de clase	Marcas de clase x_i (a)	Frecuencias n_i (b)	$x_i n_i$ (c)=(a)(b)	$x_i^2 n_i$ (d)=(a) (c)
0 a 200	100	25	2.500	250.000
201 a 400	300	2	600	180.000
401 a 600	500	7	3.500	1.750.000
601 a 800	700	9	6.300	4.410.000
801 a 1.000	900	4	3.600	3.240.000
1.001 a 1.200	1.100	3	3.300	3.630.000
		50	19.800	13.460.000

Varianza

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 n_i}{n} - \left(\frac{\sum x_i n_i}{n}\right)^2 \qquad \sum n_i = n = 50$$

$$= \frac{13.460.000}{50} - \left(\frac{19.800}{50}\right)^2 = 269.200 - (396)^2 = 269.200 - 156.816 = 112.384$$

Desviación Típica

$$s = \sqrt{112.384}$$

= 335 pesos (aproximadamente)

2. Medidas relativas de dispersión. Todas las medidas de dispersión anteriormente definidas se expresan en unidades de la misma especie que la variable: si la variable es una longitud, la medida calculada es una longitud. En los ejemplos expuestos, las diversas medidas han sido: "número de instalaciones eléctricas", "peso en kilos de una muestra de 100 estudiantes", "precio de artículos en pesos", "número de hijos vivos", "sueldos mensuales en pesos", etc.

Esto, se convierte en un inconveniente serio, al querer comparar la dispersión de dos o más series. Puede ocurrir que dos variables de la misma especie, se expresen en diferentes unidades, tal como puede suceder al comparar las tallas de un grupo de colombianos(que estará expresada en centímetros) y las de un grupo de británicos (que vendrá expresada en pulgadas). O que, aún expresadas en la misma unidad, los "niveles medios" de las series sean muy diferentes como ocurrirá con las tallas de un grupo de niños de 6 años y las de un grupo de adultos.

Por otra parte, la significación de la magnitud de la medida de dispersión, dependerá de la de los valores de la variable; una desviación típica de 15 centímetros en las medidas de la altura de varios edificios es mucho menos significativa que esa misma desviación, en las medidas de la altura de varios hombres.

Para obviar estos inconvenientes, se calculan los "coeficientes de dispersión relativa", obtenidos por cociente, entre algunas de las medidas de dispersión y un valor promedio, expresado en las mismas unidades. Así resulta un valor abstracto, por lo cual tales coeficientes se denominan "medidas abstractas" o "índices de la dispersión" (Algunos autores los llaman medidas absolutas, en el sentido de que son independientes de la unidad empleada. En cambio, varios tratadistas usan la denominación de "coeficiente de dispersión relativa", llamando por el contrario, de "dispersión absoluta", a las medidas que se expresan en unidades específicas o concretas).

Por ser independientes de la unidad de expresión, estos coeficientes permiten comparar las variabilidades o dispersiones de dos distribuciones referentes a variables expresadas en unidades diferentes o de distintas especies. Por ejemplo, una de altura en centímetros, con otra de peso en kilos.

En muchos casos interesa relacionar la dispersión con la media aritmética y conceder a aquella, una importancia de acuerdo con ésta.

Es el "coeficiente de dispersión" más usado y se define por la fórmula:

$$d = \frac{s}{x} = \frac{\text{Desviación típica}}{\text{Media aritmética}}$$

o sea, el cociente de dividir la desviación típica, por la media aritmética, el cual es una cifra independiente del sistema de unidades empleadas, ya que como anotamos antes, es un número abstracto.

Se suele emplear, multiplicándolo por 100, y entonces se llama "coeficiente de variación".

$$V = \frac{s}{x} \cdot 100$$

y resulta ser la desviación típica expresada en porcentaje de la media aritmética.

En algunas obras ésta medida, es denominada con el nombre de "Coeficiente de variación de Pearson".

El valor del coeficiente de variación, en el ejemplo anterior es :

$$V = \frac{s}{x} \cdot 100 = \frac{11.70}{75.83} \cdot 100$$

$$= 0.1542 \times 100 = 15.42$$

Podemos decir que el coeficiente de variación es 15,4 por ciento.

La utilidad del coeficiente de variación, se puede ilustrar con las siguientes cifras que muestran el "rendimiento promedio" de arroz, (determinado al cosechar y pesar el producto de gran número de parcelas de tamaño uniforme). La "desviación típica" y "el coeficiente de variación", para dos regiones:

Cuadro No. 18

Región	Producción media en libras por fanegadas	Desviación típica en libras por fanegada	Coeficiente de variación en porcentaje
Palmira	1.324,5	140,5	10,61
Villavicencio.	1.069,6	124,2	11,61

El cuadro indica la importancia del coeficiente de variación, como medida relativa de dispersión. Así, aunque la desviación típica es mayor para la región de Palmira, el coeficiente de variación es más pequeño que en la región de Villavicencio.

Qué conclusión podemos sacar del anterior resultado ?

Una muy importante. Y es, la de que si nos atuviéramos a la desviación típica solamente, para comparar las características de variación de las dos distribuciones muestrales, podríamos conceptuar erradamente, si afirmásemos escuetamente que la variabilidad en Palmira es mayor que en Villavicencio.

Esto en realidad no ocurre así, pues la variabilidad por cada unidad de la respectiva media aritmética, o sea el "coeficiente de variación" es mayor en Villavicencio que en Palmira, lo cual es precisamente todo lo contrario de lo que a primera vista se advierte y se cree, observando sólo la desviación típica.

Medidas de dispersión

Ejercicios.

Los datos de producción de maíz en los municipios de varios departamentos productores del grano arrojan la siguiente serie:

Producción Toneladas	No. de Municipios
1 - 10	2
10 - 20	3
20 - 30	4
30 - 40	5
40 - 50	7
50 - 60	10
60 - 70	7
70 - 80	5
80 - 90	4
90 - 100	3

Calcule:

a) el recorrido de la variable.
b) la desviación media.
c) la varianza.
d) la desviación típica.
e) el coeficiente de variación.

La serie hipotética siguiente:

Promedio de frecuencias.

Clases

2	1
4	2
6	4
8	6
10	10
12	10
14	7
16	5
18	4
20	1
	49

Calcula:

a) el recorrido de la variable.
b) la desviación media.
c) la varianza.
d) la desviación típica.
e) el coeficiente de variación.

E. Momentos

No propiamente son medidas de dispersión relativas, aunque en esta parte se estudian para poder entender el concepto de momento en los estadígrafos de deformación o simetría; generalmente, cuando se estudia un conjunto grande de datos, con el objeto de lograr una mejor precisión de ellos, se hace necesario resumirlos en unos pocos que representan este conjunto * . Esas cantidades son las llamadas momentos en términos generales; existen las siguientes clasificaciones: "Momentos naturales absolutos y momentos relativos", los primeros teniendo en cuenta la frecuencia absoluta y los segundos la frecuencia relativa. El profesor Cansado, define los momentos como "valores medios (medias aritméticas) de potencia de variables". El índice de la potencia considerada da el orden del correspondiente momento; existen momentos de orden cero, uno, dos, tres, etc.....

Clases de momentos

1. Momentos de las desviaciones con respecto al origen de la variable, es decir, al origen del sistema cartesiano. Se representa por Ar.

* Introducción a la Estadística.
Licenciado Roberto Sasso. Costa Rica.

$$= \quad A_r = \frac{\sum_{i=1}^{m} Y_i^r n_i}{n} = \sum_{i=1}^{m} Y_i^r H_i$$

$r = (0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\ldots n)$

El momento de orden cero de las desviaciones con respecto al origen es:

$$= \quad A_1 = \frac{\sum_{i=1}^{m} Y_i^1 n_i}{n} = \bar{x}$$

$$= \quad A_2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} Y_i^2 n_i}{n} = \sum_{i=1}^{m} Y_i^2 h_i$$

$$= \quad A_3 = \frac{\sum_{i=1}^{m} Y_i^3 n_i}{n} = \sum_{i=1}^{m} Y_i^3 h_i$$

Cuando se trata de datos continuos debe tenerse en cuenta que para calcular los momentos, se hace necesario trabajar con los valores medios de la variable Y_1.

2. Momentos con respecto a la media aritmética o "momentos centrales". "El nombre central de orden r de una serie de valores es la media aritmética de las r ésimas potencias de las desviaciones de esos valores con respecto a su media aritmética y se simboliza por : M_r.

$$M_r = \frac{\sum_{i=1}^{m} (Y_i - \bar{x})^r n_i}{n} = \sum_{i=1}^{m} (Y_i - \bar{x})^r h_i$$

$$M_r = \frac{\sum_{i=1} Z_i^r n_i}{n} = \sum_{i=1}^{m} Z_i^r h_i$$

donde $Z_i = (Y_i - \bar{x})$

$r = (0, 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots n)$

$$M_2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} (Y_i - \bar{x})^2 n_i}{n} = \sum_{i=1}^{m} (Y_i - \bar{x}) h_i$$

$$M_2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} Z_i^2 n_i}{n} = \sum_{i=1}^{m} Z_i^2 h_i$$

etc.

Si la variable es continua, se procede a utilizar el valor medio de la variable.

3. Momentos de las desviaciones con respecto a un origen de trabajo: Como origen de trabajo (ot) puede escogerse cualquier valor de la variable, pero es aconsejable que el ot sea escogido de aquellos valores de la variable que ocupan los lugares centrales de la distribución.

Los momentos con respecto al origen de trabajo se representan por m'_r

$$= \quad m'_r = \frac{\sum_{i=1}^{m} (Y_i - ot)^r n_i}{n} = \sum_{i=1}^{m} (Y_i - ot) h_i$$

$$= \quad m'_r = \frac{\sum_{i=1} Z_i^r n_i}{n} = \sum_{i=1}^{m} Z_i^r h_i$$

$$= \quad m'_2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} Z_i^2 n_i}{n} = \sum_{i=1} Z_i^2 h_i$$

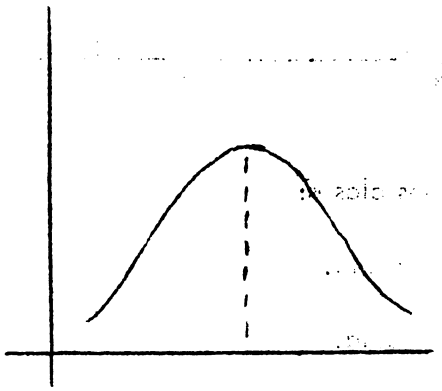
$$= \quad m'_2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} Z_i^3 n_i}{n} = \sum_{i=1} Z_i^3 h_i$$

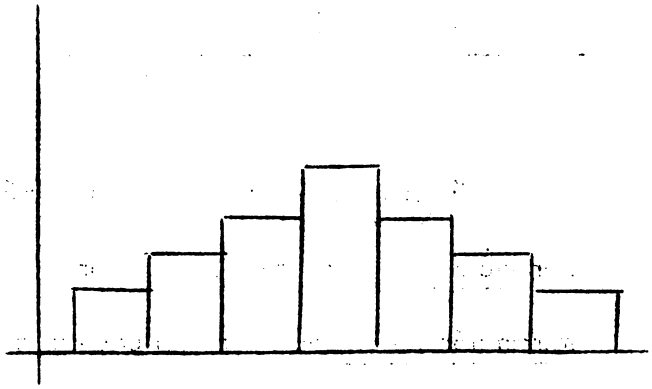
F. Medidas de Deformación o Asimetría

Si tomamos en cuenta el concepto de asimetría visto anteriormente y representado en los tipos de curvas de frecuencia, trataremos de encontrar una medida estadística que

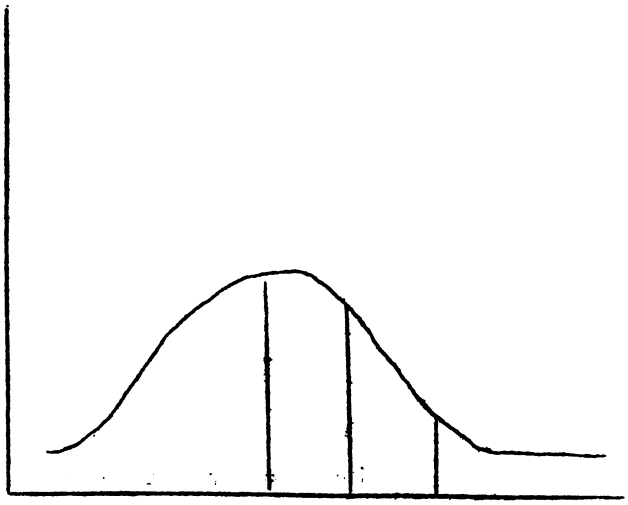
indique o describa si la distribución es simétrica o asimétrica, es decir, en cuanto a la forma de la distribución, esa medida es el llamado "COEFICIENTE DE ASIMETRIA".

1. Coeficiente de Asimetría. La asimetría está relacionada con el aspecto de la representación gráfica, o sea con las diferentes formas (diagrama pictograma o polígonos). Cuando la simetría es perfecta se debe cumplir que : $\bar{X} = M_e = M_d$.

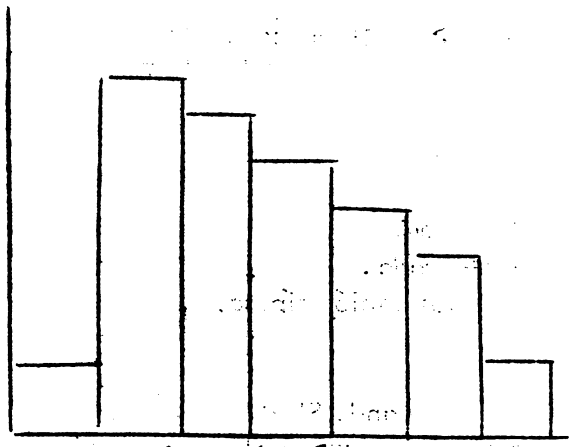




Cuando los valores se aglomeran hacia magnitudes inferiores de la escala y descienden suavemente hacia valores superiores de la abcisa, la asimetría es positiva.



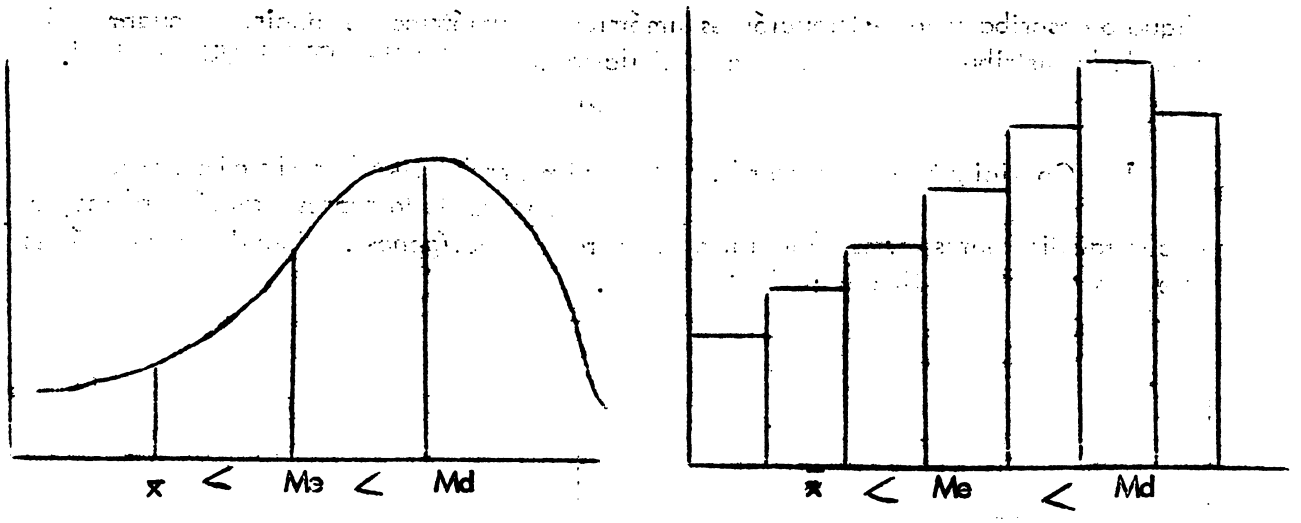
$Md < Me < \bar{x}$



$Md < Me < \bar{x}$

La tendencia opuesta puede observarse en las siguientes figuras.

Las frecuencias tienden a acumularse en los valores altos de la escala (abcisa) y a extenderse hacia valores inferiores de la escala, la distribución es negativa asimétrica.



En síntesis: La deformación o asimetría puede ser de dos clases:

Deformación positiva: ramas de la curva a la derecha de la media.

Deformación negativa: o rama situada a la izquierda de la media.

El coeficiente de deformación o asimetría sirve para medir el grado de asimetría.

Se expresa por: S'

$$= > \quad S' = \frac{\bar{x} - Md}{S}$$

donde:

$\bar{X}$ = Media.
Md= Moda.
S = Desviación típica.

Cuando $S' > 0 = > \bar{x}$ Md (corresponde a una deformación a la derecha o positiva). Cuando S' = 0 (corresponde a una distribución totalmente simétrica).

Si $S' < 0 = > \bar{x} < M_d$ (la deformación es negativa o hacia la izquierda. El coeficiente puede ser positivo o negativo según sea el valor de la media. Este coeficiente se emplea en estadística descriptiva y es muy elemental, por consiguiente es de desear otra medida más confiable para cuantificar la asimetría para lo cualse utilizan los momentos de la distribución definidos como "promedios aritméticos de potencias de variable".

Los momentos más representativos son el primero y el segundo, en algunos casos hasta el cuarto ya que los momentos de orden más elevado, son poco estables.

El momento apropiado para medir la asimetría es el de orden tres con respecto a la media aritmética.

$$m_3 = \sum \frac{(Y_i - \bar{x})^3 n_i}{n}$$

Con base en este momento se establece el coeficiente de asimetría de PEARSON que es:

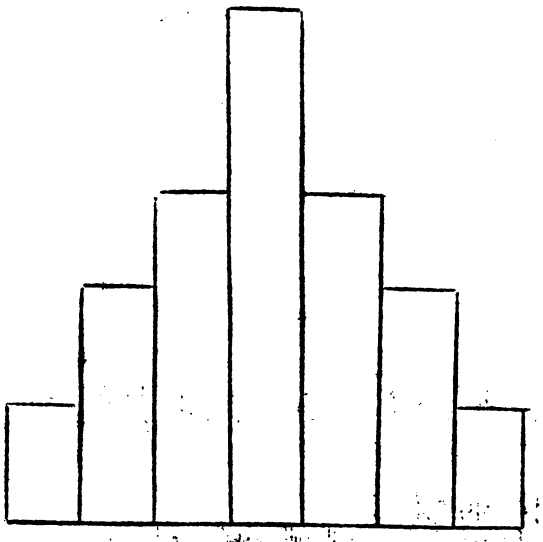
$$b_1 = \frac{m_3^2}{m_2^3} = \frac{\text{Momento de orden tres al cuadrado}}{\text{Momento de orden dos al cubo}}$$

Puede observarse que (b_1) siempre será una cantidad positiva, por consiguiente no dirá nada en el caso de distribuciones asimétricas negativas por lo cual para evitar esa deficiencia se extrae la raíz cuadrada de los momentos.

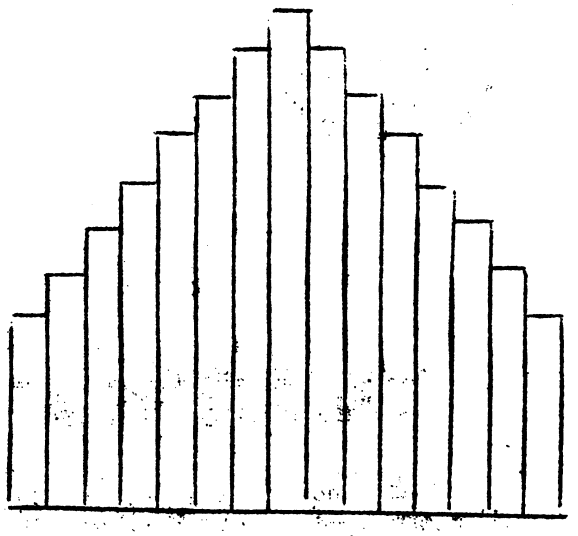
$$= \quad b_1 = \pm \sqrt{\frac{m_3^2}{m_2^3}}$$

El procedimiento consiste en encontrar el momento de orden tres con respecto a la media aritmética, elevarlo al cuadrado, dividirlo por el momento de orden dos con respecto a la media aritmética elevado al cubo y extraer la raíz cuadrada, el resultado nos da con signo positivo y negativo por deformación positiva o negativa respectivamente.

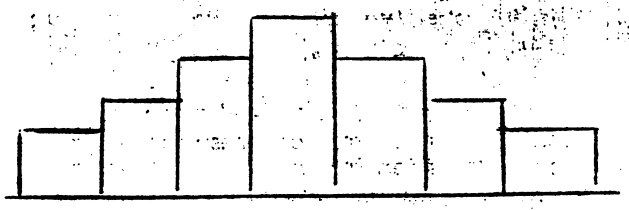
2. Medidas de Apuntamiento o KURTOSIS. Cuando se compara otra clase de distribución con la normal, interesa saber si aquella es más puntiaguda o más achatada que ésta. A fin de comprender las medidas de apuntamiento, se presentan a continuación diferentes formas de las curvas.



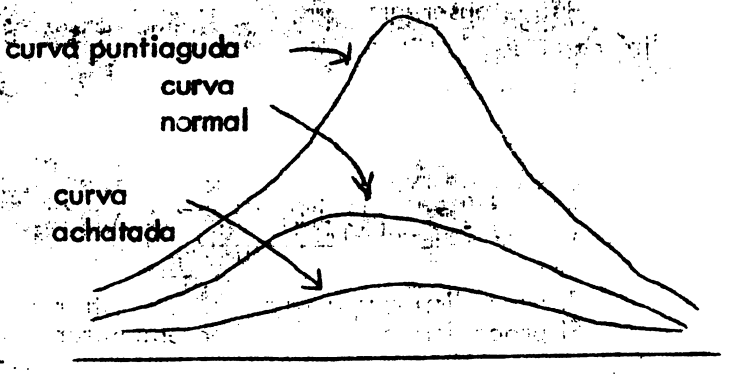
Distribución Apuntada



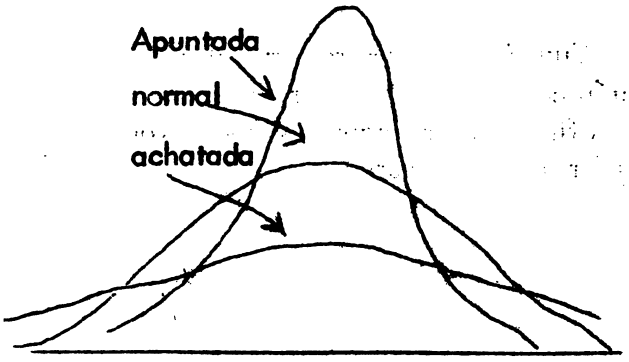
Distribución Normal



Distribución Achatada

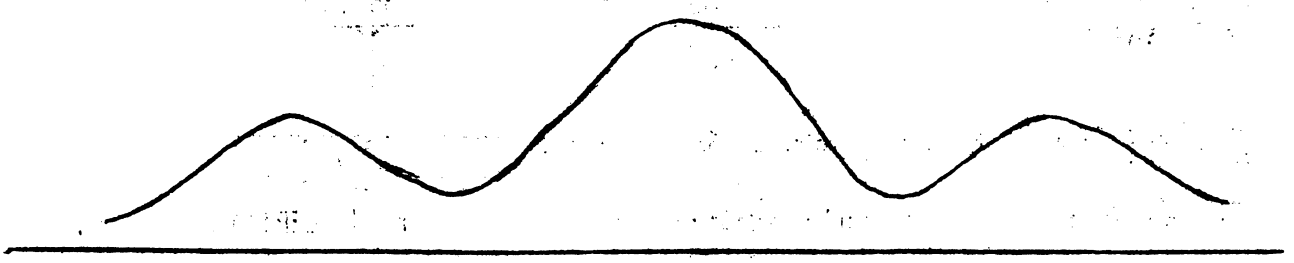


Igual Media
Igual Varianza



Igual Media
Distinta Varianza

Distinta media
Igual varianza



Distinta media
Distinta Varianza

Se hace indispensable considerar una medida o coeficiente de apuntamiento que marque las diferencias existentes entre las distribuciones que se compararn.

KURTOSIS significa el grado de apuntamiento de una curva respecto a la normal.

COEFICIENTE DE KURTOSIS O APUNTAMIENTO. Si en la distribución normal se verifica que :

$$m_4 = 3.S^4$$

es decir que el momento de orden cuatro con respecto a la media aritmética es igual a:

$\frac{m_4}{S^4}$; fórmula que podemos expresar como: $b_2 = \frac{m_4}{S^4}$

Cuando una distribución de frecuencia tiene un coeficiente de apuntamiento KURTOSIS $b_2=3$, decimos que la distribución es semejante a la normal y recibe el nombre de mesocurtica (normal).

Si $b_2 > 3$ decimos que la distribución es más apuntada que la normal o "LEPTOCURTICA"

Si $b_2 < 3$ se dice que la distribución es menos apuntada que la normal o sencillamente "ACHATADA" o "PLATICURTICA".

COEFICIENTE DE EXCESO DE FISCHER

también se le denomina "EXCESO".

$$g_2 = \frac{m_4}{S^4} - 3$$

$$\Rightarrow g_2 = b_2 - 3$$

Si $g_2 = 0$ (cero) entonces la distribución es normal.

Si $g_2 > 0$ (cero) la distribución es más puntiaguda que la normal "LEPTOCURTICA".

Si, $g_2 < 0$ (cero) se cumple que la distribución es más achatada que lo normal.

Ejemplo:

Calcular el coeficiente de KURTOSIS y el coeficiente de exceso de FISCHER para los valores de la siguiente distribución:

Y_i	n_i	$Y_i n_i$	$(Y_i - \bar{x})$	$(Y_i - \bar{x})^2$	$(Y_i - \bar{x})^2 n_i$	$(Y_i - \bar{x})^4$	$(Y_i - \bar{x})^4 n_i$
3	5	15	-2,2	4,84	24,20	23,42	117,10
5	1	5	-0,2	0,04	0,04	0,0016	0,0016
7	2	14	1,8	3,24	6,48	10,49	20,98
9	2	18	3,8	14,44	28,88	208,51	417,02
	10	52			59,60	242,4216	555,1016

$$\bar{x} = \frac{\sum Y_i n_i}{n} \qquad S^2 = \frac{\sum (Y_i - \bar{x}) n_i}{n} \qquad m_4 = \frac{\sum (Y_i - x)^4 n_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{52}{10} \qquad S^2 = \frac{59,60}{10} = \qquad m_4 = \frac{555,10}{10}$$

$$\bar{x} = 5,2 \qquad S^2 = 5,9 \qquad m_4 = 55,51$$

$$S^2 = \sqrt{5,9}$$

$$S = 2,4$$

$$b_2 = \frac{m_4}{S^4} \qquad g_2 = \frac{m_4}{S^4} = 3$$

$$b2 = \frac{55,51}{34,81} \qquad g_2 = b_2 - 3$$

$b_2 = 1,5$ $\qquad$ $g_2 = 1,5 - 3$

$g_2 = 1,5$

Como el coeficiente de KURTOSIS b_2 nos dio 1,5 o sea que es menor que tres (1,5 3) además el coeficiente de exceso de FISCHER (g_2) fue de - 1,5 (menor que cero), podemos llegar a la conclusión de que la distribución en cuestión es achatada o simplemente PLATICURTICA.

INTRODUCCION A LA TEORIA DEL MUESTREO

(Nízar Vergara)

INTRODUCCION A LA TEORIA DEL MUESTREO*

Nízar Vergara**

A. Aspectos Generales

Población estadística o universo es cualquier conjunto de unidades del cual se quiere obtener cierta información con referencia a un período de tiempo determinado. Podemos estar interesados en calcular:

a. La producción media de un conjunto de explotaciones agrícolas

b. El consumo total de carne en una ciudad cualquiera

c. La proporción de viviendas que tienen servicios sánitarios en una región determinada.

Lo anterior indica que la información requerida puede ser: una media, un total o una proporción.

Cuando esta información se obtiene con base en todas las unidades de la población, los valores encontrados se denominan "valores verdaderos" o "parámetros poblacionales".

En la práctica, debido a errores cometidos en la recolección de los datos o en su posterior elaboración, los valores conseguidos no siempre coinciden con los verdaderos, en este caso se denominan "valores observados".

Muestra es una parte representativa de la población

Muestreo es el proceso completo que se sigue para "estimar" los parámetros poblacionales a partir de una muestra.

---

* Apuntes tomados de Sampling Techniques de W.G. Cochran. Segunda edición. John Wiley & Sous, INC. 1963.

** Economista Agrícola especializado en Mercadeo Agropecuario. Profesor Programa Nacional de Capacitación Agropecuaria, PNCA.

1. Ventajas del muestreo

a. Costos más bajos, ya que los recursos que se utilizan son menores que los empleados en un censo.

b. Mayor rapidez en la obtención de la información y publicación de los resultados.

c. La muestra asegura una mayor precisión en la elaboración de los datos, puesto que estos son menos numerosos.

d. En algunos casos, el muestreo es la única alternativa, como ocurre cuando se trata de poblaciones muy grandes e indeterminadas.

e. El muestreo no sustituye por completo los censos; éstos deben hacerse con intervalos largos de tiempo, y sirven de base para el diseño de muestras.

2. Principales métodos de muestreo

a. Cuando la unidad de muestreo es un elemento de la población, el muestreo puede ser:

1) Muestreo aleatorio simple

2) Muestreo aleatorio estratificado

b. Cuando la unidad de muestreo es un grupo de elementos de la población, se tiene:

1) Muestreo por áreas y conglomerados

2) Muestreo por etapas

3. Notación (muestreo aleatorio simple)

N = tamaño de la población

n = tamaño de la muestra

y_i = valores de la variable

Y = total verdadero de la población o parámetro poblacional

$\bar{Y}$ = media verdadera de la población

$\hat{\bar{Y}}$ = media estimada de la población

$\hat{Y}$ = total estimado de la población

$\bar{y}$ = media muestral

S^2 = varianza poblacional

s^2 = varianza muestral

$V\left[\bar{y}\right] = S^2_{\bar{y}}$ = varianza de las medias muestrales

$V\left[s^2\right]$ = varianza de las varianzas

Zc = nivel de confianza deseado

(Cuando $n > 30$, se utiliza el estadístico Zc y cuando $n < 30$, se utiliza el estadístico $t \propto$).

d = error de estimación deseado

Ws^2 = media de las varianzas muestrales

Estimadores, son los valores obtenidos en la muestra y que se utilizan para conocer o "estimar" los parámetros de la población.

4. Estimadores

a. Estimador insesgado: un estimador es insesgado cuando la media de su distribución muestral es igual al correspondiente valor poblacional, o sea cuando la esperanza matemática del estimador es igual al respectivo valor poblacional, así:

$$E\left[\bar{y}\right] = \bar{Y}$$

b. Estimador eficiente: es aquel que presenta la menor varianza; de dos o más estimadores cuyas distribuciones muestrales tengan la misma media, es eficiente aquel que tiene la menor varianza.

5. Distribución de las medias muestrales. Supongamos una población de 4 elementos (1, 2, 4, 5). La media y la varianza de la población son las siguientes:

Y_i	Y_i^2
1	1
2	4
4	16
5	25
12	46

$$\bar{Y} = \frac{12}{4} = 3$$

$$S^2 = \frac{46}{4} - 3^2 = 11,5 - 9$$

$$S^2 = 2.5$$

Tomando muestras del 5% de la población o sea de tamaño $n = 2$, se tiene:

$$\binom{N}{n} = \binom{4}{2} = \frac{N!}{n!\ (N-n)!} = \frac{4!}{2!\ 2!} = 6$$

Las posibles muestras de tamaño 2, son:

Muestras	$\bar{y}_i$
1 - 2	1.5
1 - 4	2.5
1 - 5	3.0
2 - 4	3.0
2 - 5	3.5
4 - 5	4.5
	18.0

$$\bar{\bar{y}} = \frac{18}{6} = 3$$

Se puede apreciar que $\bar{\bar{y}} = \bar{Y} = 3$

Se deduce en consecuencia que la media de las medias muestrales ($\bar{\bar{y}}$) es un estimador insesgado de la media población ($\bar{y}$), o sea que $E(\bar{\bar{y}}) = \bar{Y}$

Para el caso de la varianza se tiene:

$\bar{y}_i$	$\bar{y}_i^2$
1.5	2.25
2.5	6.25
3.0	9.00
3.0	9.00
3.5	12.25
4.5	20.25
	59.00

$$s^2 = \frac{\sum \bar{y}_i^2}{n} - \bar{\bar{y}}^2$$

$$s^2 = \frac{59}{6} - 9 = 0,833$$

$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{N-n}{N-1} \frac{S^2}{n} \frac{4-2}{4-1} \frac{2.50}{2} = 0.833$$

Nota: Cuando la fracción de muestreo $\frac{n}{N} \leq$ 10% no se tiene en cuenta el factor de corrección $\frac{N-n}{N-1}$.

6. Media de la distribución de las varianzas muestrales:

Muestras	y_i^2	s^2
1 - 2	2.25	0.25
1 - 4	6.25	2.25
1 - 5	9.00	4.00
2 - 4	9.00	1.00
2 - 5	12.25	2.25
4 - 5	20.25	0.25
		10.00

$W_s^2 = \frac{\sum s^2}{n} = \frac{10}{6} = 1,66$ como $\frac{n}{N} = \frac{1}{2} < 10\%$, debe utilizarse el factor de corrección, y se tiene:

$W_s^2 = \frac{N-n}{N-1} S^2$ (para muestreo sin reemplazamiento). Ya vimos que la varianza poblacional era $S^2 = 2.50$, entonces:

$W_s^2 = \frac{4-2}{4-1} 2.50 = 1,66$; por lo cual se tiene que s^2 es un estimador insesgado de S^2, o sea que $E(s^2) = S^2$.

B. Muestreo Aleatorio Simple

Un muestreo es aleatorio cuando todas las muestras posibles de tamaño n de una población de tamaño N, tienen igual probabilidad de ser seleccionadas. El muestreo aleatorio puede ser con o sin reemplazamiento; en la práctica se utiliza casi siempre el último (poblaciones finitas).

N = 4	Unidades población			
	y_1	y_2	y_3	y_4
Valores	1	2	4	5
Probabilidades	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

n = 2	Muestras posibles de tamaño 2					
	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
Valores	1,2	1,4	1,5	2,4	2,5	4,5
Probabilidades	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Las probabilidades de las muestras posibles formadas por dos unidades distintas, son consistentes con las probabilidades iguales que tienen las unidades en la población.

La probabilidad de obtener y_i en la primera selección es $\frac{1}{4}$

La probabilidad de obtener y_i en la segunda siendo $y_i \neq y_i$ selección $\frac{1}{3}$

La probabilidad de obtener la muestra n_k (y_i, y_i) es $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

La probabilidad de obtener la muestra n_k es $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$.

1. Selección de una muestra aleatoria. Como ya se dijo, en el muestreo aleatorio simple debe asegurarse que todas las muestras tengan la misma probabilidad de ser elegidas. Cuando el tamaño de la población no es grande, es fácil obtener una muestra aleatoria, pero este problema se agrava en razón directa del tamaño de la población. Supongamos que se quiere tomar una muestra aleatoria de todas las familias colombianas para estimar el gasto promedio semanal en alimentación. En números redondos el número total de familias colombianas es aproximadamente de 4.6 pulgadas. (Asumiendo 23' de habitantes y 5 hijos/familia).

En este caso para tomar una muestra aleatoria simple serían necesarias las siguientes operaciones:

a. Obtener la lista completa de todas las familias, con sus respectivas direcciones, para poder localizarlas posteriormente.

b. Numerar las familias de 1 hasta 4.6'

c. Disponer de un bombo o una urna donde quepan, por ejemplo, 4,5' de bolas numeradas.

d. Extraer las que han de constituir la muestra

e. Identificar cada bola extraída con la familia que representa

Naturalmente, este proceso constituye un problema serio, que ha sido resuelto para la mayor parte de los casos mediante la elaboración de una tabla de numeros aleatorios. En esta tabla cada dígito ha sido obtenido al azar. Los dígitos se disponen en filas y columnas por el orden de su aparición.

Algunas normas prácticas para el uso de la tabla de números aleatorios son los siguientes:

a. Se toman tantas columnas como dígitos tenga el número que conforma la población.

b. El punto de arranque en la tabla puede ser cualquiera, puesto que todos los dígitos, tanto horizontal, como verticalmente están dispuestos al azar.

c. Se van descartando los números repetidos y aquellos que sean mayores que el tamaño de la población.

d. Se continúan tomando números hasta completar el tamaño de la muestra

2. Límites de confianza. Hay dos tipos de estimaciones:

-Estimación por un punto que consiste en estimar un parámetro o valor poblacional mediante un número o valor único.

-Estimación por intervalo, consiste en determinar los valores entre los cuales "se estima" que se encuentra el parámetro que se quiere conocer. En la práctica se utiliza con frecuencia una combinación de ambos tipos de estimaciones.

a. <u>Cálculo de los limites de confianza para la media poblacional</u>.

$$\frac{\Delta}{Y} = \bar{y} \pm Zc \sqrt{\frac{S^2}{n} \quad \frac{N-n}{N-1}}$$

$$\frac{\Delta}{Y} = \bar{y} \pm Zc \; S_{\bar{y}}$$

Ejemplo: se tomó una muestra aleatoria de 100 estudiantes de un total de 1.546 de una cierta facultad, con el fin de establecer su estatura media; se encontraron los siguientes valores:

$\bar{y}$ = 67,65 pulgadas y s = 2,93 pulgadas, Calcular los límites de confianza para la media poblacional con probabilidades del 99 y 95 por ciento.

Cálculo de $S^2_{\bar{y}}$:

Como $\frac{n}{N} = \frac{100}{1.546} = 0,06 = > \frac{n}{N} < 10\%$ no se utiliza el factor de corrección.

Entonces: $S_{\bar{y}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{2.93}{\sqrt{100}} = 0.293$

Determinación de los límites con 95% de confianza:

$$\hat{\bar{Y}} = 67,45 \pm 1,96 \times 0.293 ; 67,45 \pm 0.574$$

$$P\left[66,876 < \bar{Y} < 68,024\right] = 95\%$$

Se estima que la estatura media poblacional está entre 66,876 y 68,024 pulgadas con una probabilidad del 95%.

Determinación de los límites con 99% de confianza:

$$\hat{\bar{Y}} = 67,45 \pm 2,58 \times 0.293 ; 67,45 \pm 0.76$$

$$P\left[66,45 < \bar{Y} < 68,21\right] = 99\%$$

3. Límites de confianza para el total poblacional estimado. El total poblacional viene dado por:

$\hat{Y} = N\bar{y}$ y los límites para $\hat{Y}$ son:

$$\hat{Y} = N\bar{y} \pm Zc \frac{NS}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$\hat{Y} = N\bar{y} \pm Zc\, S\bar{y}$$

Tamaño de muestra en muestreo aleatorio simple: el tamaño de la muestra, para estimar $\bar{Y}$ con un error d y una probabilidad Z, viene dado por:

$$n = \frac{\left(\frac{ZS}{d}\right)^2}{1 + \frac{1}{N}\left(\frac{ZS}{d}\right)^2}$$

Una primera aproximación para n es $n_0 = \frac{ZS^2}{d}$ que puede utilizarse cuando N es suficientemente grande.

C. Muestreo aleatorio estratificado

Este método se justifica en aquellos casos en que sea posible dividir una población en grupos o estratos, de tal forma que los elementos o valores de cada grupo posean la máxima homogeneidad posible respecto a la variable que se va a estudiar.

Una vez estratificada la población, se puede aplicar el muestreo aleatorio simple a cada uno de los estratos, obteniéndose así el muestreo aleatorio estratificado.

1. Ventajas del muestreo estratificado:

   a. Mayor precisión en la estimación, puesto que se asegura una mayor homogeneidad en cada grupo, o sea una menor varianza.

   b. Costos menores, ya que se logra un tamaño total de muestra menor que en el muestreo aleatorio simple.

   c. Hace posible cuantificar y estudiar por separado el comportamiento de la variable o variables que intervienen.

   d. Agiliza la labor administrativa y la supervisión de la investigación

2. Notación para muestreo estratificado

   N = Tamaño de la población

   Nh = Tamaño de cada estrato en la población

   nh = Tamaño de cada estrato en la muestra

   $Wh = \frac{Nh}{N}$ = Peso de cada estrato en la población

   $fn = \frac{nh}{n}$ = Peso de cada estrato en la muestra

   $\bar{Y}$ = Media o parámetro poblacional

   $\bar{Yh}$ = Media en cada estrato de la población

   $\bar{y}h$ = Media en cada estrato de la muestra

   Sh^2 = Varianza de cada estrato de la población

sh^2 = Varianza de cada estrato de la muestra

$\bar{Y}st$ = Media estratificada general

Ejemplo:

N = 600 fincas n = 100 fincas

Estratificación: grandes, medianas y pequeñas

Grandes	Medianas	Pequeñas
$N_1 = 100$	$N_2 = 200$	$N_3 = 300$
$n_1 = 16$	$n_2 = 34$	$n_3 = 50$

$\sum Nh = N_1 + N_2 + N_3 = N$

$\sum nh = n_1 + n_2 + n_3 = n$

Nh	nh	$\bar{y}h$	sh^2
100	16	60	16
200	34	40	9
300	50	10	4

$$\bar{Y} = \frac{\sum Nh \ \bar{Y}h}{N} \longrightarrow Yst = \frac{\sum Nh \ \bar{y}h}{N}$$

Puesto que $E(yst) = \bar{Y}$

Para la media general estratificada:

$$\bar{Y}st = \frac{100 \times 60 \times 200 \times 40 \times 300 \times 10}{600} = 28.3$$

Para el total poblacional estimado:

$$\hat{Y} = N \ \bar{y}st$$

$$\hat{Y} = 600 \times 28,3 = 16.980$$

Cálculo de la varianza de los estimadores: Para el estimador de $\bar{Y}$, se tiene:

$$V\left[\bar{Y}st\right] = S^2_{yst} = \frac{1}{N^2} \sum Nh\,(Nh - nh)\,\frac{Sh^2}{nh}$$

$$S^2_{yst} = \frac{1}{600^2} \left[100\,(100-16)\,\frac{16}{16} + 200\,(200-34)\,\frac{9}{34} + 300\,(300-50)\,\frac{4}{50} \right] = S^2_{yst} = 0.0644$$

$$S_{\bar{y}st} = 0.253$$

3. Límites para la media poblacional $(\bar{Y})$:

$$\bar{Y} = Yst \pm 1{,}645 \times 0.253 ; 28{,}3 \pm 0.4162$$

$$P \left[27.88 < \bar{Y} < 28.716 \right] = 90\%$$

Límites para el total poblacional

$$\overset{\triangle}{Y} = N_{yst} \pm Zc\ NS_{\bar{y}st}$$

$$\overset{\triangle}{Y} = 600 \times 28.3 \pm 1{,}645 \times 600 \times 0.253 ; \overset{\triangle}{Y} = 16.980 \pm 249{,}71$$

$$P \left[16.730{,}3 < Y < 17.229{,}7 \right] = 90\%$$

4. Muestreo estratificado con afijación proporcional, se utiliza cuando los valores de las varianzas de los diferentes estratos no son muy diferentes entre sí.

Ejemplo:

Estrato 1	Estrato 2	Estrato 3	Estrato 4
$s^2 = 3$	$s^2 = 3.3$	$s^2 = 3.5$	$s^2 = 3.1$

<u>Tamaño de muestra</u>. En muestreo estratificado con afijación proporcional el tamaño de muestra, está dado por:

$$n = \frac{\sum W_h\ S_h^2}{\dfrac{d^2}{Z^2} + \dfrac{\sum W_h\ S_h^2}{N}} \qquad \text{donde } W_h = \frac{N_h}{N}$$

5. Muestreo estratificado con afijación óptima, se utiliza cuando los valores de las varianzas de los diferentes estratos son bastante diferentes entre sí.

Este muestreo, consiste en ponderar cada estrato por su respectiva varianza, o sea, que a mayor varianza, mayor muestra para cada estrato; con ésto se logra una mejor estimación.

6. Tamaño de la muestra. En este método de muestreo el tamaño de muestra se determina mediante:

$$n = \frac{(\sum W_h S_h)^2}{\frac{d^2}{Z^2} + \frac{\sum W_h S_h^2}{N}}$$

Ejemplo:

Se tiene una población de 1.600 fincas productoras de maíz, clasificadas en 150 grandes, 450 medianas y 1.000 pequeñas. Se desea conocer el tamaño de muestra necesario para estimar la producción media de las fincas con un error de estimación no mayor del 15% y un nivel de confianza de 80%. La información para el cálculo de n se presenta en la siguiente tabla:

N_h	S_h	S_h^2	W_h	$W_h S_h$	$W_h S_h^2$	$N_h S_h$
150	4.15	17.222	0,0937	0,3839	1,6137	622,50
450	10,05	101,002	0,2812	2,8261	28,4018	4.522,50
1.000	1,08	1,166	0,6250	0,6750	0,7288	1.080,00
1.600				3,8850	30,7443	6.225,00

Para un nivel de confianza del 80% la tabla de la distribución normal da un valor de 1,280. Reemplazando en la fórmula, se tiene:

$$n = \frac{(\sum W_h S_h)^2}{\frac{d^2}{Z^2} + \frac{W_h S_h^2}{N}} = \frac{(3,885)^2}{\frac{(0,15)^2}{(1,28)^2} + \frac{30,7443}{1.600}} = \frac{15,0932}{\frac{0,0225}{1,6384} + \frac{30,7443}{1.600}} = \frac{15,0932}{0.0137 + 0,0192}$$

$$n = \frac{15,0932}{0.0329} = 458,76 \approx 460$$

Para repartir n, se utiliza en este caso (afijación óptima), la fórmula

$$n_h = \frac{N_h S_h}{\sum N_h S_h} \times n.$$ reemplazando se tiene:

$$n_1 = \frac{622,50}{6.225,00} \times 460 = 46 \text{ para el primer estrato}$$

$$n_2 = \frac{4.522,50}{6.225,00} \times 460 = 334 \text{ para el segundo estrato}$$

$$n_3 = \frac{1.080,00}{6.225,00} \times 460 = 80$$

$$n = 460 \quad \text{muestra total}$$

ESTADISTICA Y SUS APLICACIONES A LA INVESTIGACION EN MERCADEO AGRICOLA

(Nízar Vergara)

ESTADISTICA Y SUS APLICACIONES A LA INVESTIGACION EN MERCADEO AGRICOLA

Ejercicios de Laboratorio

Karl Wierer*

Introducción

En las páginas siguientes se presenta un resumen de las prácticas sobre estadística aplicada realizadas en el ILMA. El material básico de las prácticas se ha obtenido mediante investigaciones del mismo Instituto.

Los problemas tratados se refieren a diferentes aspectos del mercadeo de productos agrícolas en Colombia, por ejemplo, desarrollo de los precios de arroz, demanda de plátano y banano, clasificación de tomates y otros.

El objetivo principal de estos laboratorios es el de que los estudiantes aprendan a emplear los métodos estadísticos en las investigaciones de mercadeo. No se pueden incluir todos los métodos estadísticos, sino que se efectúa una selección de los problemas más frecuentes de la práctica de mercadeo. Las fórmulas matemáticas empleadas son pocas y sencillas, pero con unas ocho, aproximadamente, se puede solucionar la mayoría de los problemas. Se quiere evitar al mismo tiempo, que los estudiantes aprendan de memoria fórmulas u otros aspectos matemáticos; lo importante es que entiendan el procedimiento del cálculo, empleen las pocas fórmulas en problemas de la práctica y pueden interpretar los resultados.

Se espera que este resumen de los problemas más frecuentes de la estadística aplicada al mercadeo agrícola servirá de guía a los estudiantes, no solamente para pasar el examen, sino también para solucionar tareas de su futura profesión.

A. La Variación del Peso por Unidad como Base para un Sistema de Clasificación de Plátano

1. Objetivo del cálculo. Para el análisis de la homogeneidad de un material básico se utilizan en general la desviación típica y el coeficiente de variación. Estos datos nos indican, si las unidades individuales se concentran cerca del promedio, o si fluctúan entre límites amplios.

* Del Departamento de Capacitación del Instituto Latinoamericano de Mercadeo Agrícola (ILMA).

En el caso de que el material sea heterogéneo, se deben establecer varios grupos que se basan en la curva de la distribución de frecuencia. Queremos lograr grupos con un material homogéneo que represente una parte considerable del material total. La curva de frecuencia indica, qué límites deben tener los grupos individuales. El cálculo de la desviación standard y del coeficiente de variación para cada grupo indica, finalmente, si hemos logrado un material homogéneo o no.

Los resultados requeridos varían de un producto a otro. Para frutas y hortalizas, se puede hablar de un material heterogéneo, cuando el coeficiente de variación es mayor de un 15 por ciento; en los grupos establecidos se debe lograr un coeficiente de variación menor de un 10 por ciento.

2. Fórmulas básicas

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

σ = Desviación típica

x = Datos originales

$\bar{x}$ = Promedio aritmético

n = número de unidades

$$CV = \frac{\sigma \cdot 100}{\bar{x}}$$

CV = Coeficiente de variación

3. El material básico

Peso por unidad de plátano en gramos

360	300	390	240
260	380	390	220
348	380	360	380
310	410	220	330
300	380	350	280
280	350	320	320
360	220	340	220
320	360	340	340
260	210	340	310
300	260	240	280
320	360	330	330
310	320	360	180
350	340	320	120
380	360	310	
360	360	360	
310	380	400	
330	390	370	
360	310	340	
280	400	350	
320	400	320	

Fuente: Investigaciones del ILMA

4. Cálculo del promedio, de la desviación típica y del coeficiente de variación

$$\bar{x} = \frac{23,580}{73} = 323$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{221316}{73}} = \sqrt{3031} = 54,7$$

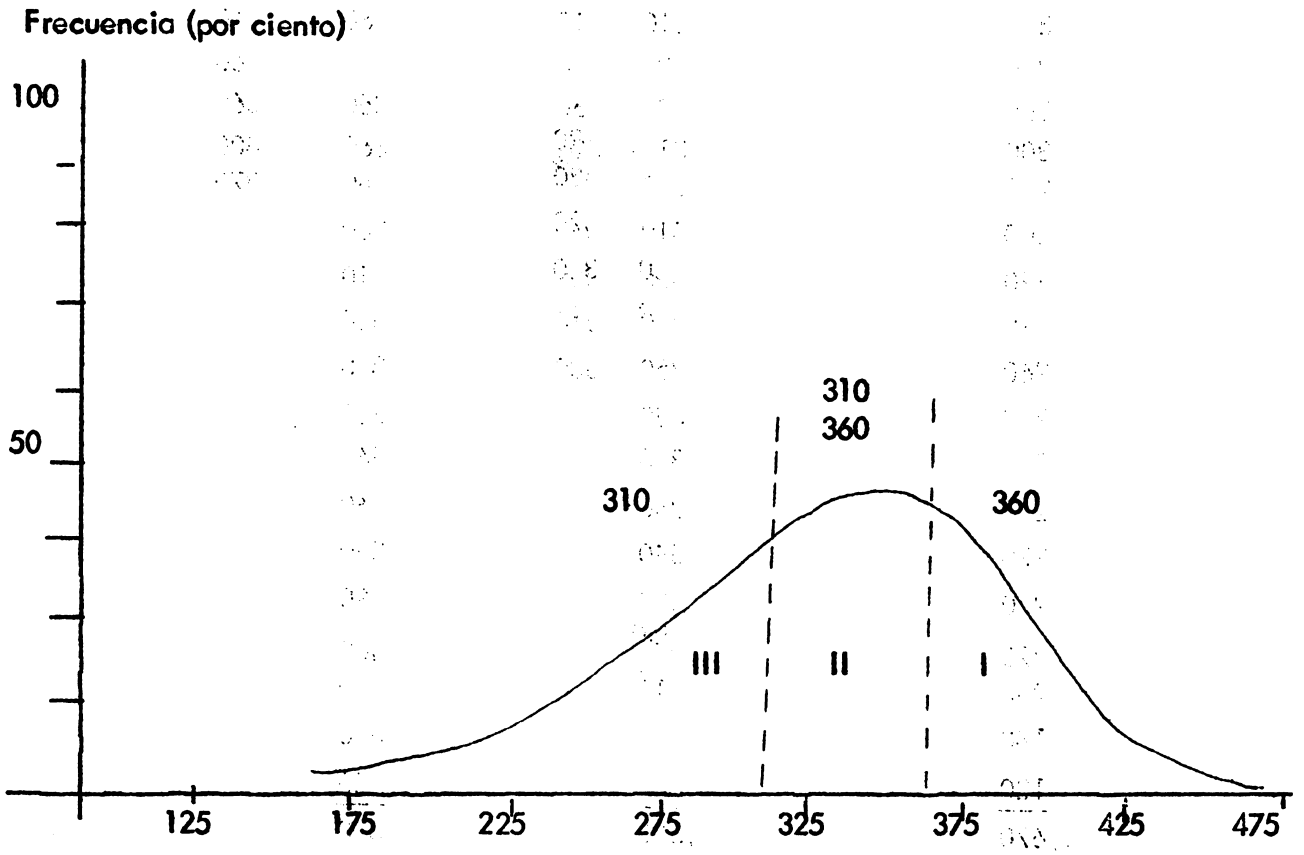
$$CV = \frac{55.100}{323} = 17.1\%$$

5. División del material por grupos y distribución de frecuencia

Intervalos	Abs.	Rel.
100 - 149	1	1.4
150 - 199	1	1.4
200 - 249	7	9.6
250 - 299	7	9.6
300 - 349	28	38.3
350 - 399	25	34.1
400 - 499	0	0.0
Total	73	100.0

Gráfica No. 1

Distribución de frecuencia del peso por unidad de plátanos



Fuente: Datos básicos del ILMA

g. por unidad

6. Participación de cada grupo y promedios respectivos

	Menos de 310	310 a 359		Más de 360	
	260	340	320	360	360
	300	310	310	360	360
	280	320	340	380	360
	260	320	350	360	360
	300	310	320	360	400
	280	350	330	380	370
	300	310	320	380	
	220	330	340	410	
	210	320	310	380	
	260	350	330	380	
	220	330		380	
	240	340		360	
	240	340		360	
	220	340		390	
	280	320		390	
	220	350		400	
	280	310		400	
	180	340		390	
	120	320		360	
$\sum$	4,670	9,520		9,390	
n	19	29		25	73
%	26,0	39,8		34,2	100,0
$\bar{x}$	246	328		375	

7. Desviación típica y coeficiente de variación de cada grupo

Más de 360	310 - 359	Menos de 310
$\sigma = \sqrt{\frac{6.650}{25}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{5.236}{27}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{38.542}{19}}$
$\sigma = \sqrt{266}$	$\sigma = \sqrt{181}$	$\sigma = \sqrt{2,048}$
$\sigma = 16,2 = (g)$	$\sigma = 13,4 = (g)$	$\sigma = 45 = (g)$
$CV = \frac{16 \cdot 100}{375}$	$CV = \frac{14 \cdot 100}{328}$	$CV = \frac{45 \cdot 100}{246}$
CV = 4,3 (%)	CV = 4,3 (%)	CV = 18,3 (%)

8. Interpretación de los resultados. El peso promedio por unidad de la muestra de plátano "Hartón" es 323 gramos. El material básico es bastante heterogéneo. La desviación típica es 54,7 gramos y el coeficiente de variación 17,1 por ciento. Existe la necesidad de lograr un material más homogéneo, lo cual puede obtenerse mediante la división del material básico en diferentes grupos.

La curva de frecuencia del peso por unidad indica que el mayor volumen se encuentra entre 280 y 380 gramos. Con respecto a esta distribución se ha dividido el material básico en tres grupos:

Menos de 310 grs. - 26,0% - CV = 18,3

De 310 a 359 grs. - 39,8% - CV = 4,3

Mas de 360 grs. - 34,2% - CV = 4,3

En esta forma, cada grupo está representado por un volumen suficiente. El coeficiente de variacion para cada grupo indica que se logró una homogeneidad del material. Solamente en el grupo de menos de 310 gramos, la variación es aún grande. Sería necesario rebajar el límite entre el primero y el segundo grupo o dividir de nuevo el tercer grupo.

B. El Desarrollo de la Producción de Arroz en Colombia

1. **Objetivo del cálculo.** Las cifras del desarrollo de la producción pueden indicar una línea muy heterogénea con fluctuaciones amplias e irregulares. Con el empleo de varias fórmulas se puede obtener una línea más general que permita sacar conclusiones respecto a la tendencia, las fluctuaciones cíclicas y el promedio de aumento. Estos resultados son indispensables para caracterizar la producción durante cierto período y hacer proyecciones.

2. **Fórmulas básicas**

$$x' = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \quad ; \quad x' = \frac{x_2 + x_3 + x_4}{3}$$

x' = Promedio móvil

$x_1, x_2, x_3,$ = Datos originales

$$y' = a + bx \; ; \; a = \frac{\sum Y}{n} \; ; \; b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} \; ;$$

y' = Valor de la tendencia

y = Dato original

x = Valor adjunto

n = Número de unidades

$$p_x = p_o \cdot q^n \quad , \quad g = 1 + \frac{p}{100}$$

p_x = Producción del año x

p_o = Producción del primer año

p = Tasa de crecimiento

n = Número de años

3. El material básico

Año	Producción de arroz Paddy Ton.
1955	322,800
1956	348,500
1957	345,950
1958	381,200
1959	401,100
1960	435,460
1961	428,500
1962	554,595
1963	560,400
1964	559,590
1965	574,925

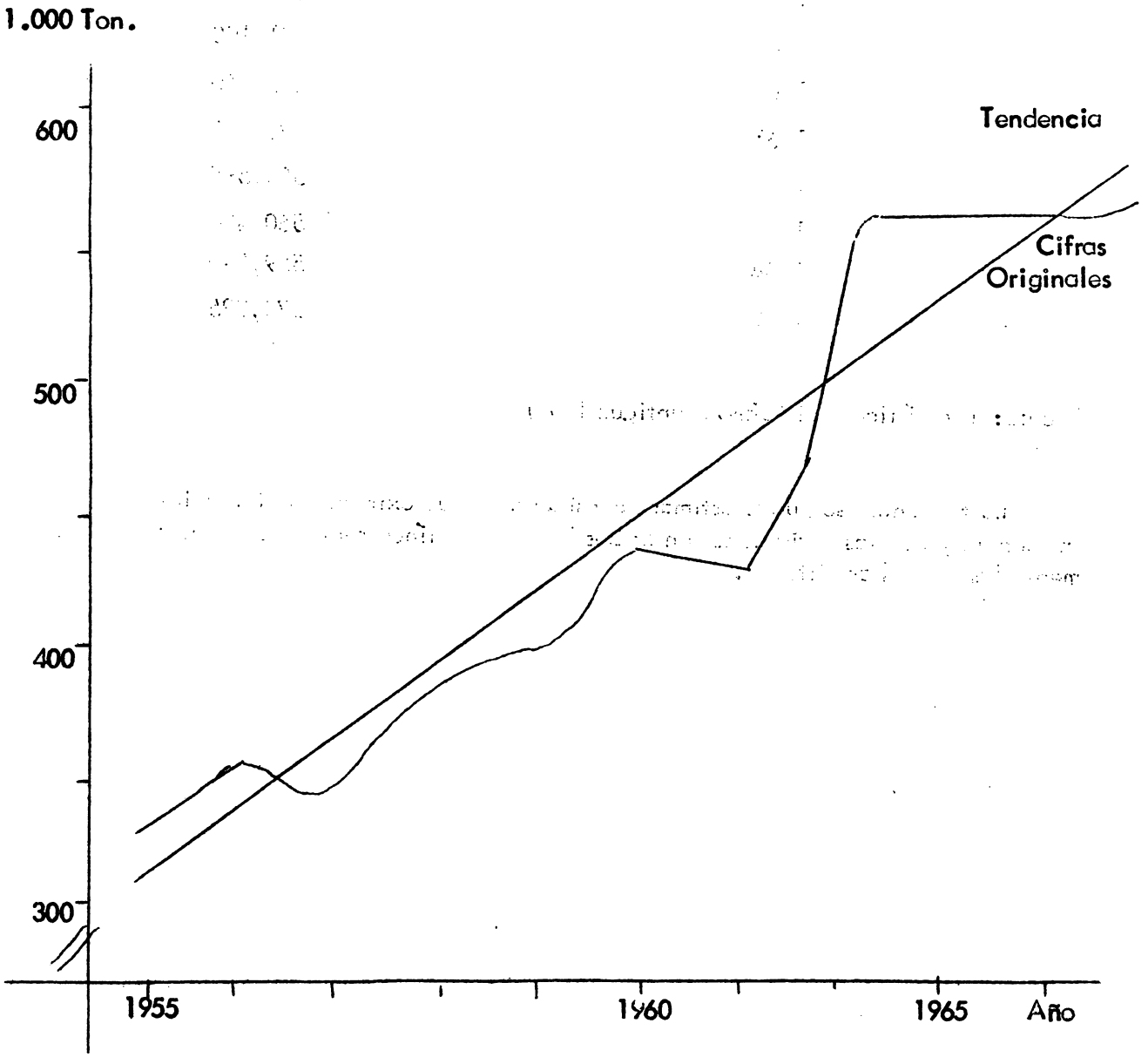
Fuente: Estadísticas del IDEMA (antiguo INA)

La tendencia se puede estimar, considerando que extremos individuales tienen poca influencia y que las variaciones en ambos lados de la línea recta deben tener aproximadamente las mismas amplitudes.

4. Representación gráfica y tendencia estimada

Gráfica No. 2

Desarrollo de la producción de arroz Paddy en Colombia



Fuente: Estadísticas del IDEMA (antíguo INA).

5. Los promedios móviles. Con los promedios móviles se elabora una línea más general, evitando los extremos. El promedio móvil se puede calcular con dos, tres o más cifras. Con el aumento de cifras por promedio, desaparecen cada vez más las fluctuaciones. Sin embargo, con un promedio móvil bastante grande, se pierden muchas de las cifras iniciales y finales. Para el promedio móvil se debe emplear siempre un número desigual de unidades, para que el promedio corresponda al punto establecido de la escala x.

$$x'(1956) = \frac{822,800 + 348,500 + 345,950}{3} = 339,083$$

$$x'(1957) = \frac{348,500 + 345,950 + 381,200}{3} = 358,550$$

$$x'(1958) = \frac{345,950 + 381,200 + 401,100}{3} = 376,083$$

$$x'(1959) = \frac{381,200 + 401,100 + 435,460}{3} = 405,920$$

$$x'(1960) = \frac{401,100 + 435,460 + 428,500}{3} = 421,686$$

$$x'(1961) = \frac{435,460 + 428,500 + 554,595}{3} = 472,851$$

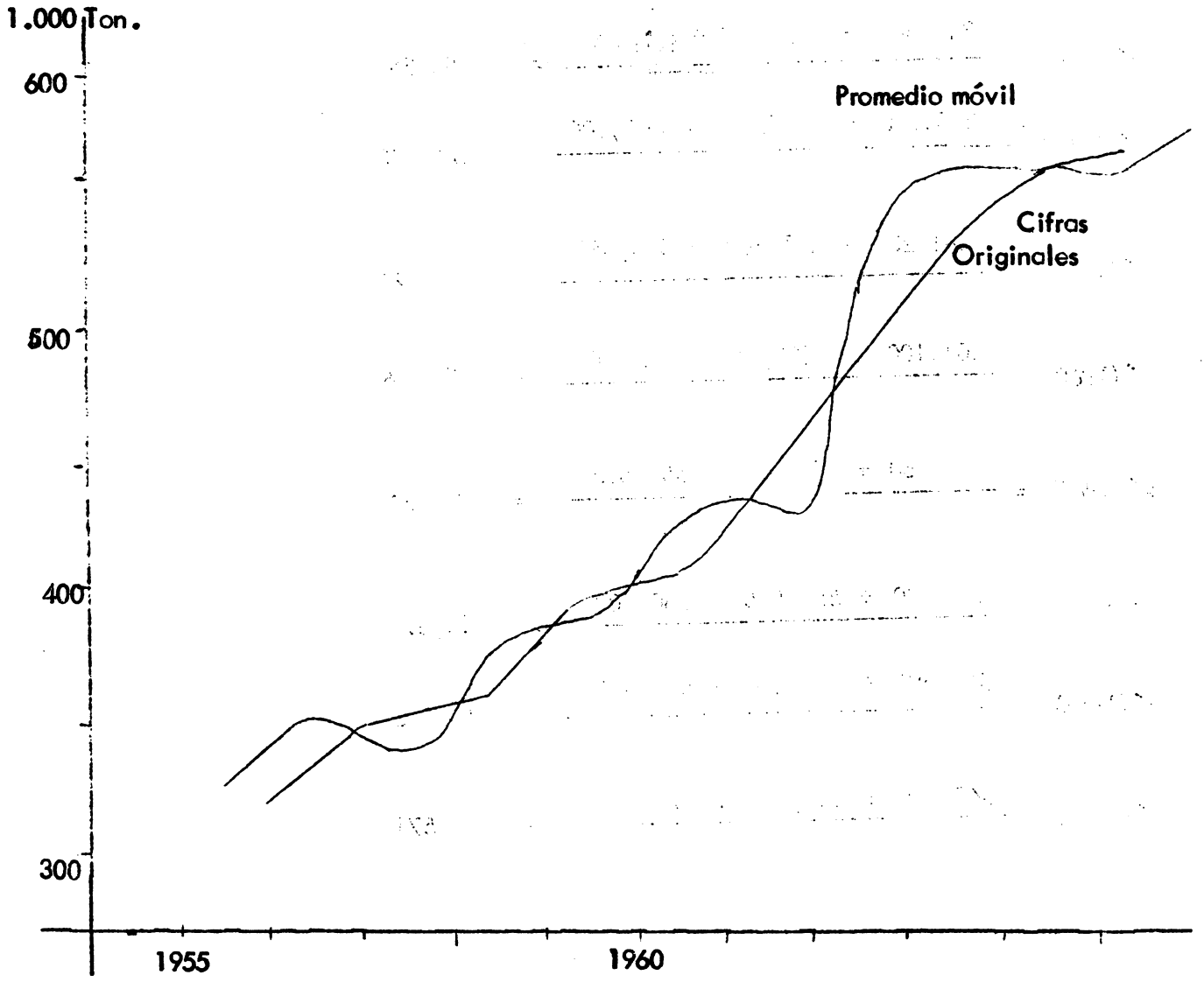
$$x'(1962) = \frac{428,500 + 554,595 + 560,400}{3} = 514,398$$

$$x'(1963) = \frac{554,595 + 560,400 + 559,590}{3} = 558,195$$

$$x'(1964) = \frac{560,400 + 559,590 + 574,925}{3} = 564,571$$

Gráfica No. 3

Desarrollo de la producción de arroz Paddy en Colombia



Fuente: Estadísticas del IDEMA (antíguo INA)

6. La tendencia*. Uno de los cálculos de la tendencia se basa en el método de los mínimos cuadrados.

Ejemplos:

y	x	y	x
123	-3	123	-5
124	-2	124	-3
128	-1	128	-1
135	±0	135	+1
134	+1	134	+3
148	+2	148	+5
160	+3		

* En el anexo No. 3 figura otro método para el cálculo de la tendencia

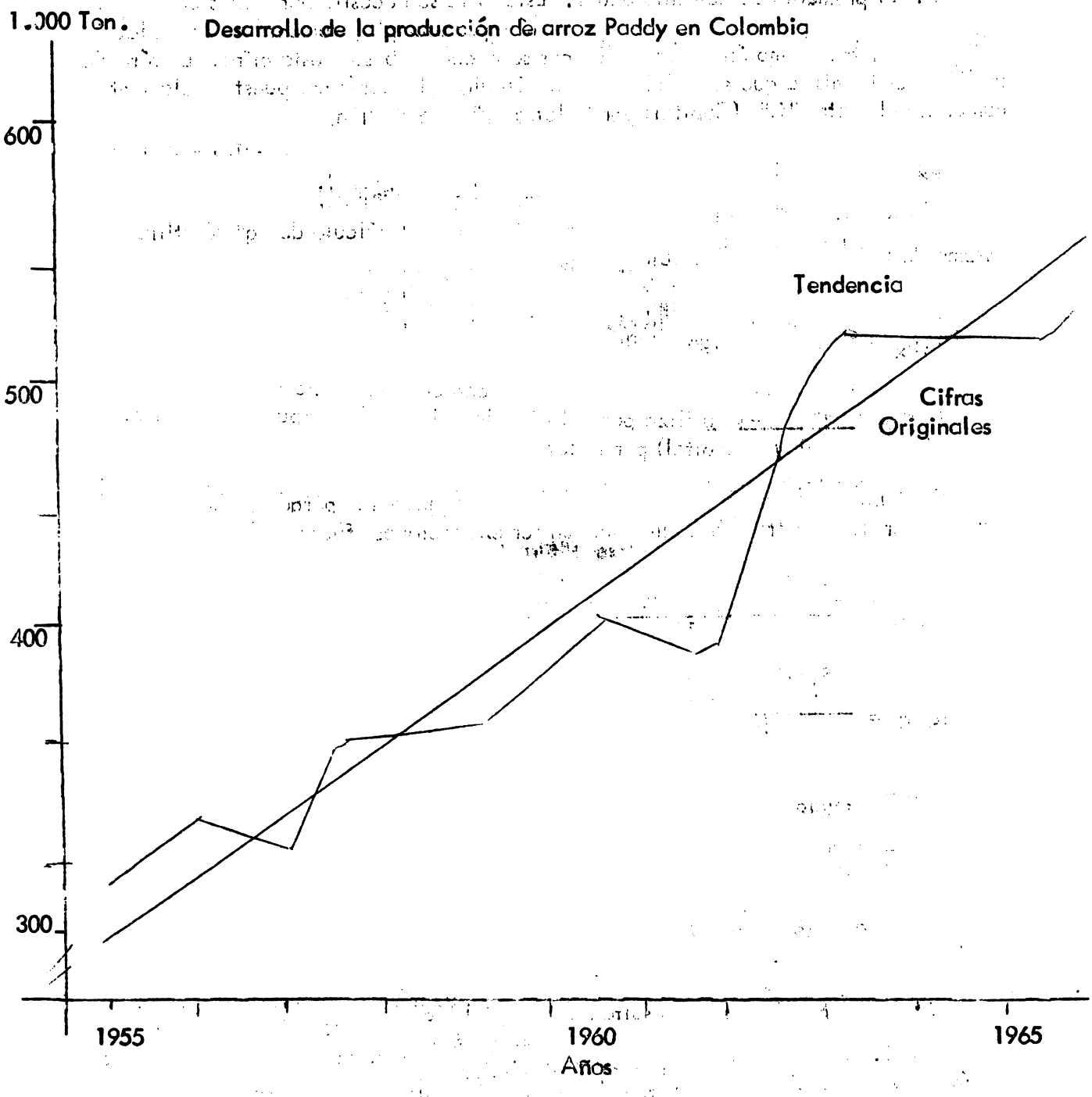
	y	x	xy	x^2	y'
	322,800	-5	-1,614,000	25	304,707
	348,500	-4	-1,394,000	16	333,275
	345,950	-3	-1,037,850	9	361,843
	381,200	-2	- 762,400	4	390,411
	401,100	-1	- 401,100	1	418,979
	435,460	0	0	0	447,547
	428,500	+1	+ 428,500	1	476,115
	564,595	+2	+1,129,190	4	504,683
	560,400	+3	+1,681,200	9	533,251
	559,590	+4	+2,238,360	16	561,819
	574,925	+5	+2,874,625	25	590,387
$\sum$	4,923,020	+0	+3,142,525	110	

$$a = \frac{4,923,020}{11} = 447,547$$

$$b = \frac{3,142,525}{110} = 28,568$$

$$y = 447,547 + 28,568\ x$$

Gráfica No. 4



Fuente: Estadísticas del IDEMA (antiguo INA)

7. El promedio de aumento anual. Esta cifra se necesita para fines de comparación, por ejemplo, aumento de la población o demanda, etc. También las proyecciones se hacen en base a esta cifra. La fórmula indicada es la misma que se utiliza para el cálculo del interés compuesto, solamente cambiando la letra "C" (Capital) por la letra "P" (Producción).

$$p_x = p_o \cdot q^n$$

El ejemplo, "q" es el factor desconocido. Para el cálculo de "q" se utiliza el sistema de logaritmos, en la siguiente forma:

$$\lg p_x = \lg p_o + n \lg q$$

$$\lg q = \frac{\lg p_x - \lg p_o}{n}$$

Los puntos "p_x" y "p_o" se deben tomar de la tendencia, porque el primero y el último valor de las cifras originales pueden ser excepciones, fuera de la línea general.

$$\log q = \frac{\lg 590{,}387 - \lg 304{,}707}{10}$$

$$\lg q = \frac{5.772 - 5.484}{10}$$

$$\lg q = 0.0288$$

$$q = 1.068$$

$$p = 6{,}8 \text{ (por ciento)}$$

8. Interpretación de los resultados. La producción de arroz paddy aumentó en promedio entre 1955 y 1965 en un 6,8 por ciento anual. La tendencia y los promedios móviles indican un aumento más o menos contínuo. Aunque el período analizado es relativamente corto, se pueden observar ciertas fluctuaciones cíclicas. A un año de fuerte aumento sigue un año con un aumento menos pronunciado o en algunos casos se presentan disminuciones. Además de este ciclo de dos años, la línea nos indica otro más largo, de tres o cuatro años:

Aumento	Disminución
x - 1956	1956 - 1957
1957 - 1960	1960 - 1961
1961 - 1963	1963 - 1964
1964 - x	

Es interesante observar también, que dentro de un ciclo hay, aproximadamente, dos a tres años de aumento y un año de disminución. Sin embargo, para confirmar estas observaciones, es necesario analizar un período más largo.

C. Indice General de Precios: para Materias Primas Agrícolas en el Mercado Mundial

1. Objetivos del cálculo. El índice general debe indicar el desarrollo de los precios de los productos agrícolas en el mercado mundial; representa un dato promedio. Este índice tiene importancia para el análisis de la política económica, de los ingresos de los productores agrícolas; y, para observar en general la demanda para productos agrícolas en el mundo. El índice general da una idea de la balanza entre producción y demanda, y, especialmente, sobre las influencias externas (guerra, crisis general de la economía, catástrofes, etc.) en el mercado mundial de los productos agrícolas.

2. Fórmulas básicas*

$$PAM = \left(\frac{P_i}{P_o} \cdot \frac{100}{\Sigma c}\right)_1 + \left(\frac{P_i}{P_o} \; \frac{100}{\Sigma c}\right)_2 \cdots\cdots n$$

PAM = Precios de productos agrícolas en el mercado mundial

P_i = Precio del año de referencia

P_o = Precio del año base

c = Factor de ponderación

* Fórmula de la tendencia, véase práctica No. 3

Cuando la suma de los factores de ponderación (Σ c) se toma como 100 por ciento, la fórmula se puede simplificar de la manera siguiente:

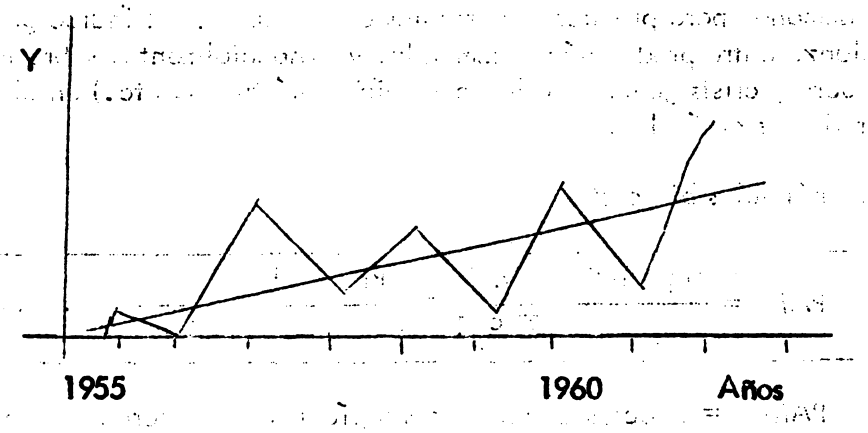
$$PAM = \frac{P_i \cdot 100 \cdot c}{P_o \cdot 100} = \frac{P_i \cdot c}{P_o} = \frac{P_i \cdot c}{P_o}$$

c" P_o" son constantes para cada producto, entonces:

$$\boxed{PAM = p_{i1} \cdot VC + p_{i2} \cdot VC_2 + p_{in} \cdot VC_n}$$

3. Elección de la base. Como base del índice se debe elegir un año con precios no excepcionales. Cuando el precio base es muy alto, entonces el índice es relativamente bajo, o sea, viceversa. La mejor base es un valor cercano a la línea general (tendencia).

Ejemplo:



En este ejemplo, los años más apropiados para tomar como base serían 1955 y 1958, porque los puntos respectivos se acercan a la línea general. No son apropiados como base los años 1957 (precio muy alto) y 1960 (precio muy bajo).

En el caso de los precios en el mercado mundial, se consideran, de una crisis general de la economía, por ejemplo, los años inmediatamente después de la Segunda Guerra Mundial (1945-1948); la guerra de Corea (1952) o la crisis de Suez (1956-1957). Para nuestro objetivo, el año más apropiado como base para el índice parece ser 1950.

4. El contenido de la "Canasta". Para el índice general de los precios, debemos elegir algunos productos representativos, porque es imposible incluír en el cálculo todos los productos que figuran en el comercio exterior agrícola (120 aproximadamente). En la elección de los mismos, se debe tener en cuenta lo siguiente:

a. Que los productos cubran las más importantes regiones económicas del mercado.

b. Que éstos cubran los grupos más importantes de los productos agrícolas, que son: cereales, oleaginosas, fibras, condimentos, productos durables, etc.

c. Productos con un fuerte aumento en el precio, y otros con precios constantes.

d. Productos que tengan gran variabilidad en el precio, otros que se desarrollen contínuamente.

e. El total de los productos debe representar una parte considerable de todo el comercio exterior.

En el caso a tratar se ha relegido los productos siguientes:

Trigo	Azúcar	Té	Soya	Lana
Maíz	Café	Cítricos	Caucho	Algodón
Arroz	Cacao	Banano	Tabaco	Mantequilla

Aunque éstos equivalen solamente a un 12 por ciento de todos los productos que se encuentran en el mercado mundial, su valor representa el 40 por ciento, aproximadamente, del valor total de las exportaciones mundiales de productos agropecuarios.

El trigo, por ejemplo:

a. Representa América del Norte, Argentina, partes de Europa y Oceanía

b. Pertenece al grupo de cereales

c. Su precio es relativamente constante

El arroz:

a. Es importante para los países del Lejano Oriente

b. Pertenece al grupo de cereales

c. Se observan ligeras fluctuaciones en los precios

El cacao:

a. Es importante para algunos países africanos

b. Pertenece al grupo de los condimentos

c. Precios muy variables

El banano:

a. Es importante para algunos países suramericanos y africanos y, especialmente, para Centroamérica

b. Es del grupo de las frutas

c. Tiene precios variables

5. Ponderación de los precios. La ponderación de los precios es necesaria, ya que los productos no tienen igual importancia en el mercado mundial. La base más correcta para la ponderación es, en este caso, el valor de las exportaciones. El valor total de las exportaciones de todos los productos considerados es igual al 100 por ciento y a cada producto corresponde un determinado porcentaje.

La ponderación se obtiene de un año ya determinado, con una situación normal en el mercado mundial. El problema de que también la ponderación cambie de un año a otro, se puede solucionar calculando de nuevo la ponderación después de cierto período (entre 5 y 10 años) y empalmando el antiguo índice con el nuevo por un cálculo de porcentajes. No es aconsejable cambiar la ponderación de un año a otro, porque entonces el índice no mide solamente el movimiento del precio, sino también los cambios en la estructura del mercado mundial.

6. El material básico. (Véase el Cuadro No. 1, sobre precios de productos agrícolas en el mercado mundial y valor de las exportaciones en el año 1965).

7. **Cálculo del valor constante.** La participación de cada producto en el valor total de las exportaciones es la siguiente:

Producto	1.000.000 US$	Porcentaje
Trigo	31	14
Maíz	14	6
Arroz	10	5
Azúcar	19	9
Café	22	10
Té	7	4
Cacao	5	2
Cítricos	5	2
Banano	4	2
Soya	7	3
Caucho	12	6
Tabaco	12	5
Lana	19	9
Algodón	23	10
Mantequilla	6	3
Carne	23	10
Total	219	100

$$\text{Valor constante} = \frac{c}{P_o}$$

VC Trigo $= \frac{14}{6.3} = 2.22$; VC Maíz $= \frac{6}{6.8} = 0.88$;

VC Arroz $= \frac{5}{10.2} = 0.49$; VC Azúcar $= \frac{9}{12} = 0.75$;

VC Café $= \frac{10}{1.16} = 8.61$; VC Té $= \frac{4}{0.95} = 4.21$;

VC Cacao $= \frac{2}{70,8} = 0.03$; VC Cítricos $= \frac{2}{10.2} = 0.20$;

VC Banano $= \frac{2}{16} = 0.12$; VC Soya $= \frac{3}{9.6} = 0.31$;

VC Caucho $= \frac{6}{77.9} = 0.08$; VC Tabaco $= \frac{5}{0.97} = 5.15$;

VC Lana $= \frac{9}{5.81} = 1.55$; VC Algodón $= \frac{10}{0.45} = 2.22$;

VC Mantequilla $= \frac{3}{0.45} = 6.67$; VC Carne $= \frac{10}{16.7} = 0.60$;

Cuadro No. 1

Precios de productos agrícolas en el mercado mundial y valor de las exportaciones en el año 1965

Año	Trigo	Maíz	Arroz	Azúcar	Café	Té	Cacao	Cítricos	Banano	Soya	Caucho	Tabaco	Lana	Algodón	Mantequilla	Carne
1950	6,30	6,80	10,20	12,00	1,16	0,95	70,80	10,20	16,00	9,60	77,90	0,97	5,81	0,45	0,45	16,70
1951	6,70	7,20	10,00	12,30	1,23	0,85	78,30	11,10	16,00	11,90	122,20	0,89	3,02	0,42	0,61	18,20
1952	6,80	6,30	10,70	12,70	1,22	0,65	78,00	9,40	16,20	11,20	69,20	1,10	2,73	0,41	0,69	19,50
1953	5,90	6,00	9,80	12,80	1,32	0,92	81,80	11,00	16,30	11,90	48,50	1,02	2,82	0,43	0,84	19,80
1954	6,20	5,80	9,90	12,30	1,81	1,44	127,40	12,20	16,70	12,20	48,50	0,99	2,73	0,38	1,03	29,70
1955	6,00	4,90	9,60	12,00	1,30	0,97	82,40	12,70	16,50	11,40	82,20	1,04	2,26	0,43	0,98	24,70
1956	6,10	5,20	7,20	12,30	1,35	1,11	60,20	14,40	16,20	11,00	69,70	0,85	3,03	0,46	0,89	25,30
1957	6,20	4,80	6,90	12,70	1,31	0,97	67,50	15,60	17,70	9,60	63,90	1,01	2,62	0,42	0,78	28,40
1958	6,10	4,80	8,00	12,70	1,17	1,00	97,70	12,40	16,30	9,30	57,80	0,94	2,18	0,41	0,65	23,60
1959	6,10	4,80	6,90	12,70	0,89	1,02	80,70	11,40	14,50	9,30	72,90	0,89	2,14	0,48	0,95	20,00
1960	6,70	4,30	6,10	12,80	0,85	1,12	62,60	13,10	14,30	10,70	77,80	0,88	1,93	0,48	0,85	13,60
1961	6,70	4,40	7,10	12,50	0,83	1,01	49,80	13,50	13,90	10,00	60,20	0,87	2,09	0,48	0,71	15,70
1962	6,40	4,70	8,50	12,30	0,83	1,12	46,30	14,90	13,30	10,60	56,30	0,90	2,31	0,53	0,82	15,70
1963	6,40	4,70	7,40	16,70	0,81	1,09	55,80	12,30	12,60	11,20	52,20	1,01	2,78	0,62	0,90	13,10
Valor Export. *	31	14	10	19	22	7	5	5	4	7	12	12	19	23	6	23

Explicaciones:
Trigo: Canadá, producer price, No. 1, Northern, spot Fort William-Port Arthur, US cent per kg.; Maíz: USA, No. 3, yellow, wholesale price, Chicago, US cent per kg.; Arroz: Thailand, 1 - 15%, broken wholesale price. Bangkok, US cent per kg.; Azúcar: USA, raw 96% wholesale price, cif, New York, US cent per kg.; Café: Germany, Brazilian Santos extra, cif. Hamburg, US$ per kg.; Té: India, auction price Calcutta, US$ per kg.; Cacao: USA, Ghana, spot price New York, US cent per kg.; Cítricos: Oranges, Italy, producer price, Catania, US cent per kg.; Banano: USA, Central America, fob. port of entry, US cent per kg.; Soya: UK, American No. 2, yellow, 3% bulk, nearest forward shipment, US cent per kg.; Caucho: Malasia, No. 1 RSS, wholesale price, baled, fob. Singapure, US cent per kg.; Tabaco: Southern Rhodesia, Zambia, flue cured, auction price, US$ per kg.; Lana: USA, Montevideo super, O's (58/60's) in bond, Boston, US$ kg.; Algodón: India, Jcrilla fine, wholesale price Bombay, US$ per kg.; Mantequilla: UK, New Zealand, finest salted, ex store price, spot London, US$ per kg.; Carne: Uruguay, steers, average price paid by freezing works Montevideo, US$ per kg.

* 100,000 US$ export value in 1965

Fuente: FAO 1910

PAM (1951)	=	6.70	2.22	+	7.20	0.88	+	10.00	0.49	+
		+12.30	0.75	+	1.23	8.61	+	0.85	4.21	+
		+78.30	0.03	+	11.10	0.20	+	16.00	0.12	+
		+11.90	0.31	+	112.20	0.08	+	0.89	5.15	+
		+ 3.02	1.55	+	0.42	2.22	+	0.61	6.67	+
		+18.20	0.60		=	105.6				

Años	PAM
1950	100.0
1951	105.6
1952	87.8
1953	90.3
1954	105.4
1955	94.9
1956	94.0
1957	94.0
1958	88.0
1959	84.9
1960	84.4
1961	79.7
1962	82.0
1963	84.10

8. Cálculo de la tendencia

Y	x	yx	x^2	y'
100.0	- 13	-1.300.0	169	101.1
105.6	- n	-1.161.6	121	
87.8	- 9	- 790.2	81	
90.3	- 7	- 632.1	49	
105.4	- 5	- 527.0	25	
94.9	- 3	- 284.7	9	
94.0	- 1	- 94.0	1	
94.0	+ 1	+ 94.0	1	
88.0	+ 3	+ 264.	9	
84.9	+ 5	+ 424.5	25	
84.4	+ 7	+ 590.8	49	
79.7	+ 9	+ 717.3	81	
82.0	+ 11	+ 902.0	121	
84.1	+ 13	+1.093.3	169	81.1
1.275.1		- 703.7	910	

$$a = \frac{1.275.1}{14} = 91.1$$

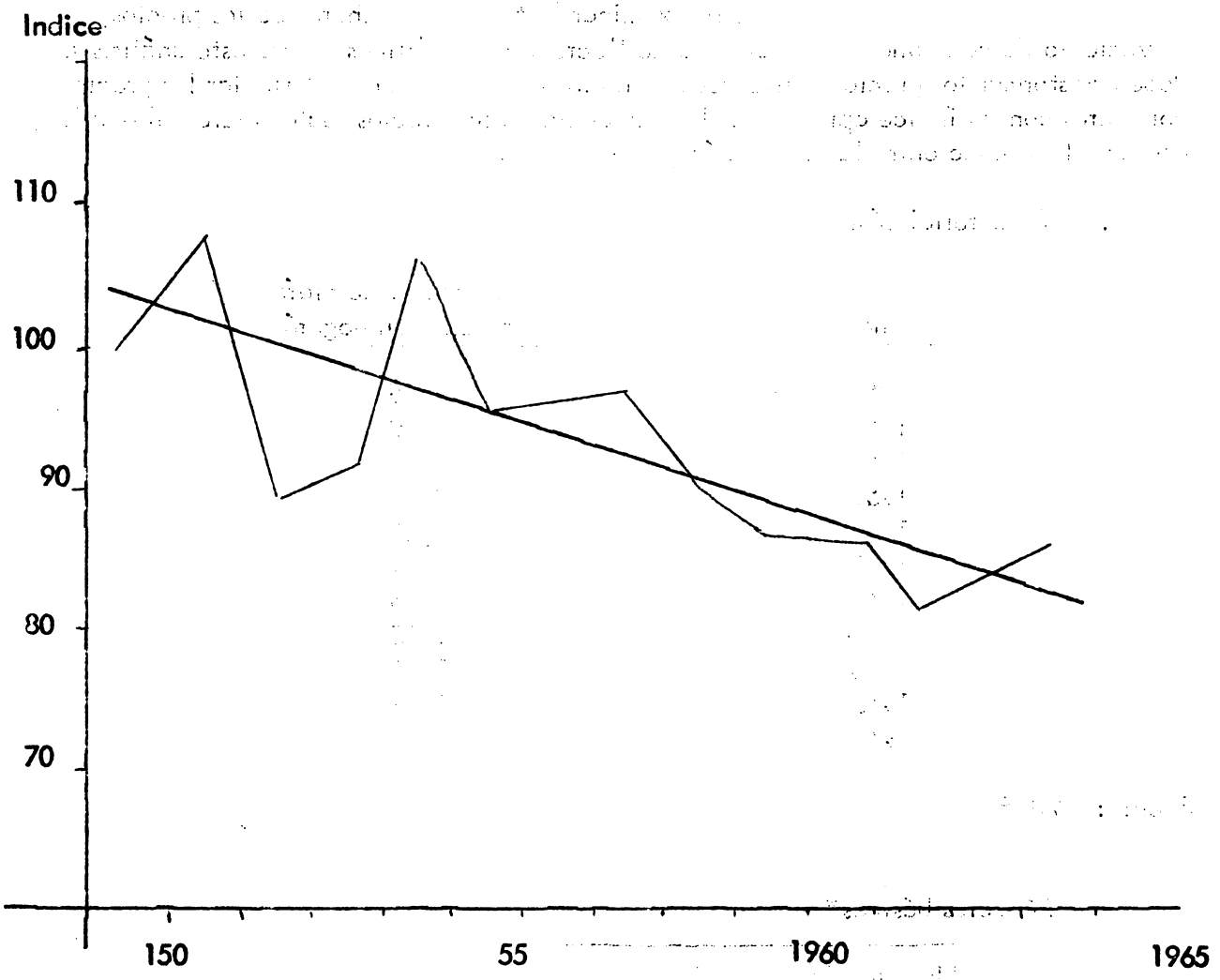
$$b = \frac{703.7}{910} = -0.77$$

Para la tendencia se calcula solamente el primero y el último valor, porque todos los otros puntos caen dentro de la línea recta.

9. Representación gráfica

Gráfica No. 5

Indice de precios de productos agrícolas en el mercado mundial
1950 = 100



Fuente: Investigaciones del ILMA

10. Interpretación de los resultados. La tendencia de los índices indica una disminución contínua. En los primeros años, especialmente, ha habido amplia fluctuación. Los precios altos del año 1954 se deben a la guerra de Corea y sus repercusiones en la economía mundial. Hacia el final de la crisis de Suez en el año 1957, los precios se habían estabilizado para caer después rápidamente. Los años 1962-1963 indicaron un ligero mejoramiento de los precios.

C. Precios a Largo Plazo de Plátano en Colombia

1. Objetivo del cálculo. Para el análisis de los precios a largo plazo, es preciso examinar la tendencia general de los precios, el movimiento de cada año y la existencia de fluctuaciones cíclicas. Para este análisis se deben trasformar los precios corrientes en precios reales, es decir, deflactar los precios corrientes con un índice apropiado. La tendencia de los precios reales indica el equilibrio en el mercado entre la producción y el consumo.

2. El material básico

Año	$ Col. por kg. de plafano al por menor en Bogotá
1956	0,35
1957	0,40
1958	0,40
1959	0,48
1960	0,40
1961	0,61
1962	0,65
1963	1,15
1964	1,30
1965	1,28
1966	1,58

Fuente: DANE

3. Fórmulas básicas*

$$P_r = \frac{P_n}{I_n} \cdot I_o$$

P_r = Precio real
P_n = Precio corriente
I_n = Indice deflactor
I_o = Indice deflactor, año base

* Fórmula de la tendencia, véase práctica No. 3

4. **Deflactación de los precios corrientes.** En general se toma como deflactor, el índice que representa el nivel de costo de vida. Este debe incluír diferentes grupos de productos, tales como alimentos, vivienda, vestuario y misceláneas; también debe representar diferentes clases de consumidores -empleados y obreros- y distintos niveles de precios (mayor y detal).

Año	IGP*
1955	100
1956	110
1957	131
1958	152
1959	166
1960	174
1961	186
1962	192
1963	243
1964	286
1965	308
1966	361

$$P\ 1956 = \frac{0.35}{110} \cdot 110 = 0,35$$

$$P\ 1957 = \frac{0.40}{131} \cdot 110 = 0,33$$

Año	P
1956	0,35
1957	0,33
1958	0,29
1959	0,32
1960	0,25
1961	0,36
1962	0,37
1963	0,52
1964	0,50
1965	0,46
1966	0,48

* Indice general de precios; 1955 = 100

5. Cálculo de la tendencia

y	x	x^2	xy	y´
0,35	-5	25	-1,75	0,27
0,33	-4	16	-1,32	
0,28	-3	9	-0,84	
0,31	-2	4	-0,62	
0,25	-1	11	-0,25	
0,36	0	0	-0	
0,37	+1	1	+0,37	
0,52	+2	4	+1,04	
0,50	+3	9	+1,50	
0,45	+4	16	+1,80	
0,48	+5	25	+2,4-	0,48
4,20		110	+2,33	

$$a = \frac{4,20}{11} = 0,38;$$

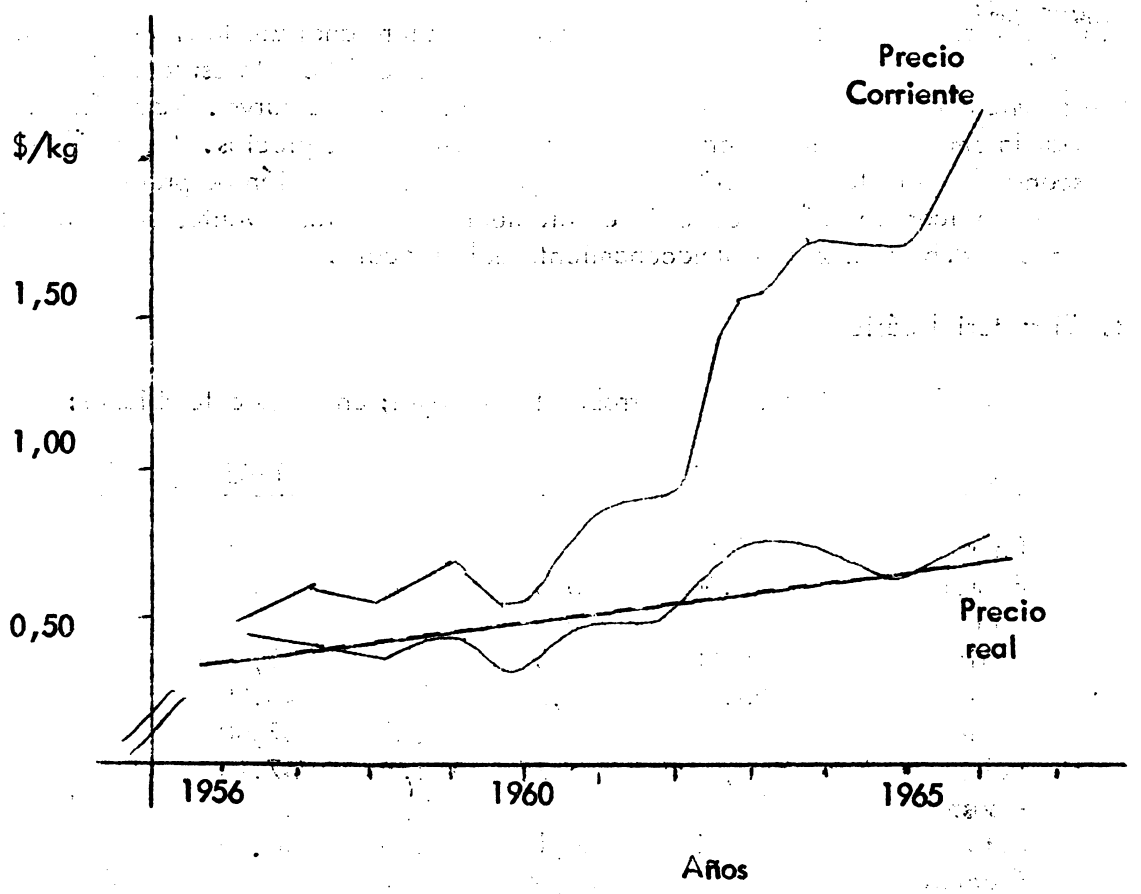
$$b = \frac{2,33}{110} = 0,021$$

$$y' = 0,38 + 0,021\ x$$

6. Representación gráfica

Gráfica No. 6

Desarrollo a largo plazo del precio al por menor de plátano en el mercado de Bogotá



Fuente: Datos básicos del DANE

7. Interpretación de los resultados. En el período analizado, los precios corrientes aumentaron considerablemente, especialmente en los años 1962 a 1964. Sin embargo, los precios reales indican solamente un incremento moderado, debido al gran aumento del índice general de precios. La pequeña alza de los precios reales indica que en el período analizado, la oferta y la demanda se encontraban en equilibrio. Aunque las curvas indican una fluctuación cíclica de los precios entre dos y tres años, el período analizado es demasiado corto para confirmar tal aspecto.

E. Indice Estacional de los Precios de Arroz en el Mercado de Bogotá

1. Objetivo del cálculo. Por este cálculo se quiere analizar la fluctuación estacional del precio, que se debe a la estacionalidad de la producción. En este fenómeno, cada producto tiene su típica curva. También, se debe analizar la amplitud de las fluctuaciones estacionales de los precios. Estos cálculos son indispensables para la planeación de un programa de sustentación de precios, ya que los resultados indican en qué meses se deben efectuar las compras o ventas oficiales y los meses en que se debe realizar el almacenamiento del producto.

2. El material básico.

a. Bogotá, arroz blanco, por arroba al por mayor; en pesos colombianos:

Mes	1962	1963	1964	1965	1966
Enero	24,60	24,90	27,90	39,40	43,30
Febrero	24,60	25,50	28,30	39,50	43,90
Marzo	25,30	26,80	28,50	39,40	44,70
Abril	25,50	28,50	30,60	41,40	50,60
Mayo	25,30	28,60	31,60	46,00	49,40
Junio	25,30	27,80	32,50	47,50	45,50
Julio	23,90	26,70	33,30	47,70	43,50
Agosto	13,20	26,20	32,80	41,40	42,10
Setiembre	23,50	26,10	32,60	40,70	42,10
Octubre	24,00	26,60	33,50	42,80	41,70
Noviembre	23,70	28,00	36,90	42,20	42,10
Diciembre	23,90	28,00	37,60	42,80	42,30

b. Bogotá, arroz blanco, por kg. al detal; en pesos colombianos:

Mes	1962	1963	1964	1965	1966
Enero	2,26	2,27	2,50	3,50	3,93
Febrero	2,28	2,36	2,50	3,50	3,99
Marzo	2,28	2,37	2,50	3,51	4,05
Abril	2,30	2,44	2,68	3,65	4,28
Mayo	2,30	2,50	2,70	3,92	4,40
Junio	2,30	2,50	2,70	4,06	4,40
Julio	2,26	2,50	2,84	3,95	4,33
Agosto	2,24	2,50	2,96	3,91	4,79
Setiembre	2,22	2,49	2,94	3,91	4,25
Octubre	2,24	2,49	2,98	3,92	4,21
Noviembre	2,22	2,50	3,28	3,93	4,19
Diciembre	2,24	2,50	3,39	3,94	4,21

Fuente: DANE

3. Fórmulas básicas*

$$IE = \frac{y}{y'} \cdot 100$$

IE = Indice estacional

y = Valor original

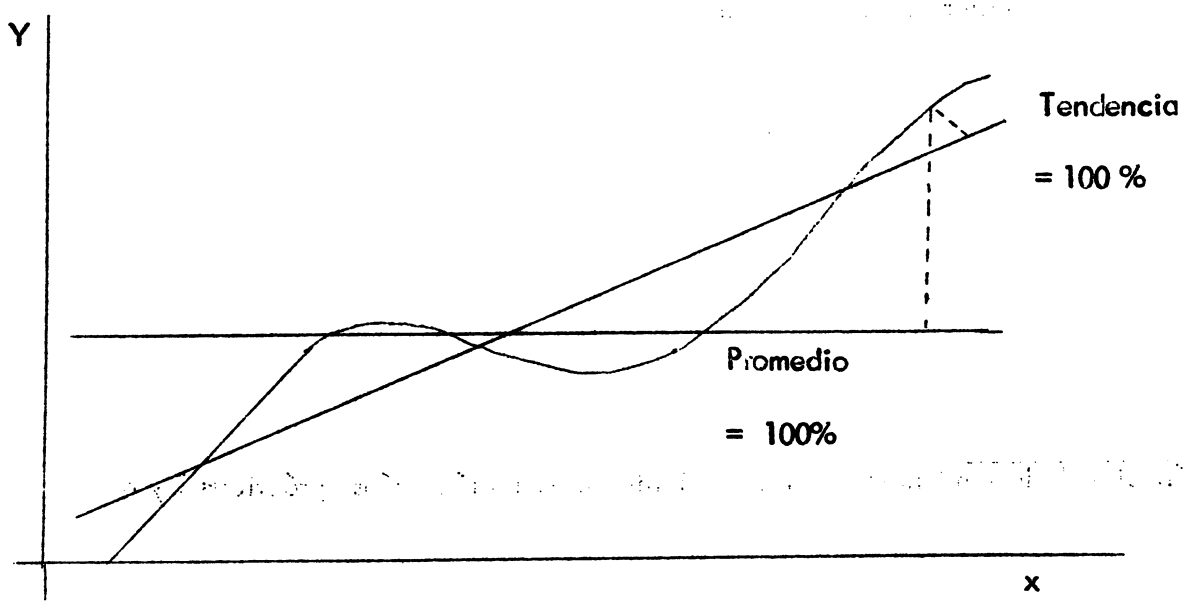
y' = Valor de la tendencia

* Fórmulas de la tendencia y del coeficiente de variación, véase prácticas 1 y 3

4. **Cálculo del promedio mensual.** Para el índice estacional de los precios se requiere siempre el promedio de varios años, porque un solo año puede presentar excepciones. En general, se toma un promedio de cuatro a ocho años.

Mes	$ col. por arroba	$ col. por kg.
Enero	32,02	2,89
Febrero	32,36	2,93
Marzo	32,94	2,94
Abril	35,32	3,07
Mayo	36,18	3,16
Junio	35,72	3,19
Julio	34,02	3,18
Agosto	33,14	3,18
Setiembre	33,00	3,16
Octubre	33,72	3,17
Noviembre	34,58	3,22
Diciembre	34,92	3,26

5. **Cálculo de la tendencia.** En este caso, los valores de la tendencia son necesarios, ya que en los promedios mensuales está incluído un aumento general de los precios en el curso del año, que debe desaparecer en el índice estacional. No se puede tomar simplemente el promedio de los valores mensuales como 100 por ciento, sino exclusivamente la línea de la tendencia que representa 100 por ciento como se aprecia en la gráfica.



Al por mayor

y	x	yx	x^2	y´
32,02	-11	-352,22	121	33,32
32,36	- 9	-291,24	81	33,44
32,94	- 7	-230,58	49	33,56
35,32	- 5	-176,60	25	33,68
36,18	- 3	-108,54	9	33,81
35,72	- 1	- 35,72	1	33,93
34,02	+ 1	+ 34,02	1	34,05
33,14	+ 3	+ 99,42	9	34,17
33,00	+ 5	+165,00	25	34,29
33,72	+ 7	+236,04	49	34,42
34,58	+ 9	+311,22	81	34,54
34,92	+11	+384,12	121	34,66
407,92		+ 34,92	572	

$$a = \frac{407,92}{12} = 33,99$$

$$b = \frac{34,92}{572} = 0,061$$

$$y' = 33,99 + 0,061\ x$$

En este caso, se calculan todos los valores de la tendencia, los cuales son necesarios para el calculo final del índice.

Al por menor

y	x	yx	x^2	y´
2,89	- 11	- 31,79	121	2,94
2,93	- 9	- 26,37	81	2,97
2,94	- 7	- 10,58	49	3,00
3,07	- 5	- 15,35	25	3,03
3,16	- 3	- 9,48	9	3,06
3,19	- 1	- 3,19	1	3,09
3,18	+ 1	+ 3,18	1	3,12
3,18	+ 3	+ 9,54	9	3,15
3,16	+ 5	+ 15,80	25	3,18
3,17	+ 7	+ 22,19	49	3,21
3,22	+ 9	+ 28,98	81	3,24
3,26	+ 11	+ 35,86	121	3,27
37,35		+ 8,79	572	

$$a = \frac{37,35}{12} = 3,11$$

$$b = \frac{+8,79}{572} = 0,015$$

$$y = 3,11 + 0,015\ x$$

6. Eliminación de la tendencia. Con este cálculo se elimina todo el aumento a largo plazo, porque se quiere indicar exclusivamente el movimiento estacional.

Ejemplos: Al por menor - enero

$$IE = \frac{2.89}{2.94} \cdot 100 = 98$$

Al por mayor - junio

$$IE = \frac{35,72}{33,93} \cdot 100 = 105$$

Mes	Índice estacional al por mayor	Índice estacional al por menor
Enero	96	98
Febrero	97	98
Marzo	98	98
Abril	105	101
Mayo	107	103
Junio	105	103
Julio	100	102
Agosto	97	101
Setiembre	96	99
Octubre	98	99
Noviembre	100	99
Diciembre	101	99

7. El coeficiente de variación. El coeficiente de variación se calcula para el índice estacional; siendo compuesto éste por cifras relativas, la fórmula es la misma que para la desviación típica

$$CV = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}}$$

a. Al por mayor

$$CV = \sqrt{\frac{158}{12}} = \sqrt{13,1} = 3,6\ (\%)$$

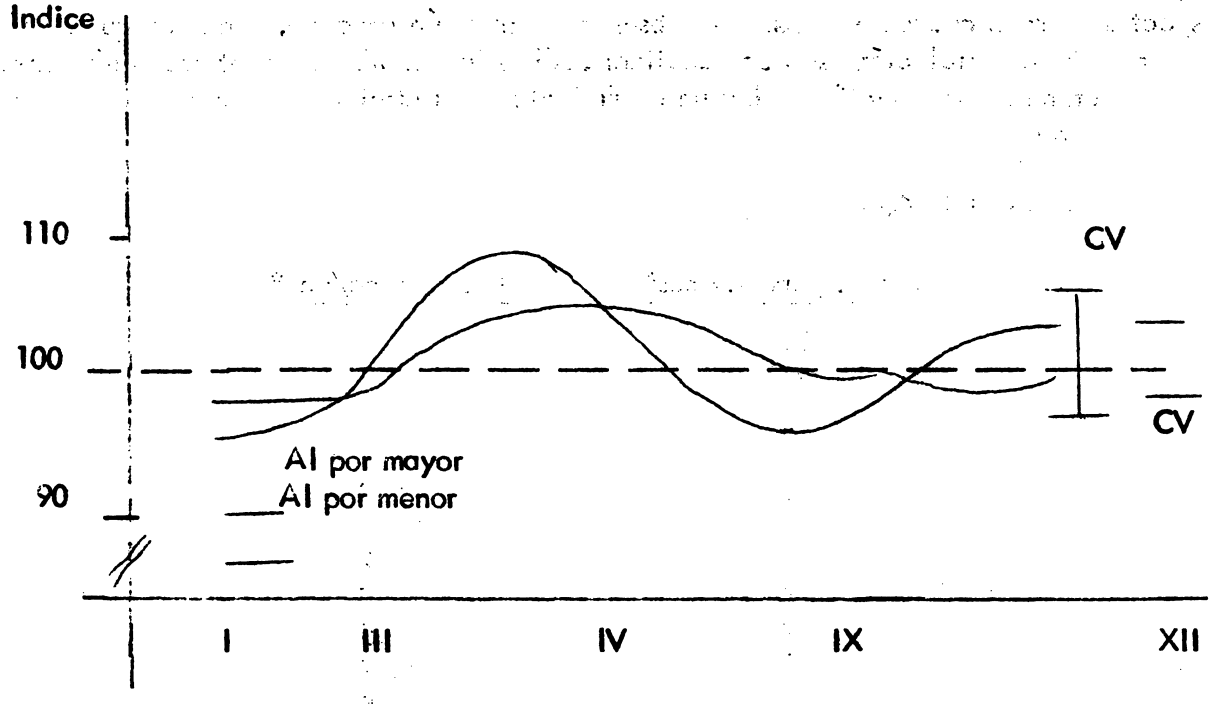
b. Al por menor

$$CV = \sqrt{\frac{40}{12}} = \sqrt{3,3} = 1,8\ (\%)$$

8. La representación gráfica. La gráfica número 7 indica el índice estacional del precio del arroz blanco en Bogotá.

Gráfica No. 7

Indice estacional del precio de arroz blanco en el mercado de Bogotá, promedio 1962 - 1966



Fuente: Datos básicos del DANE

9. Interpretación de los resultados. Los precios de arroz en el mercado de Bogotá tienen una fluctuación moderada. El mayor precio se encuentra entre los meses de abril y junio. En los meses siguientes el precio baja considerablemente, debido a las cosechas de las regiones del Meta, Tolima y Caquetá.

Después de un ligero intervalo -noviembre y diciembre- el precio baja nuevamente debido a la cosecha de mitaca en dichas zonas. Las fluctuaciones al por menor son menos pronunciadas, si se compara su coeficiente de variación que es de 1,8 por ciento con 3,6 por ciento que es el de los precios al por mayor. Para una intervención oficial de estabilización de precios sería conveniente efectuar compras en agosto-setiembre, y ventas en abril-mayo, o sea, almacenar el producto durante un período de ocho a nueve meses.

El arroz, como producto durable, presenta pocas fluctuaciones de precios, debido a que entre las cosechas se puede almacenar el producto. En general, para frutas y hortalizas, las fluctuaciones son más amplias, siendo el coeficiente de variación entre 5 y 15 por ciento.

F. El Consumo de Plátano en Bogotá en Relación a Diferentes Niveles de Ingreso

1. Objetivo del cálculo. Con este cálculo se quiere analizar la influencia que tiene el factor "ingreso" sobre el consumo de plátano per capita en Bogotá. Primero, se debe investigar si existe o no una correlación entre ambos aspectos, porque cuando no existe, es absurdo medir algún impacto. Una vez que se haya comprobado la correlación, se debe analizar cuál es la función de la interrelación entre ambos factores. Esta función indica un coeficiente de elasticidad demanda ingreso, o sea, demanda-precio.

2. El material básico

$ col. persona/mes*	Kg. persona/año*
150	9,5
240	14,0
310	18,9
460	22,3
550	26,0
620	30,8
780	29,2
850	28,7
970	30,5
1.210	33,7
1.820	39,5
2.350	41,12

* 1967

Fuente: Investigaciones del ILMA

El material básico representa cifras promedias dentro de cada nivel. El factor "precio" se eliminó debido a que las investigaciones se realizaron durante un corto plazo con poca o ninguna variación del precio.

3. Fórmulas básicas

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x}) \cdot (y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2 \sum (y-\bar{y})^2}} \; *$$

r = Coeficiente de correlación

x,y = Valores originales

$\bar{x}\ \bar{y}$ = Promedios respectivos

En el caso curvilinear, se toman los logaritmos respectivos

$$y' = a + b \lg x$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

y x = Valores originales

$\bar{y}\ \bar{x}$ = Promedios respectivos

y' = Tendencia de una curva semilogarítmica

n = Número de unidades

$$e = \frac{\Delta x}{\Delta y} \; \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$$

e = Coeficiente de elasticidad

x y = Valores originales

$\bar{x}\ \bar{y}$ = Promedios respectivos

A = Aumento promedio

* Véase anexo no. 3. (Otro método para el cálculo del coeficiente de correlación).

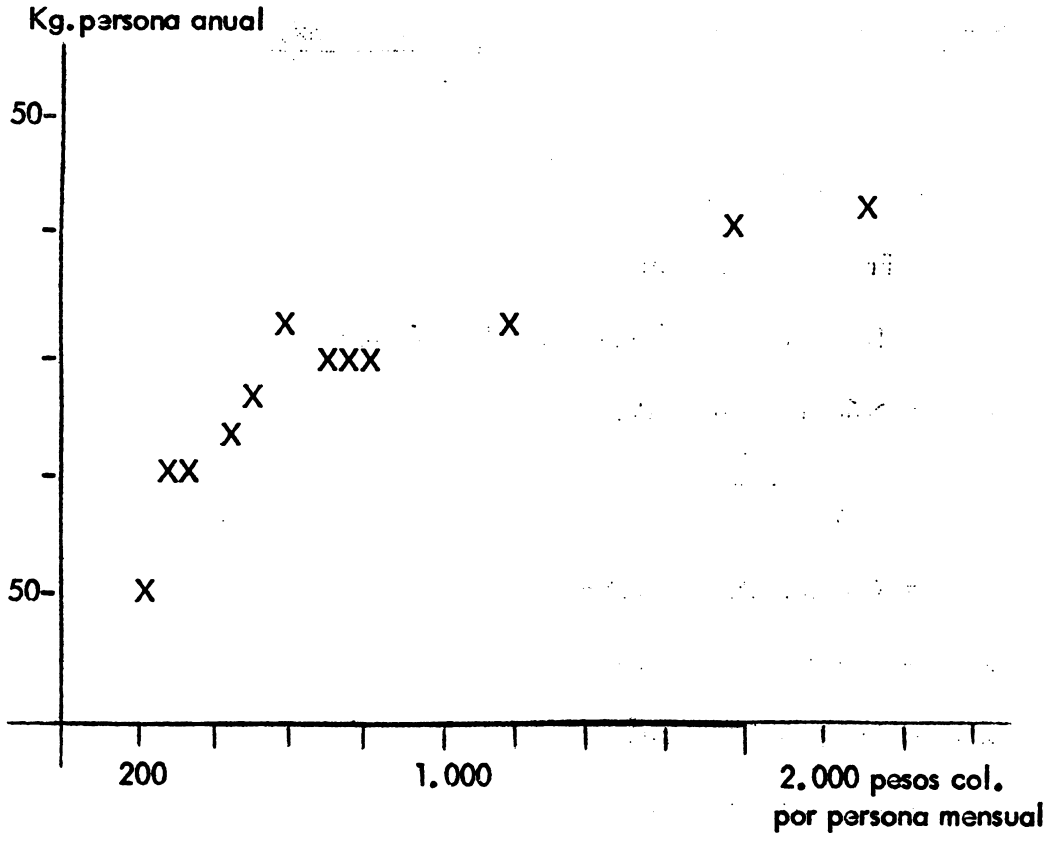
4. La correlación entre dos factores.

a. Correlación lógica. Antes de empezar con el cálculo, hay que explicar, si entre los dos aspectos puede existir una correlación. Matemáticamente, se puede calcular una correlación entre muchos factores, por ejemplo, entre el número de nacimientos y el número de cigüeñas, aunque en la realidad no existe evidentemente una correlación. En el caso de demanda e ingreso, una correlación parece posible, en el sentido de que el ingreso influye en el nivel de la demanda, aunque no se puede decir que la demanda influye en el ingreso. Por casualidad puede ser que el número de ventanas de un edificio tenga correlación con el número de teléfonos internos. Sin embargo, entre ambos aspectos no existe una correlación "lógica" y sobra calcular un coeficiente de correlación.

b. Representación gráfica del material básico. En un diagrama (las escalas del cual representan ambos factores), se incluyen los puntos individuales para tener una impresión visible de la interrelación.

Gráfica No. 8

Relación entre el ingreso mensual por persona y el consumo per capita de plátano en Bogotá, 1967

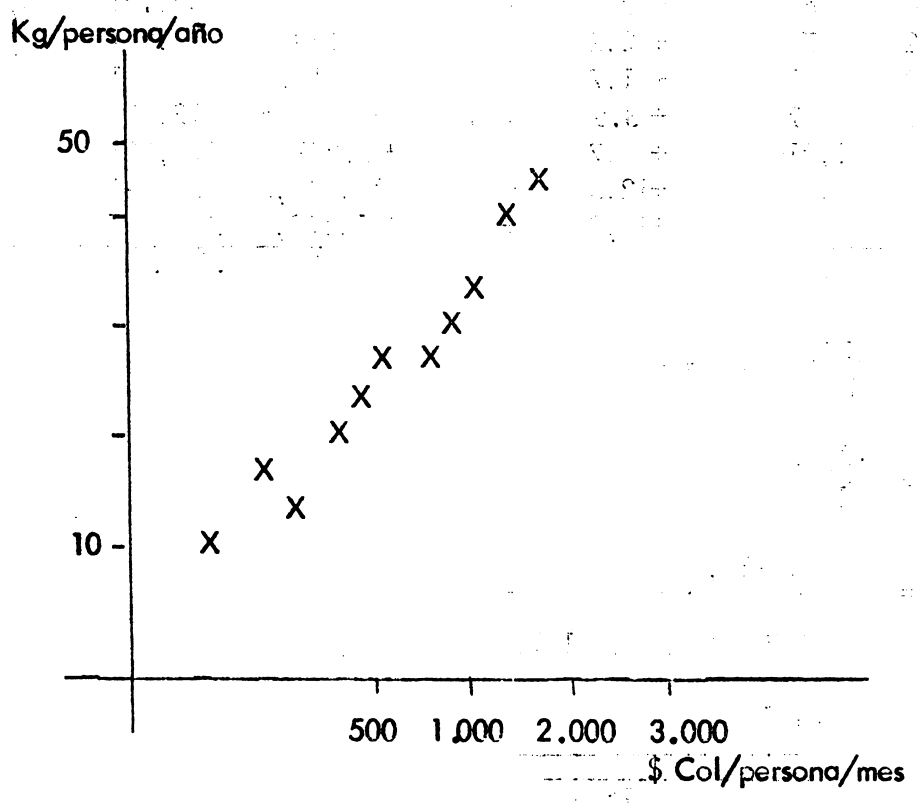


Fuente: Investigaciones del ILMA.

Los puntos no están distribuídos irregularmente sobre todo el diagrama, sino que se agrupan alrededor de una línea general, que va de izquierda a derecha, de la parte baja. Sin embargo, esta línea parece tener la forma de una curva, lo que es muy importante para el cálculo de la correlación y de la elasticidad. Cuando se supone que el tipo de la curva es semilogarítmico, se puede dibujar otro diagrama, empleando para el ingreso mensual una escala logarítmica.

Gráfica No. 9

Relación entre el ingreso mensual por persona y el consumo per capita de plátano en Bogotá, 1967



Fuente: Investigaciones del ILMA

Con la escala logarítmica para el ingreso, los puntos se agrupan a una línea recta, lo que hace suponer que el tipo de la curva es semilogarítmico.

c. Correlación lineal. Según las etapas del cálculo indicadas en la fórmula básica, se puede elaborar un cuadro auxiliar con los conceptos siguientes:

y	x	$y-\bar{y}$	$x-\bar{x}$	$(y-\bar{y})(x-\bar{x})$	$(x-x)^2$	$(y-\bar{y})^2$
9,5	150	-17,5	- 709	+12.407,5	502,681	306,25
14,0	240	-13,0	- 619	+ 8.047,0	383,161	169,00
18,9	310	- 8,1	- 549	+ 4.446,9	301,401	65,61
22,3	460	- 4,7	- 399	+ 1.875,3	159,201	22,09
26,0	550	- 1,0	- 309	+ 309,0	95,481	1,00
30,8	620	+ 3,8	- 239	- 908,2	57,121	14,44
29,2	780	+ 2,2	- 79	- 173,8	6,241	4,84
28,7	850	+ 1,7	- -	- 15,3	81	2,89
30,5	970	+ 3,5	+ 111	+ 388,5	12,321	12,25
33,7	1,210	+ 6,7	+ 351	+ 2.351,7	123,201	44,89
39,5	1,820	+12,5	+ 961	+12.012,5	923,521	156,25
41,2	2,350	+14,2	+1,491	+21.172,2	2.223,081	201,64
324,3	10,310			61.913,3	4.787,492	1.001,15

$$\bar{y} = \frac{324,3}{12} = 27,0$$

$$x = \frac{10,310}{12} = 859$$

$$r = \frac{61,913,3}{\sqrt{4,787,492 \cdot 1.001,15}}$$

$$r = \frac{61913,3}{\sqrt{4,792,997,615,80}}$$

$$r = \frac{61.913,3}{69,220} = 0,89$$

El coeficiente de correlación de 0,89 es bastante alto. Una plena correlación se obtiene con un r = 1,00. El grado de correlación se puede caracterizar como sigue:

0,90 -	Correlación muy significativa
0,60-0,90 -	Correlación significativa
0,40-0,60 -	Correlación probable
0,40 -	Correlación no visible

d. Correlación no lineal. Como se ha observado, la curva semilogarítmica se adapta mejor a los puntos, que la línea recta; por ésto, se puede suponer que una correlación no lineal da un valor aún más alto. Para este cálculo se convierten las cifras de la escala x en los logarítmos respectivos.

y	lgx	y - y	x - x	$(y - \bar{y})$ $(x - \bar{x})$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x})^2$
9,5	2.176	- 17,5	- 0,638	+ 11,1650	306,25	0,407
14,0	2.380	- 13,0	-0,434	+ 5,6420	169,00	0,188
18,9	2.492	- 8,1	-0,322	+ 2,6082	65,61	0,103
22,3	2.662	- 4,7	-0,152	+ 0,7144	22,09	0,023
26,0	2.740	- 1,0	-0,074	+ 0,0740	1,00	0,005
30,8	2.793	+ 3,9	-0,021	+ 0,0798	14,44	0,000
29,2	2.892	+ 2,2	+0,078	+ 0,1716	4,84	0,006
28,7	2.930	+ 1,7	+0,116	+ 0,1972	2,89	0,013
30,5	2.987	+ 3,5	+0.173	+ 0,6055	12,25	0,029
33,4	3.083	+ 6,7	+0,269	+ 1,8023	44,89	0,072
39,5	2.260	+ 12,5	+0,446	+ 5.5750	156,25	0,198
41,2	3.371	+ 14,2	+0,557	+ 7.9094	201,64	0,310
324,3	33.766			36,3848	1.001,15	1,354

$$\bar{y} = \frac{324,3}{12} = 27,0$$

$$\bar{x} = \frac{33.766}{12} = 2.814$$

$$r = \frac{36.3848}{\sqrt{1.001,15 \cdot 1,354}}$$

$$r = \frac{36.3848}{\sqrt{1,355}}$$

$$r = \frac{36,3348}{36,8000}$$

$$r = 0,99$$

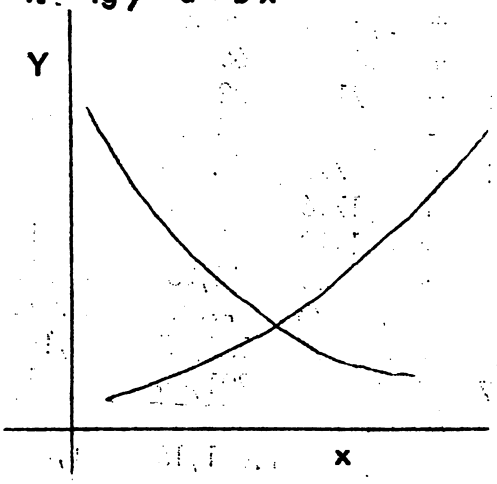
En este caso el coeficiente de correlación es muy significativo, y aún más alto que el de la correlación lineal.

5. Cálculo de tendencia no lineal

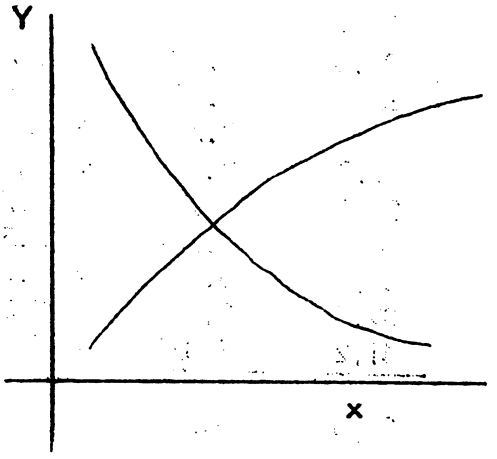
a. Tipos de curvas. Todas las curvas no lineales se basan en el cálculo de los mínimos cuadrados.

Los tipos más frecuentes de curvas son los siguientes:

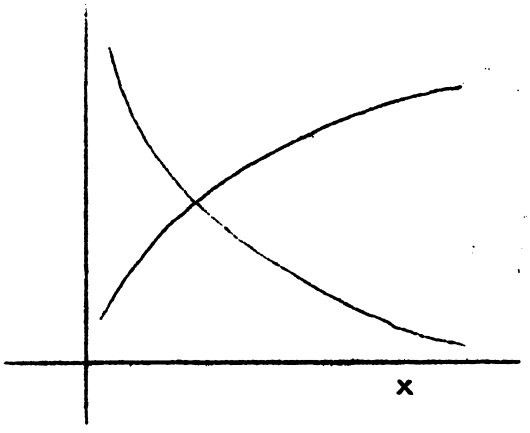
1. $\lg y = a + b x$



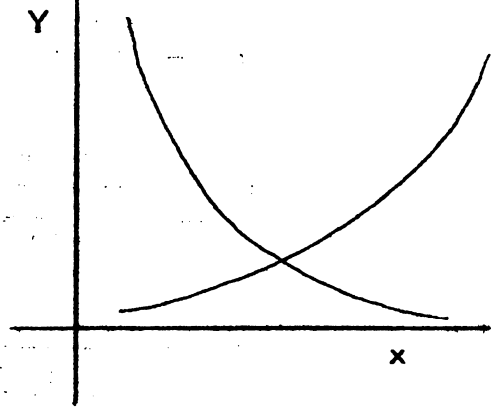
2. $\lg u = a + b \lg x$



3. $y = a + b \lg x$



4. $\frac{1}{y} = a + b x$



Para la curva demanda-ingreso se pueden utilizar solamente las ecuaciones 2. y 3. Los otros dos tipos son más usados para la función demanda-precio.

b. La curva semilogarítmica. En este caso, en vez de utilizar los valores originales de x, se colocan los logaritmos respectivos.

y	lgx	lgx^2	lgxy	y´
9,5	2.176	4,734	30.672	9,3
14,0	2.380	5,664	33,320	14,9
18,9	2.492	6,210	47,098	18,1
22,3	2.662	7,086	59,362	22,8
26,0	2.740	7,507	71,240	24,9
30,8	2.793	7,800	86,024	26,4
29,2	2.892	8,363	84,446	29,2
28,7	2.930	8,584	84,091	30,2
30,5	2.987	8,922	91,103	31,8
33,7	3.083	0,504	103,897	34,5
39,5	3.260	10,627	128,770	39,4
41,2	3.371	11,363	138,885	42,5
324,3	33.766	96,354	948,908	

$$\bar{y} = \frac{324\ 3}{12} = 27,0 \qquad \bar{x} = \frac{33.766}{12} = 2.814$$

$$b = \frac{948.908 - 12.27,0 . 2.814}{96.354 - 12 \quad 2,814^2}$$

$$b = \frac{37.172}{1,338} = 27,8$$

$$a = 27,0 - 27,8 . 2.814 = -51,2$$

$$y' = -51,2 + 27,8\,x$$

c. La curva logarítmica. En este caso, se utilizan los logaritmos tanto en x como en y.

lgy	lgx	lgx^2	lgylgx	lgy'	y'
0.978	2.186	4.734	2.147	1.074	11,9
1.146	2.380	5.664	2.727	1.178	15,1
1.276	2.492	6.210	3.179	1.235	17,2
1.348	2.662	7.086	3.588	1.322	21,0
1.415	2.740	7.507	3.877	1.363	23,1
1.488	2.793	7.800	4.155	1.390	24,5
1.466	2.892	8.363	4.239	1.440	27,5
1.458	2.930	8.584	4.271	1.460	28,9
1.484	2.987	8.922	4.432	1.489	30,8
1.528	3.083	9.504	4.701	1.538	34,5
1.597	3.260	10.627	5.206	1.629	42,5
1.615	3.371	11.363	5.444	1.685	48,6
16.799	33.766	96.364	47.966		

$$\overline{lgy} = \frac{16.799}{12} = 1.400$$

$$\overline{lgx} = \frac{33.766}{12} = 2.814$$

$$b = \frac{47.966 - 12 \,.\, 1.400 \,.\, 2.814}{96.364 - 12 \,.\, 2.814^2}$$

$$b = \frac{0.691}{1.348}$$

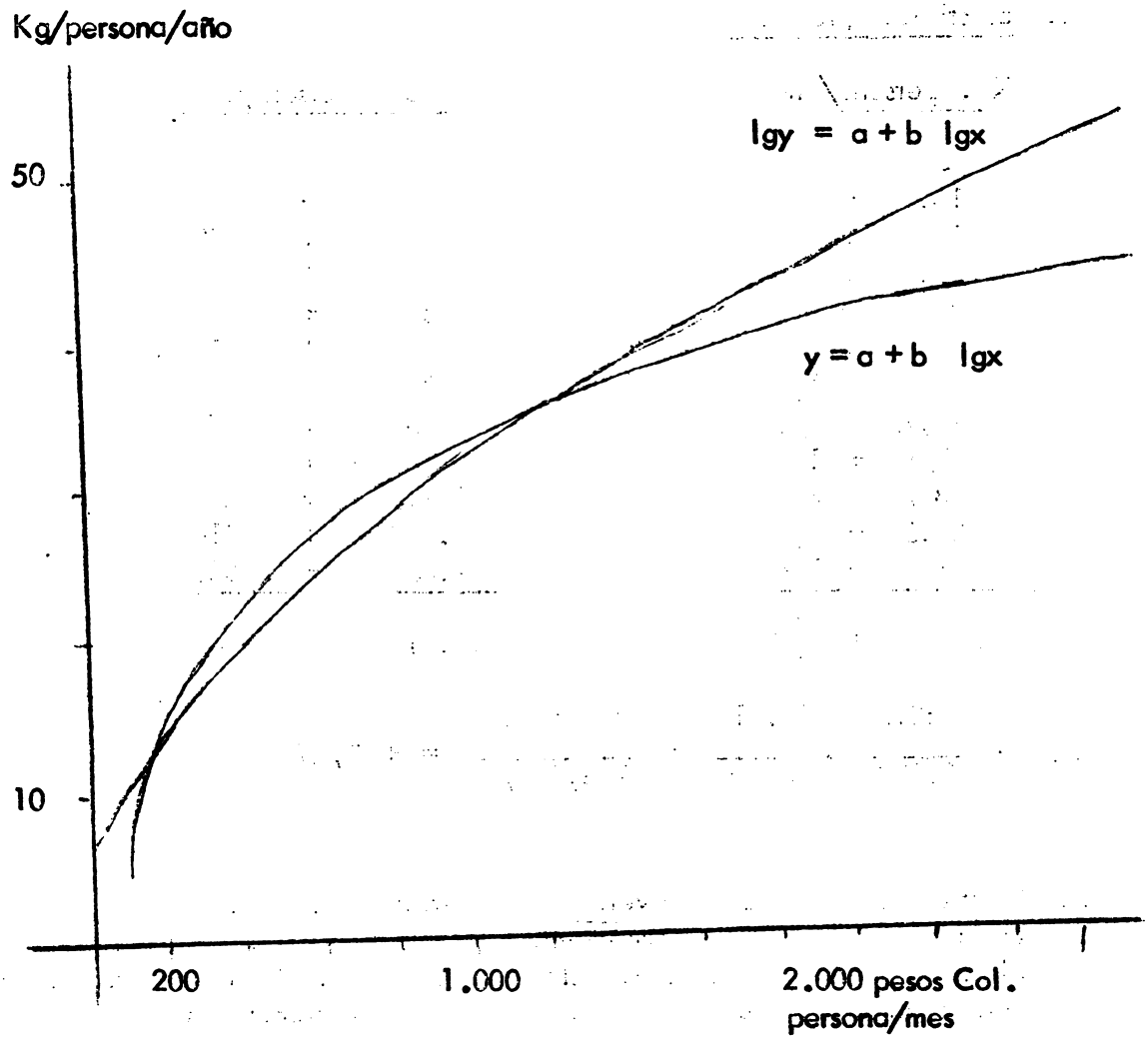
$$b = 0,512$$

$$a = 1.400 - 0,512 \quad 2.814$$

$$a = -0,040$$

$$lgy' = -0.040 + 0.512 \; lgx$$

d. Representación gráfica



6. La elasticidad demanda-ingreso. El coeficiente de correlación es la relación entre ambos factores. El coeficiente de elasticidad analiza la dependencia, es decir, en qué escala influye un factor sobre el otro. Se quiere saber en que porcentaje aumenta la demanda, cuando el ingreso aumenta en uno por ciento.

El estadígrafo alemán ENGEL fue el primero en mostrar que al aumentar el ingreso, los gastos en alimentos crecen en proporciones menores. La alimentación es una de las necesidades primarias, y al alcanzar el punto de satisfacción, los gastos no aumentan más. El mayor ingreso se invertirá en muebles, vestidos, libros y artículos de lujo. También se compra alimentos de un valor más alto, con mejor empaque o presentación.

De estos factores resulta que la elasticidad demanda-ingreso de alimentos es en general menor de 1,0. En algunos casos, puede ocurrir que la elasticidad sea negativa, es decir, que con un ingreso creciente se compra menos cantidad.

a. Elasticidad promedia

Kg. persona/año		$ Col. persona/mes	
9,5		150	
14,0	+ 4,5	240	+ 90
18,9	+ 4,9	310	+ 70
22,3	+ 3,4	460	+ 150
26,0	+ 3,7	550	+ 90
30,8	+ 4,8	620	+ 70
29,2	- 1,6	780	+ 160
28,7	- 0,5	850	+ 70
30,5	+ 1,8	970	+ 120
33,7	+ 3,2	1.210	+ 240
39,5	+ 5,8	1.820	+ 610
41,2	+ 2,7	2.350	+ 530
324,3	+ 32,7	10.310	2.200

$$e. = \frac{32.7}{2.200} \cdot \frac{10.310}{324,3} = \frac{337.137.0}{713,460,0} = + 0,47$$

b. Elasticidad de diferentes niveles. La elasticidad promedia solamente da una idea de la relación demanda-ingreso. Con un ingreso creciente, la elasticidad se va reduciendo. Esto se debe al hecho de que una vez alcanzado el nivel de saturación, el consumo no puede crecer más.

Nivel de ingreso $<$ 500 $ Col. persona/mes

$$e = \frac{12,8}{310} \quad \frac{1.160}{64,7} = \frac{14.848}{20.057} = + 0,74$$

Nivel de ingreso 500 - 1.000 $ Col. mes/persona

$$e = \frac{8,2}{510} \cdot \frac{3.770}{145,2} = \frac{30.914}{74,052} = 0,42$$

Nivel de ingreso $>$ 1.000 $Col. persona/mes

$$e = \frac{11.7}{1.380} \cdot \frac{5.380}{114,4} = \frac{62.946}{157,842} = + 0,40$$

7. Interpretación de los resultados. Primero, se analiza si entre los dos factores demanda e ingreso existe una correlación. La gráfica de los puntos de relación mostró que las cifras están situadas alrededor de una curva **semilogarítmica**. Sin embargo, se calculó la correlación lineal y no lineal para comparar los resultados. En el primer caso "r" fue de 0,89; en el segundo, 0,99. El resultado más alto del segundo caso indica que la correlación no-lineal es más real. Entre ambos factores, demanda e ingreso, existe una correlación muy significativa.

Para el cálculo de la curva se emplearon dos ecuaciones diferentes: la función semilogarítmica y la función logarítmica. Según la gráfica, la función semilogarítmica se adapta mejor a las cifras originales.

Con el cálculo de la elasticidad demanda-ingreso, se analiza la dependencia entre ambos factores. El resultado promedio fue de e = 0,47, es decir, cuando el ingreso aumenta un uno por ciento, la demanda de plátanos aumenta en un 0,47 por ciento. Debido al hecho de que el consumo alcanzó el punto de saturación, la elasticidad debe disminuír con un ingreso creciente.

Esta teoría fue confirmada por el análisis de niveles individuales de ingreso. En el nivel d de 500 $Col., e = + 0,74, en el de 500 a 1.000 $Col., e = + 0,42 y en el nivel superior a 1.000 $Col., e = + 0,40.

G. Representatividad del Peso por Unidad de una Muestra de Tomate, Vairedad "Chonto" en el Mercado de Bogotá

1. Objetivo del cálculo. Se quiere determinar el peso promedio de esta variedad de tomate. Debido a que es imposible pesar los miles de tomates que se encuentran en el mercado, se debe tomar una muestra de una cantidad limitada; esta muestra debe ser representativa. Ese requisito se logra por una selección exacta de las unidades. El grado de representatividad de la muestra tomada se determina por el cálculo de probabilidad. Este cálculo incluye tres variables: el número de unidades, la varianza y el intervalo de confianza. (El producto de los tres factores es siempre igual; consecuentemente, para lograr el mismo resultado como, por ejemplo, más probabilidad, se debe ampliar el intervalo de confianza).

2. Fórmulas básicas

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - x)^2}{n} \; ; \; d = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}} \cdot t$$

σ^2 = Varianza
d = Intervalo de confianza

t = Factor de probabilidad
x = Valores originales
$\bar{x}$ = Promedio respectivo
n = Tamaño de la muestra
N = Tamaño del universo

t	Porcentaje de probabilidad
1,00	68,3
1,96	95,0
2,00	95,5
2,58	99,0
3,00	99,7
3,29	99,9

El porcentaje de probabilidad corresponde en realidad a la superficie cubierta de la curva normal.

3. El material básico

Peso por unidad en gramos de tomate, variedad "chonto"

65	66	36	29	42	45	36
67	71	35	28	39	49	29
75	69	34	34	34	35	30
72	56	43	61	36	28	22
65	104	35	35	37	41	30
70	77	32	53	44	49	33
69	60	33	42	42	29	44
67	72	37	42	32	28	13
70	62	35	30	23	24	36
56	102	19	40	28	37	36
69	82	30	39	56	34	40
75	81	49	38	32	23	30
67	74	53	30	28	39	28
75	24	18	30	25	53	43
69	54	43	47	36	45	
69	30	42	29	36	39	
69	47	50	32	31	39	
66	39	46	25	33	43	
67	36	42	30	15	48	
81	49	33	22	40	31	
72	18	28	58	69	40	
70	42	42	45	33	31	

Fuente: Investigaciones del ILMA

4. La desviación típica y la varianza

$$\bar{x} = \frac{6.496}{146} = 44$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{46.916}{146}} = \sqrt{321} \cong 18 \text{ (g)}$$

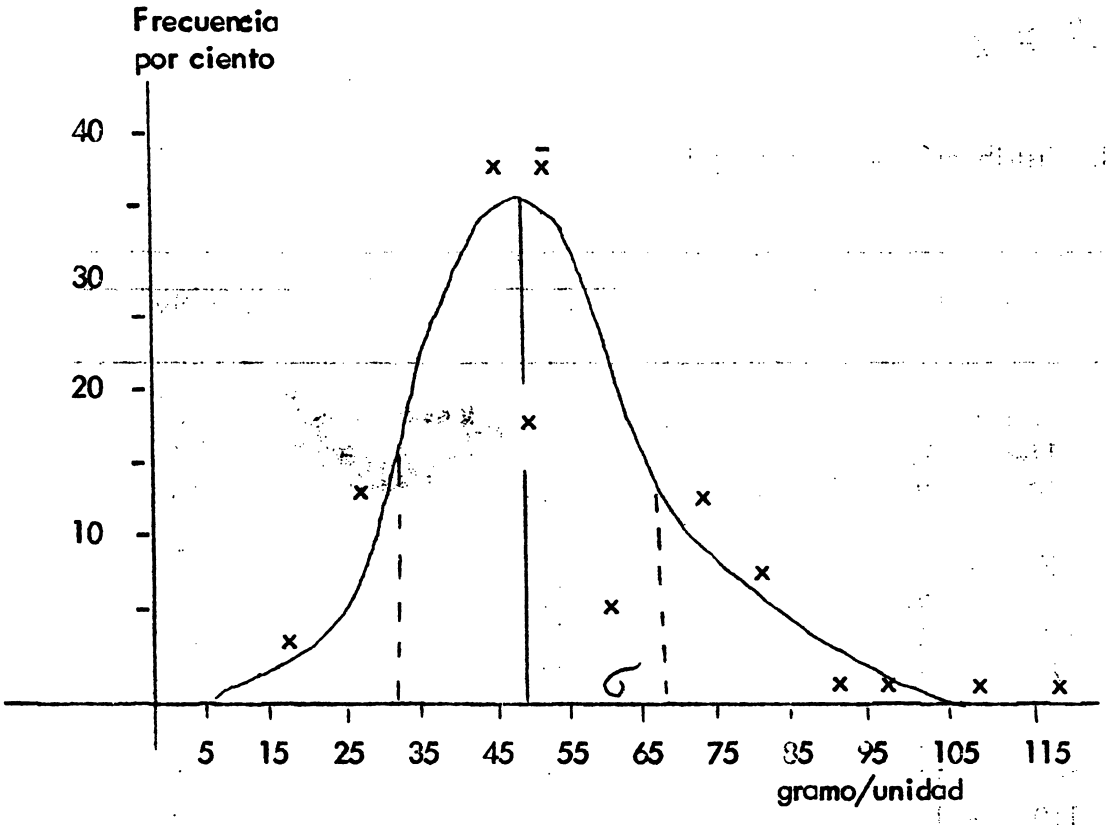
$$\sigma^2 \cong 324$$

5. La distribución de la frecuencia

Intervalo	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
0 - 9	0	0
10 - 19	6	4
20 - 29	19	13
30 - 39	48	33
40 - 49	30	21
50 - 59	9	6
60 - 69	18	12
70 - 79	11	8
80 - 89	3	2
90 - 99	0	0
100 - 109	2	1
110 - 119	0	0
	146	100

Gráfica No. 10

Distribución de frecuencia del peso por unidad de tomate de la variedad "Chonto"



La gráfica indica cómo influye la desviación en la probabilidad de la muestra. Empleando una unidad de σ, sumada y substraída del promedio, la superficie cubre un 68,3 por ciento del área de la curva normal, 2 cubre un 95,5 por ciento, etc.

6. Probabilidad de la muestra. De la fórmula básica se puede eliminar en este caso la parte $\frac{N - n}{N - 1}$ por ser el tamaño del universo indefinido, y el factor no influye en el resultado final. Cuando se supone que en el mercado hay 10.000 tomates (en realidad son mucho más, el factor será:

$$\frac{10.000 - 146}{10.000 - 1} = \frac{9.854}{9.999} = 0,985$$

Sin embargo, si "N" fuera más pequeña, el factor que se deberá incluír, será por ejemplo:

$$\frac{400 - 146}{400 - 1} = \frac{254}{399} = 0.636$$

En general, se puede decir que la parte $\frac{N - n}{N - 1}$ se debe incluír, cuando "n" es más del 5 por ciento de "N".

$$d = \sqrt{\frac{324}{146}} \cdot 2$$

$$d = \sqrt{2,21} \cdot 2$$

$$d = 1,49 \cdot 2 = 2,98 \quad (g)$$

El resultado se interpreta en la forma siguiente: con un 95,5 por ciento de probabilidad, el peso promedio del tomate se encuentra entre 29,8 y 44 gramos.

Empleando una menor probabilidad (t = 1) el resultado será: con un 68,3 por ciento de probabilidad, el peso promedio del tomate se encuentra entre 14,9 y 44 gramos.

7. Determinación del tamaño de una muestra. Con una muestra preliminar, se determina primero la varianza respectiva. Con el fin de obtener el tamaño de la muestra, se procede de la siguiente forma :

$$d = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \cdot t$$

$$d^2 = \frac{\sigma^2}{n} \cdot t^2$$

$$\boxed{n = \frac{\sigma^2 \cdot t^2}{d^2}}$$

Con una probabilidad de 95 por ciento y un intervalo de confianza de 2 gramos, el tamaño de la muestra será:

Ejemplo No. 1:

$$n = \frac{324 \cdot 1,96^2}{2^2}$$

$$n = \frac{324 \cdot 3,84}{4}$$

$$n = \frac{1.244,16}{4} = 311$$

Ejemplo No. 2:

Con probabilidad de 68,3 por ciento

$$n = \frac{324 \cdot 1^2}{3^2} = \frac{324}{9} = 36 \text{ (unidades)}$$

Para la determinación del tamaño de la muestra, se debe incluír un factor de corrección (que corresponde al $\frac{N-n}{N-1}$ cuando "n" es más del 5 por ciento de "N").

$$n' = \frac{n}{1 + \frac{n}{N}}$$

a. "n" es más del 5 por ciento de "N"

$$n' = \frac{150}{1 + \frac{150}{500}} = \frac{150}{1,3} = 115 \text{ (unidades)}$$

En este caso, la diferencia entre "n" y "n'" es considerable

b. "n" es menor del 5 por ciento de "N"

$$n = \frac{150}{1 + \frac{150}{10.000}} = \frac{150}{1.015} = 147$$

En este caso, 150 y 147 no difieren mucho

8. Interpretación de los resultados. La muestra tomada de tomates de la variedad "Chonto" es representativa con respecto al peso por unidad. Con un 95,5 por ciento de probabilidad, el peso promedio de los tomates se encuentra entre 44 $\pm$ 2,98 gramos. Para obtener una probabilidad aún más elevada (99%), se tendrá que aumentar considerablemente el tamaño de la muestra. Para una probabilidad de 68,3 por ciento y un intervalo de confianza de 3 gramos, el tamaño de la muestra sería de 36 tomates.

Anexo No. 1

EL EMPLEO DE LA REGLA DE CALCULO

A. Bases de la Regla de Cálculo:

Cada regla está compuesta por tres partes principales: la regla fija, la reglilla móvil y el cursor móvil.

Las escalas básicas que figuran en todas las reglas son:

$$x,\ x^2,\ x^3,\ \lg x,\ \frac{1}{x}$$

El cálculo con la regla se basa en las escalas logarítmicas. Por logaritmos, las operaciones matemáticas se pueden simplificar como sigue:

$$\lg\ 158 \cdot 234 = \lg\ 158 + \lg\ 234$$

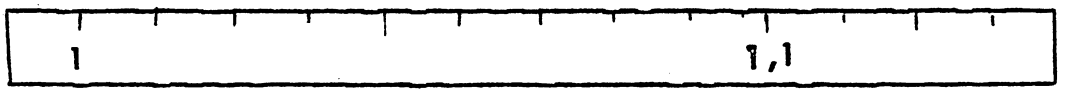
$$\lg\ 2.340 : 161 = \lg\ 2.340 - \lg\ 161$$

$$\lg\ 81^5 = 5 \cdot \lg\ 81$$

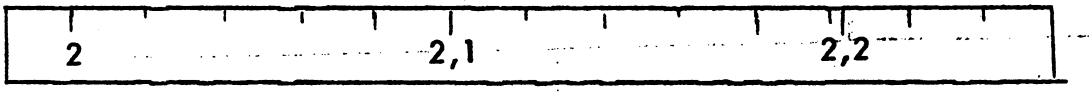
$$\lg \sqrt[4]{8} = \frac{\lg 8}{4}$$

Debido a la escala logarítmica, la distancia entre dos cifras se acorta contínuamente. Las rayas que separan los números mayores pueden indicar diferentes unidades, según sea la distancia entre las cifras.

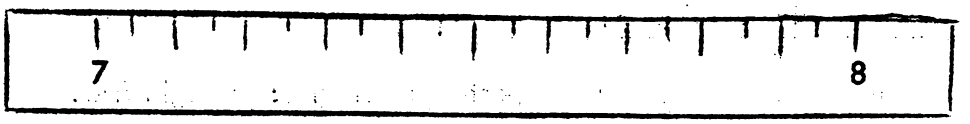
Ejemplo:



En este caso, cada raya entre 1 y 2 indica una unidad



En este caso, cada raya entre 2 y 3, o sea, 3 y 4, indica dos unidades.



En este caso, cada raya grande entre 7 y 8 indica una unidad y cada raya pequeña 0,5 unidades.

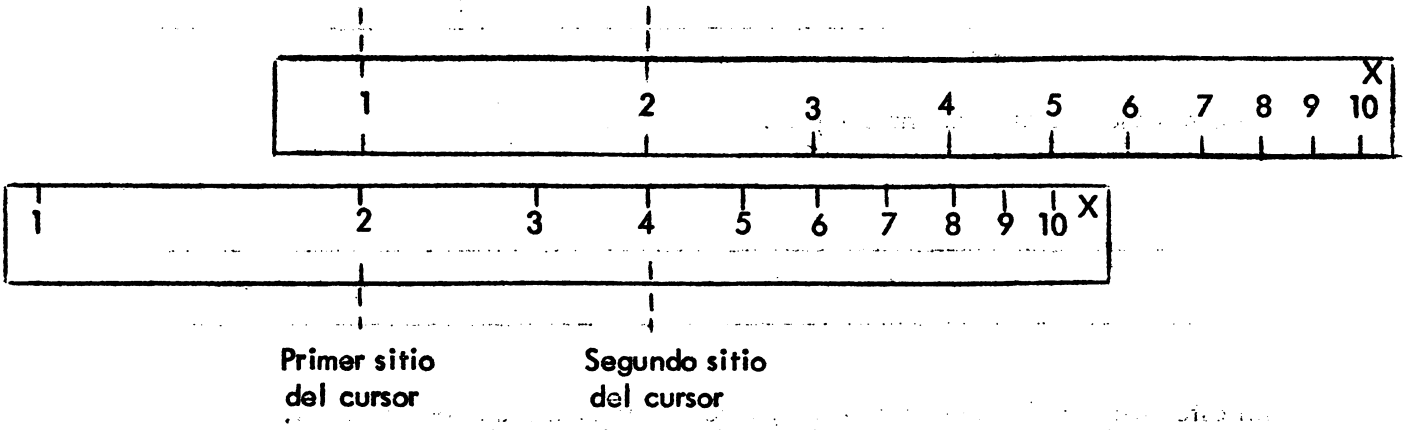
Operando con números muy grandes, las últimas cifras deben ser estimadas, según la distancia entre dos rayas. En la multiplicación se puede determinar fácilmente la última cifra del total, por cuanto ésta resulta de multiplicar las últimas cifras de los factores.

Ejemplo: (1.586) (863) = x. La última cifra del producto tiene que ser 8, porque 6,3 da 18.

B. Los Cálculos Básicos

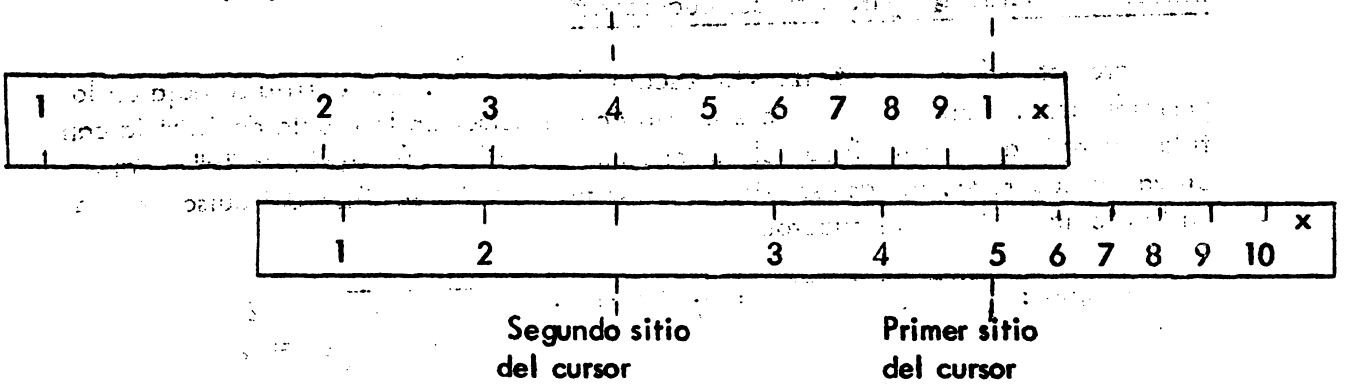
Multiplicación. En la escala logarítmica de la regla, la multiplicación se convierte en una adición. Para la multiplicación se utilizan ambas escalas de "x". En la escala inferior, (regla fija) se indica con el cursor el primer factor. En el mismo sitio se coloca el número uno de la escala superior (la reglilla). En la misma escala se busca después el segundo factor con el cursor. Debajo del segundo factor aparece en la escala inferior el resultado.

Ejemplo: 2 x 2 = 4



En caso de que el segundo factor sobrepase la escala, no se coloca en el primer factor el número uno, sino la cifra diez de la escala superior.

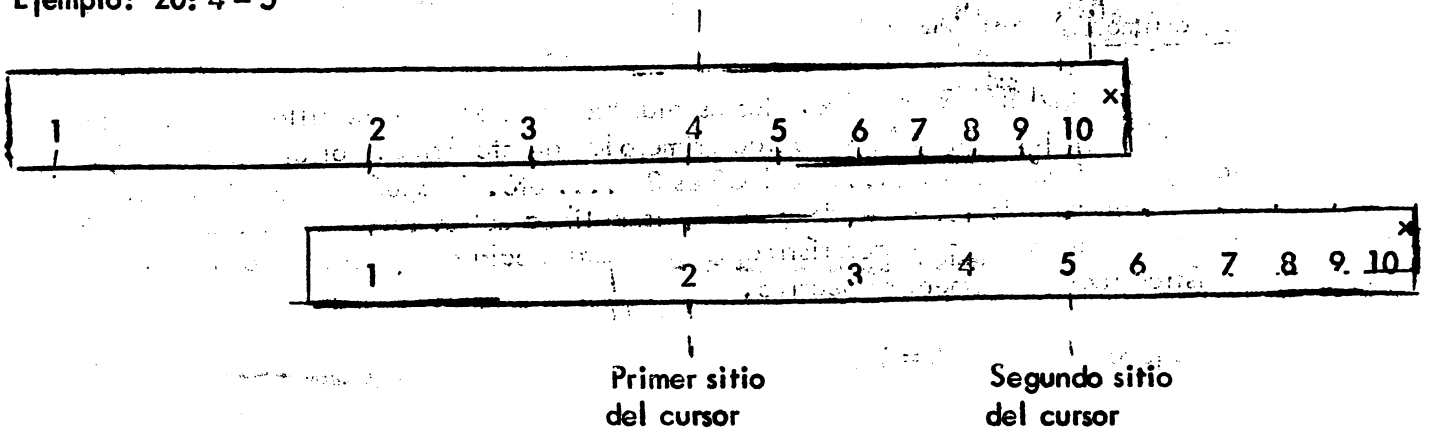
Ejemplo: 5 x 4 = 20



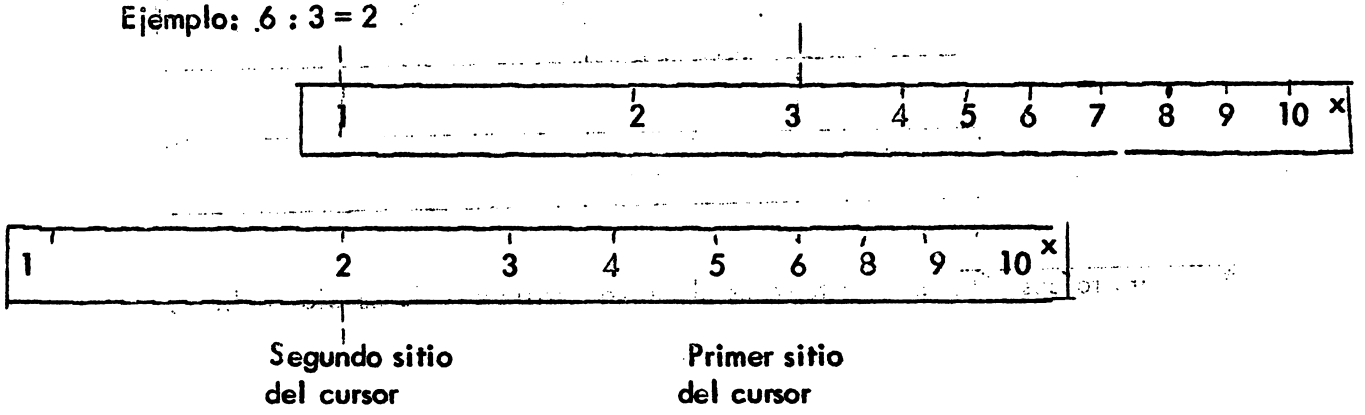
División

En la escala logarítmica de la regla, la división se convierte en una sustracción. Para la división se utilizan ambas escalas de "x". En la escala inferior se fija con el cursor el dividendo. En el mismo sitio se colocan el divisor de la escala superior. Debajo del número uno o diez de la escala superior figura entonces el cociente o resultado.

Ejemplo: 20: 4 = 5



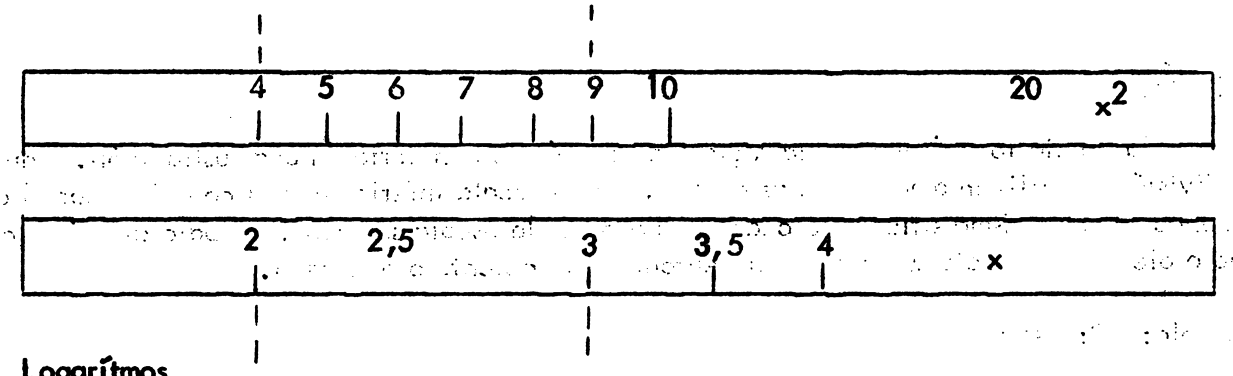
Ejemplo: 6 : 3 = 2



Elevar el cuadrado o extraer raíces cuadradas*.

Para este cálculo se utilizan las escalas "x" y "x^2". La reglilla se deja en la posición cero. Para extraer raíces se fija con el cursor en la escala de "x^2" la cantidad subradical. En la línea del cursor figura la raíz en la escala de "x". Para elevar al cuadrado, la base se fija en la escala de "x" y la línea del cursor indica en la escala de "x^2", el cuadrado.

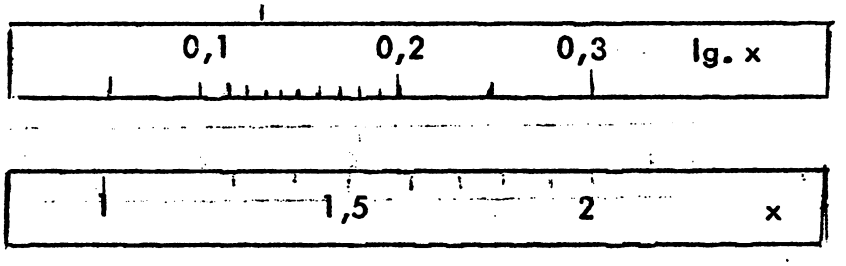
Ejemplos: $\sqrt[2]{9} = 3$; $3^2 = 9$; $\sqrt[2]{4} = 2$, $2^2 = 4$



Logarítmos

Para este cálculo se utilizan las escalas "x" y "lgx". La reglilla se deja en la posición cero. Del número se extrae primero la característica, por ejemplo de 159, la característica, es 2, ..., de 1850 es 3, ... etc. Después se fija el número con el cursor en la escala de "x"; en la misma línea del cursor en la escala de "lgx" figura la mantisa. La característica cero de esta escala se reemplaza por la característica real del número respectivo.

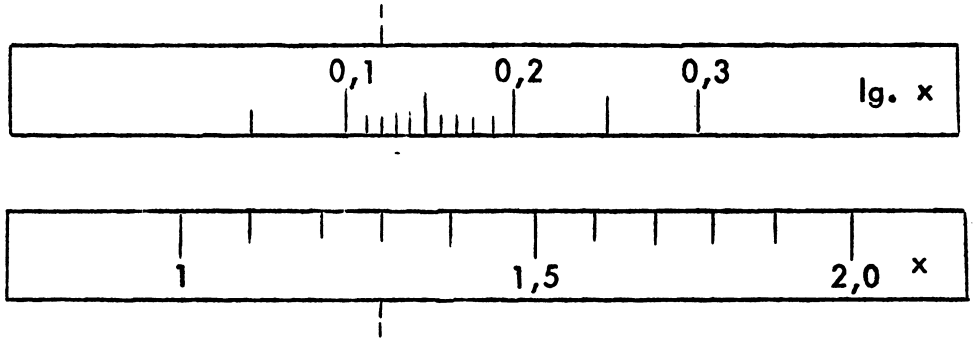
Ejemplo: lg de 55 = 1,74



* Para raíces cúbicas el sistema es el mismo, utilizando la escala de "x^3".

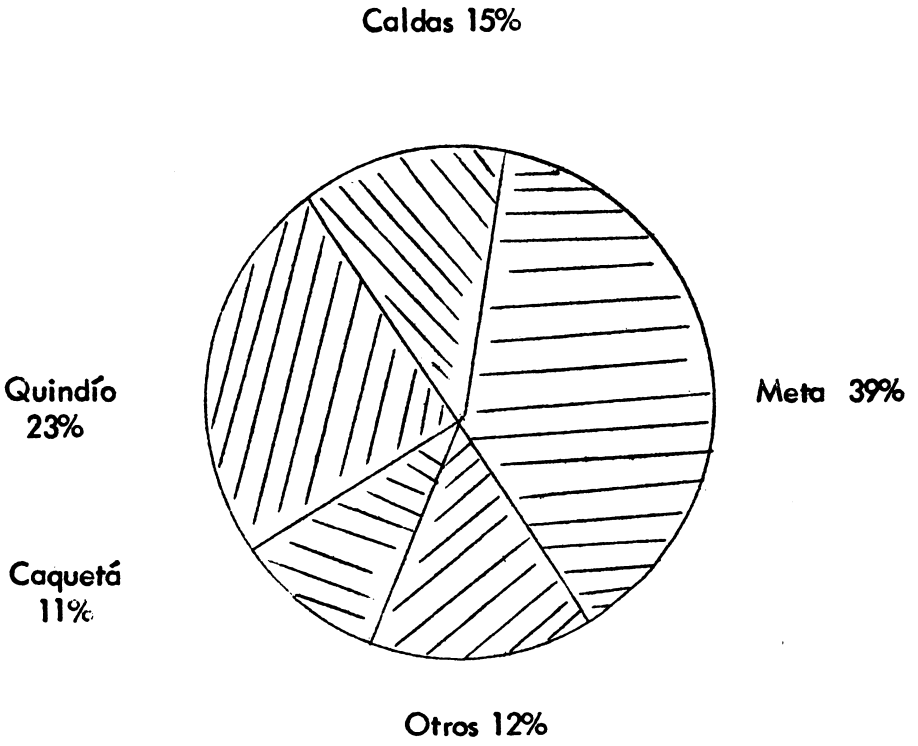
Para extraer el antilogaritmo, se procede en forma contraria. Se fija la mantisa en la escala de "lx". En el resultado que aparece en la escala "x", se indica el número de decimales con la característica.

Ejemplo: 1,13 = lg 13,5



REPRESENTACION GRAFICA DE FIGURAS

Figura No. 1: Distribución del orígen del plátano en el mercado de Bogotá, 1967

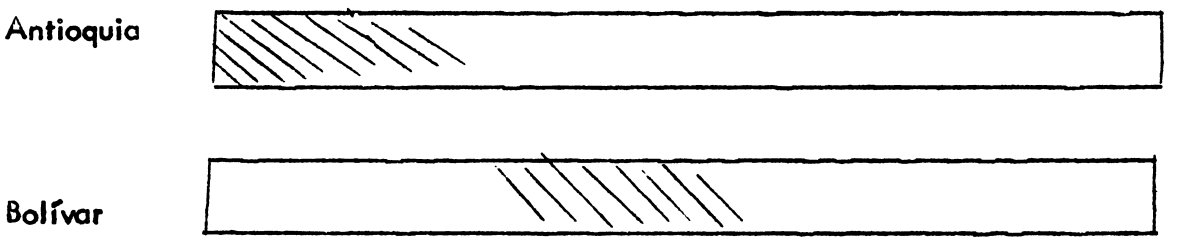


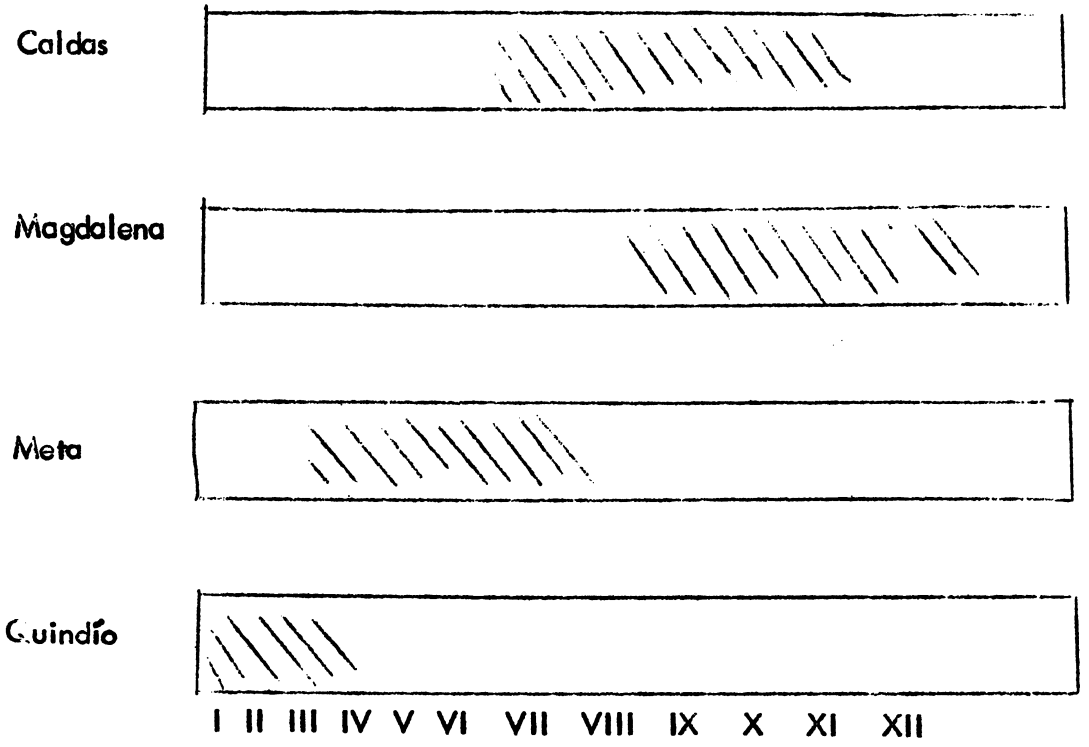
Fuente: Investigaciones del ILMA

Comentarios: El círculo de 360 grados es igual al 100 por ciento

Los porcentajes menores del 10% se deben agrupar bajo "otros".

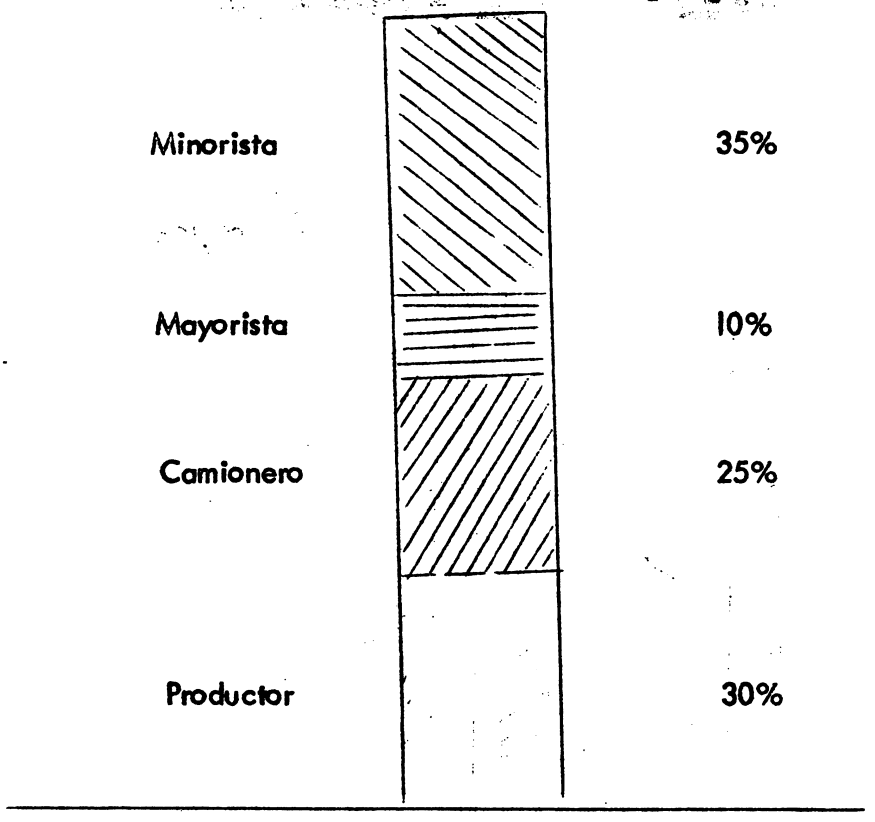
Figura No. 2: Epocas de la cosecha principal de plátano en algunos departamentos





Fuente: Investigaciones del ILMA

Figura No. 3: Márgenes de comercialización para plátano que abastace. el mercado de Bogotá. Mayo 1967.



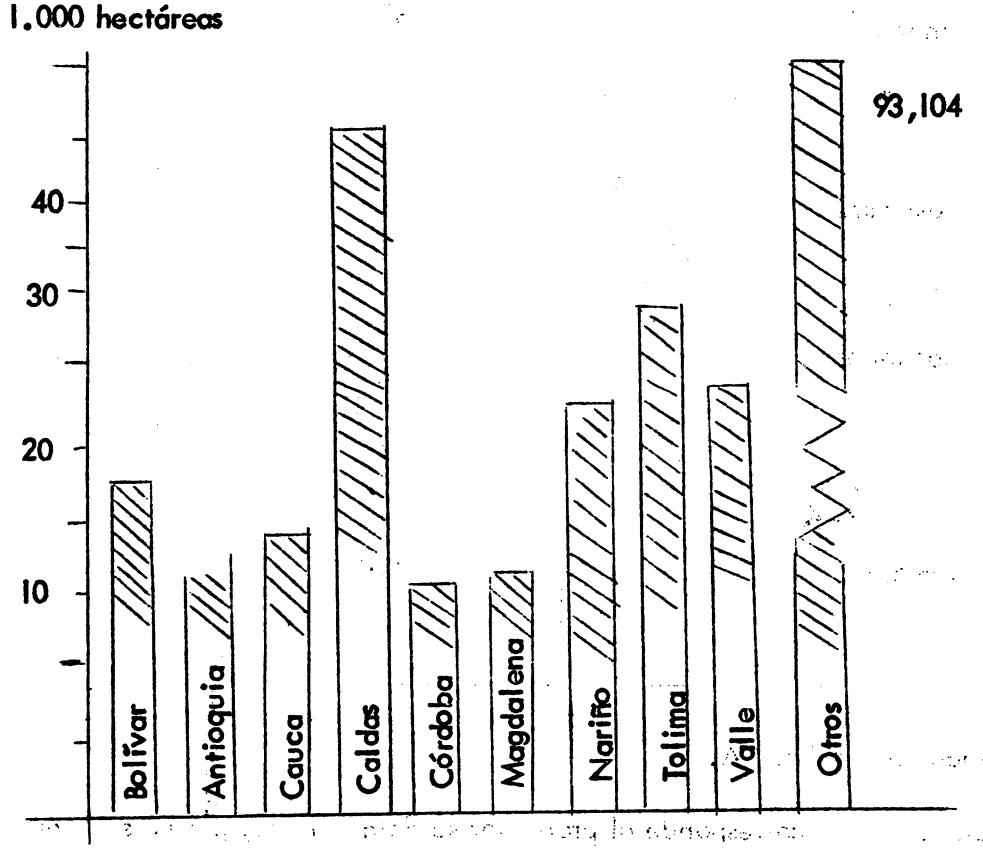
Fuente: Investigaciones del ILMA.

Comentarios: La parte que corresponde al productor se deja abierta, por no ser margen de comercialización.

Mapa de la distribución del cultivo (Véase página No. I-B2-63).

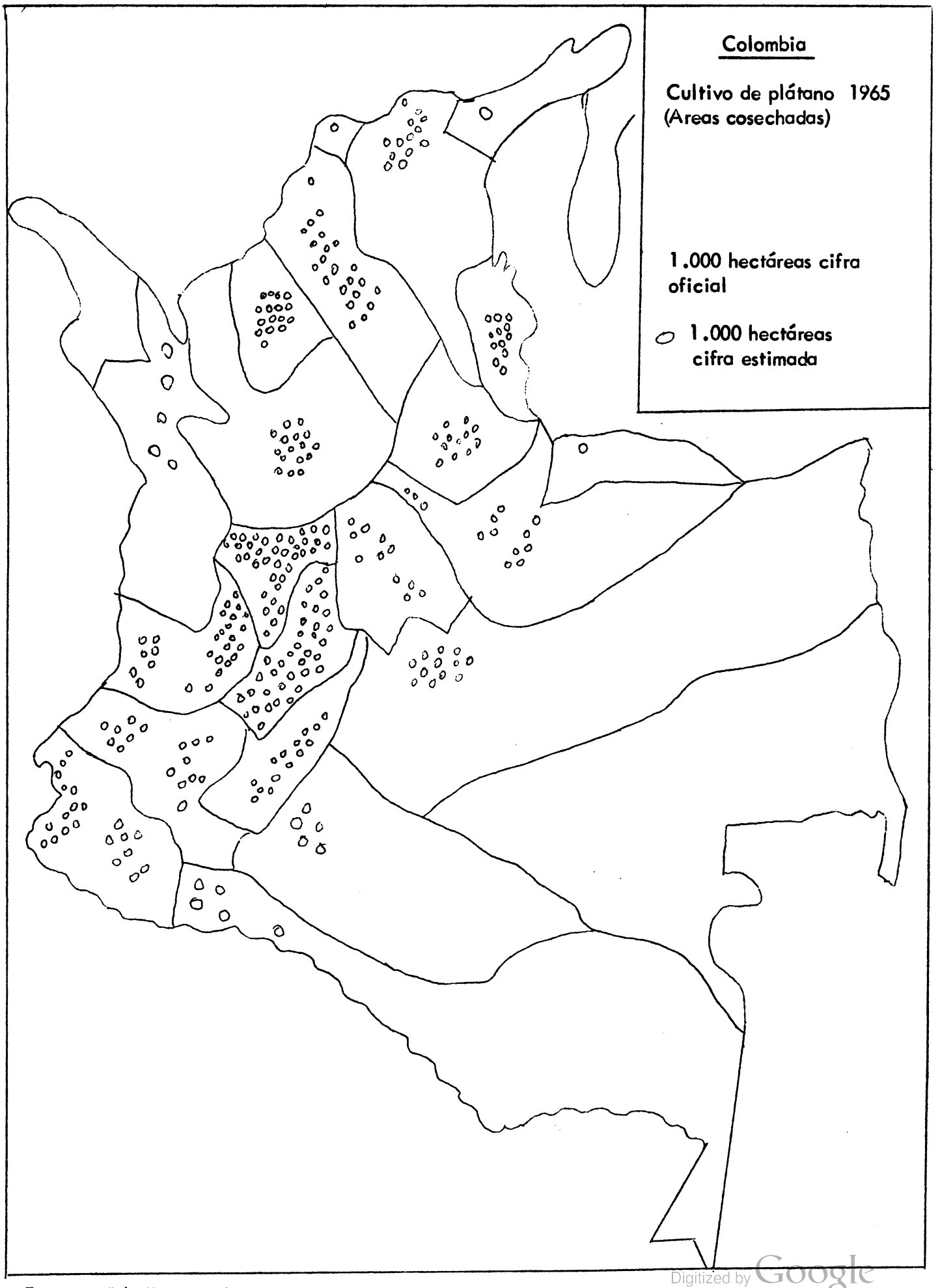
Comentarios: Cada punto debe representar un volumen bastante grande, porque con demasiados puntos no se notan las diferencias.

Figura No. 4: Cultivo de plátano en los principales departamentos* 1965.



Fuente: DANE e ILMA

* Areas cosechadas.

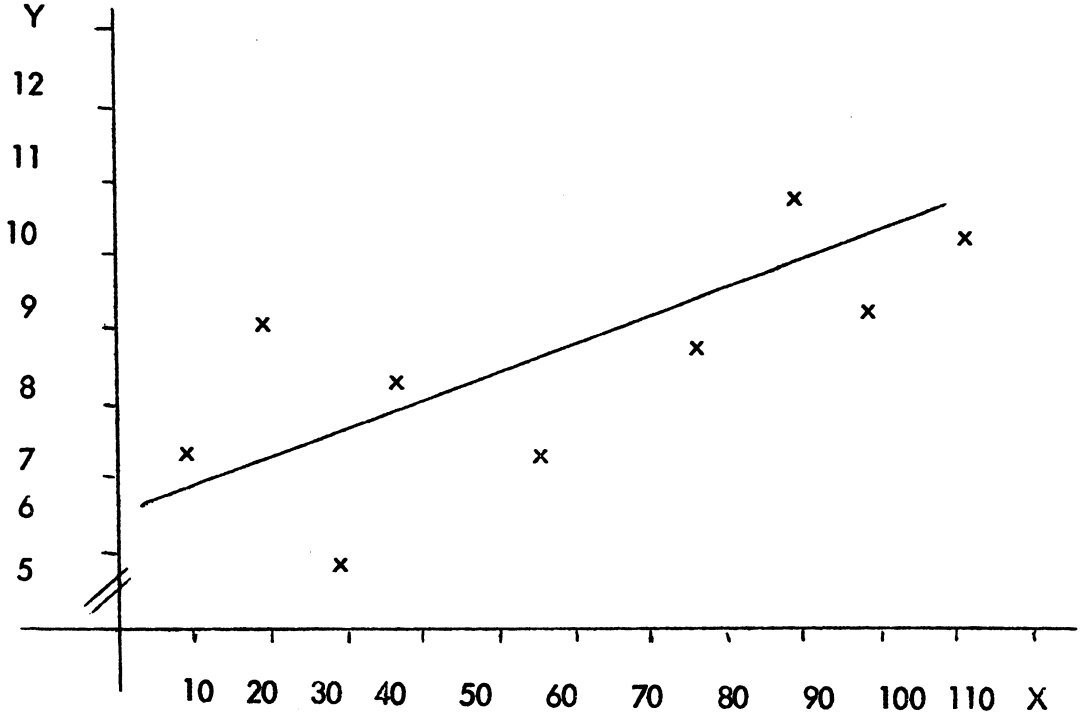


Fuente: DANE e ILMA

Anexo No. 3

OTRO METODO PARA EL CALCULO DE LA TENDENCIA Y DEL COEFICIENTE DE CORRELACION

1. Representación gráfica



2. Cálculo de la tendencia

	y	x	x^2	xy	y´ *
	6	10	100	60	5,9
	8	20	400	160	6,2
	5	30	900	150	6,5
	7	40	1.200	280	6,8
	6	50	2.500	300	7,2
	8	80	6.400	640	8,1
	10	90	8.100	900	8,4
	8	100	10.000	800	8,7
	9	110	12.100	990	9,0
Σ	67	530	41.700	4.280	66,8

* El "y" resulta del cálculo anotado en la página siguiente.

$$y' = a + bx \qquad \boxed{\begin{aligned} \sum y &= an + b\sum x \\ \sum xy &= a\sum x + b\sum x^2 \end{aligned}}$$

$$xy = ax + bx^2$$

$$67 = 9a + 530b \quad . \ (-59)^*$$

$$4.280 = 530a + 41.700b$$

$$-3.953 = -530a - 31.270b$$

$$+4.280 = +530a + 41.700b$$

$$+\ 327 = 0\ a + 10.430b$$

$$b = \frac{327}{10.430}$$

$$\boxed{b = 0{,}031}$$

$$67 = 9a + 530 \ . \ 0{,}031$$

$$67 = 9a + 16{,}430$$

$$a = \frac{50{,}570}{9}$$

$$\boxed{a = 5{,}618}$$

3. **Cálculo del coeficiente de correlación**

$$r = \sqrt{\frac{\sum (y' - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

* 530 : 9

	y	y'		$(y-\bar{y})^2$	$(y'-\bar{y})^2$
	6	5,9			
	8	6,2			
	5	6,5			
	7	6,8			
	6	7,2			
	8	8,1			
	10	8,4			
	8	8,7			
	9	9,0			
ø	7,4	7,4	$\sum$	54,44	10,64

$$\gamma = \sqrt{\frac{10,64}{54,44}}$$

$$\gamma = \sqrt{0,195}$$

$$\gamma = 0,441$$

4. Explicaciones. La ecuación $y = a + bx$ tiene dos incógnitas. Para su solución se necesitan dos ecuaciones. La segunda ecuación se obtiene, multiplicando la primera por "x". En el cálculo entran las sumas de las columnas respectivas. De las dos ecuaciones, se despeja "a", para hallar "b". Conociendo el último valor, es fácil calcular "a" también. Para el coeficiente de correlación se necesita la diferencia entre el promedio y los valores originales y la tendencia, respectivamente. El promedio de la tendencia y de los valores originales debe ser igual, lo que constituye también una prueba del cálculo de la tendencia. El coeficiente de correlación se interpreta en la misma forma como se indicó en el capítulo respectivo.

LITERATURA CONSULTADA

1. ALLEN, R.G.D. Estadística para economistas. 2 ed. Traducción de Ramón Verea. Barcelona, Juventud, 1961. 200 p.

2. CROXTON, F.E. y COWDEN, D.J. Estadística general aplicada. Traducción de Teodoro Ortiz y Manuel Bravo. 5 ed. México, D.F., Fondo de Cultura Económica, 1963. 710 p.

3. DAVIES, O.L. Métodos estadísticos aplicados a la investigación y a la producción; con especial referencia a la industria química. Traducción del inglés por Francisco Azorin y Anselmo Calleja. Madrid, Aguilar, 1960. 423 p.

4. KELLERER, H. Statistik in modern wirtschafts und sozialleben. Hamburgo, 1960.

5. LIOURZOU, A. Iniciación práctica a la estadística. Barcelona, Casanovas, 1959. 274 p.

6. MACKENROTH, G. Methoden-lehre der statistik. Göttingen, 1963.

7. NEISWANGER, W.A. Elementary statistical methods; as applied to business and economic data. New York, MacMillan, 1956. 749 p.

8. NESTLER A.G., A. La regla de cálculo y su empleo. s.l., Baden, s.f.

9. ORGANIZACION DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA AGRICULTURA Y LA ALIMENTACION. Anuario de comercio, 1965. Roma, FAO, 1966. 459 p.

10. _____. Anuario de producción, 1965. Roma, FAO, 1966. 566 p.

11. PIERNAVIEJA, J. La representación estadística y sus aplicaciones agrarias. Barcelona, Salvat, 1955. 375 p.

12. SCHREIBER, K. Marktforschung. Berlin, Frankfurt, 1968.

13. WUAGH, A.E. Elements of statistical method. 3 ed. Mac-Graw-Hill, 1952. 531 p.

14. YAMANE, T. Mathematics por economists; an elementary survey. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1964. 545 p.

ELEMENTOS DE EFICIENCIA ECONOMICA

(Alfredo Carrasco)

ELEMENTOS DE EFICIENCIA ECONOMICA

Guillermo Guerra

En cualquier proyecto agropecuario, forestal, pesquero o de comercialización se persigue aumentar la producción de bienes y servicios, lo cual se traduce en un objetivo último: maximizar los ingresos del beneficiario llámese éste productor, intermediario o consumidor. En esta línea, estas notas tratan sobre algunos principios básicos que ayuden a lograr la maximización del ingreso utilizando la teoría económica. Tales principios son: proporciones variables o de relaciones factor-producto; análisis marginal y costo de oportunidad; sustitución o de relaciones factor-factor; de producción y relación entre las empresas, y ventajas comparativas.

El análisis de estos principios asume condiciones de competencia perfecta o sea que se deben cumplir las siguientes condiciones:*

-Cada unidad económica (empresa o familia) debe ser tan pequeña comparada con el mercado, que no ejerza una influencia perceptible sobre los precios de los artículos (productos homogéneos) que se compran y venden.

-Todos los mercados se deben ver libres de interferencias institucionales o, más exactamente, no deben existir restricciones sobre los precios y la movilidad.

-Todas las unidades económicas deben poseer una información adecuada.

Para la discusión de los problemas de la economía de producción, se acostumbra agrupar los bajo tres grupos que responden a tres preguntas:

-Si, por ejemplo, se desea producir una cantidad dada de un producto, cuál es la cantidad más económica de recurso que se debe usar? Puesto en otros términos, teniendo cierta cantidad de un recurso para usar, cuál es el nivel más económico al cual debe producirse un producto dado?.

-Si se desea producir una cierta cantidad de un producto dado, cuál es la combinación de recurso más económica que se debe usar. Puesto en otros términos, dada cierta combinación de factores, qué cantidad de producto se puede producir para que sea rentable (eficiente económicamente)?

* Véase: Stigler, J., La Teoría de los Precios, Madrid: Derecho Privado, 1953.

-Se desea producir una combinación de productos, cuál es la combinación más eficiente económicamente?

La primera pregunta se acostumbra denominarla como relación recurso-producto o factor-producto. A la segunda se le denomina relación factor-factor. A la tercera se le denomina relación producto-producto.

La relación factor-producto es importante para determinar, dado el precio del producto y el del factor, cuánto es el máximo nivel del factor que se puede usar en la producción para que sea rentable. Por ejemplo, cuánto fertilizante de un costo de $2.000,oo tonelada, debe usarse para producir trigo que se vendería a $1.000 tonelada? Este tipo de análisis lo haremos más adelante. La relación factor-factor es importante para determinar el nivel más económico de maquinaria y mano de obra que se deben usar en la producción de maíz, trigo u otro cultivo.

La tercera relación es importante para determinar la mejor combinación (más eficiente económicamente) de recursos que se debe usar, dado un stock de recursos. En esta sección se analizará la relación factor-producto. En las secciones C y D se analizarán las otras dos relaciones.

A. Principio de las Proporciones Variables o Rendimientos Decrecientes (factor-producto)

1. Función de producción

Definición. La función de producción puede definirse como la relación que existe entre la cantidad de insumos (recursos) que se utilizan por unidad de tiempo y la producción que se obtiene de la misma.

La producción de una firma depende de las cantidades de insumos utilizados en la producción. Esta relación entre el insumo y el producto se puede representar por medio de una función de producción. Una función de producción es una relación matemática en que la cantidad de un producto Y depende de las cantidades de insumos (X_1 X_2 ....) utilizados, esto es: $Y = f(X_1)$.

Y = producto (trigo)

X = insumo (fertilizantes, tierra, etc.)

f = función

Podemos decir que $Y = f(X_1\ X_2\ X_3 \ldots\ldots X_n)$, esto puede leerse así: el producto Y es función o depende de las cantidades de tierra, fertilizantes y otros insumos utilizados en la producción.

Cuando un agricultor está pensando qué cantidad de fertilizante va a utilizar en la producción de trigo, considera los otros insumos fijos en cantidades y calidades específicas. Esta relación puede escribirse así: $Y = f(X_1/X_2\ X_3 \ldots X_n)$, o sea, que la cantidad de trigo depende de las cantidades variables de fertilizante, permaneciendo fijas las cantidades de otros insumos (X_2, $X_3 \ldots X_n$) los cuales pueden ser de nitrógeno, potasio, semilla, etc. La línea vertical en la ecuación significa que el insumo X_1, es variable y los demás insumos permanecen fijos. También podemos tener varios insumos variables pero, para fines de la explicación, se va a trabajar sólo con un insumo variable.

a. Tipos de funciones de producción. Cuando un insumo es variable y las cantidades de otros insumos permanecen fijos, es posible encontrar tres tipos generales de relaciones. Primero, es posible que las cantidades de producto se incrementen en una misma cantidad por cada unidad adicional de insumo. Esto es el caso de la figura 1. En este caso, se dice que hay rendimientos constantes del insumo variable en la producción de un bien determinado.

La función de producción de la figura 1 es una línea recta, es decir, tiene la misma pendiente en todo su trazo. La pendiente es un concepto sencillo que se define como la relación entre ordenada y la abscisa, o sea Y/X. Cuando se trabaja con pendiente se usa la letra griega Δ que significa aumento. Por ejemplo, pasar de A hacia B en la figura 1, significa incremento en Y=5 e incremento en $X_2 = 10$, o sea que $\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{1}{2}$. Esto es válido para cualquier punto de la recta.

El segundo tipo de relación es aquel en que una unidad adicional de insumo origina un aumento mayor en el producto que la unidad anterior. Este caso se denomina rendimientos crecientes. Si usamos el concepto de pendiente utilizado anteriormente, la curva de la figura 2 ilustra un caso de rendimientos crecientes. A medida que se añaden insumos, ΔX_1, la producción ΔY_1, aumenta a partir de cualquier punto ΔX_1. Como consecuencia, la pendiente de la curva se vuelve más pronunciada a medida que se añaden más insumos. En la agricultura son poco comunes estos casos de rendimientos crecientes, ocurren generalmente a niveles bajos de insumo.

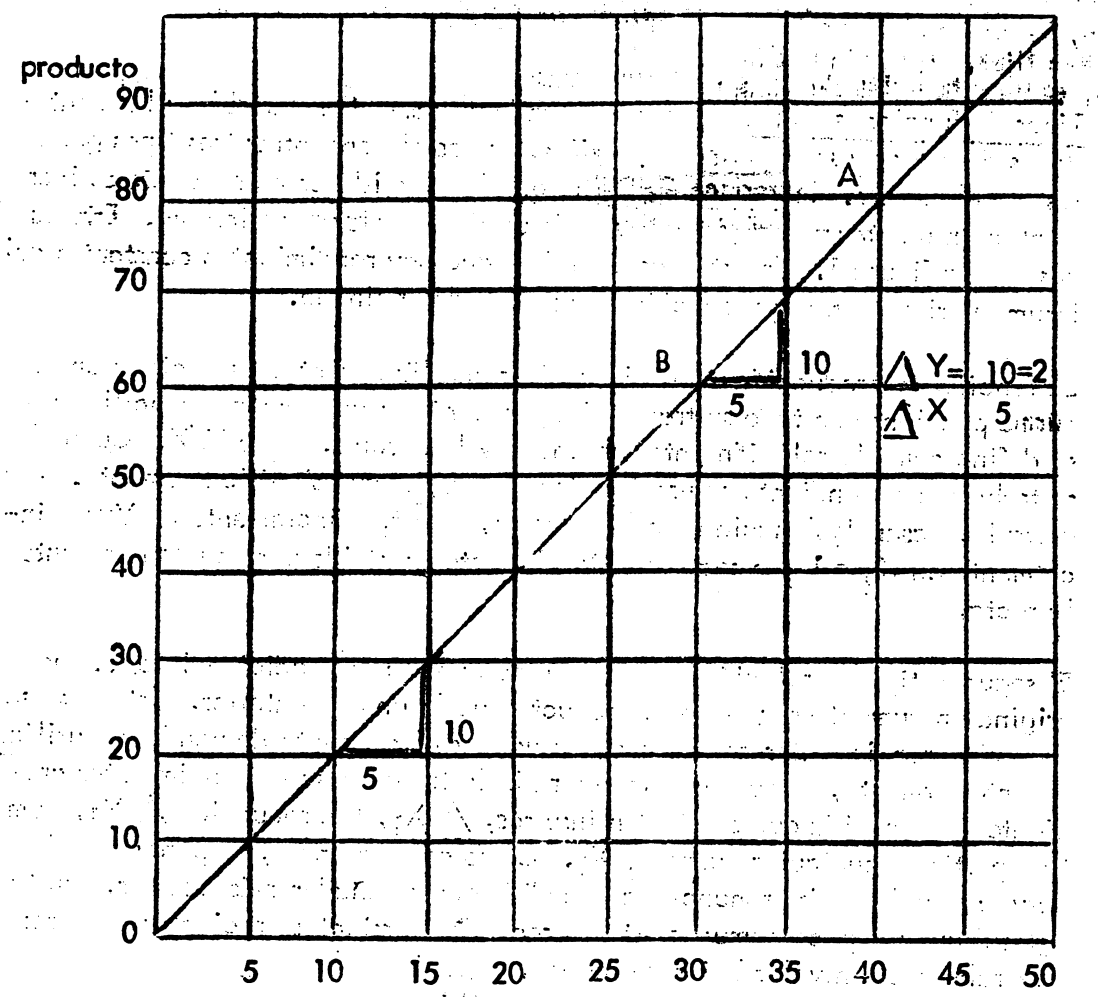


Fig. 1. Función de producción lineal con insumo variable.

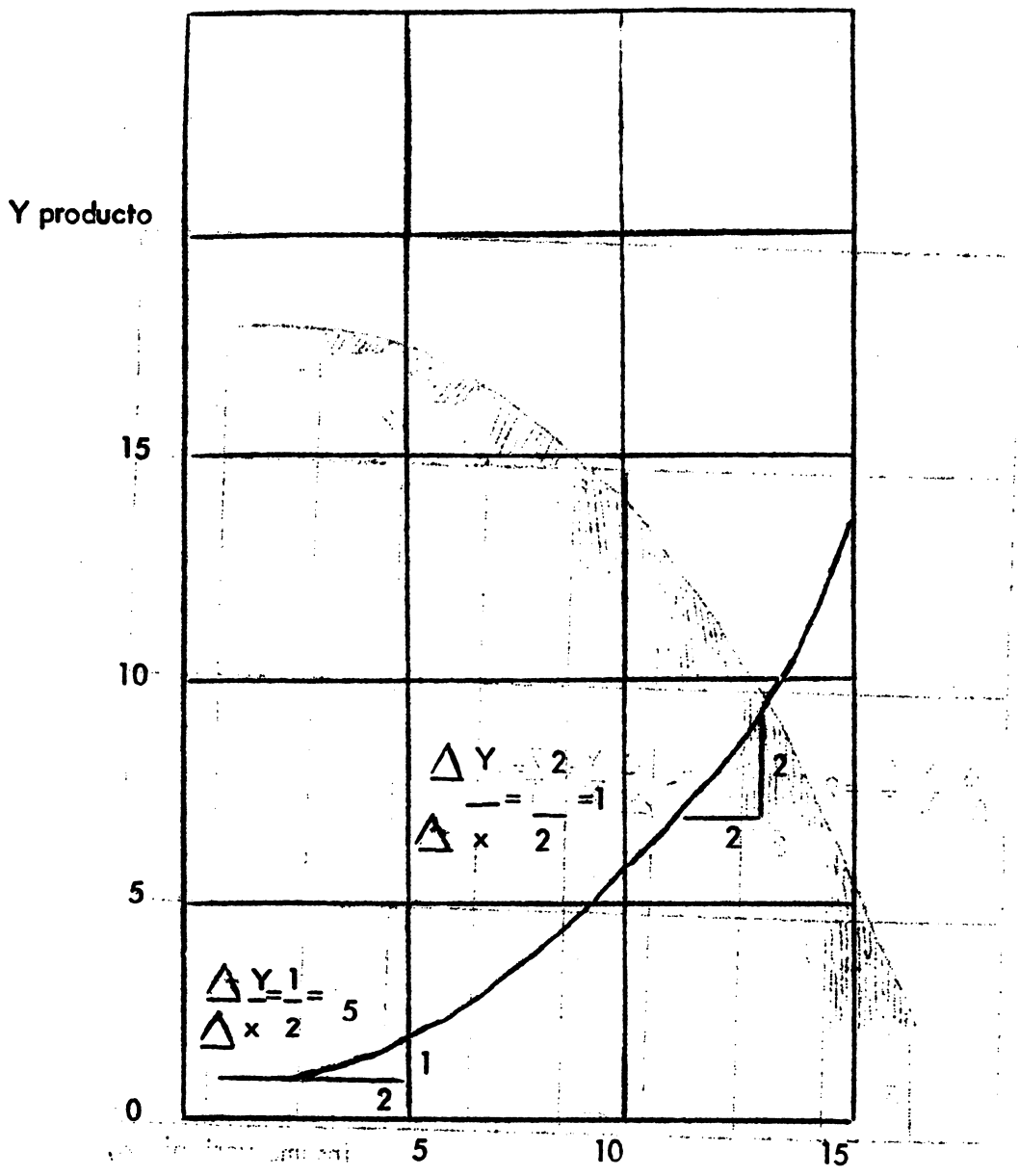


Fig. 2. Función física de producción indicando una relación de rendimientos crecientes con un sólo insumo variable.

El tercer tipo de relación que se presenta es aquel en el cual cada unidad adicional de insumos tiene un rendimiento menor. La pendiente de la curva disminuye a medida que se añaden más insumos. Esta curva se denomina de rendimiento decreciente. En la producción agrícola este es el caso más normal.

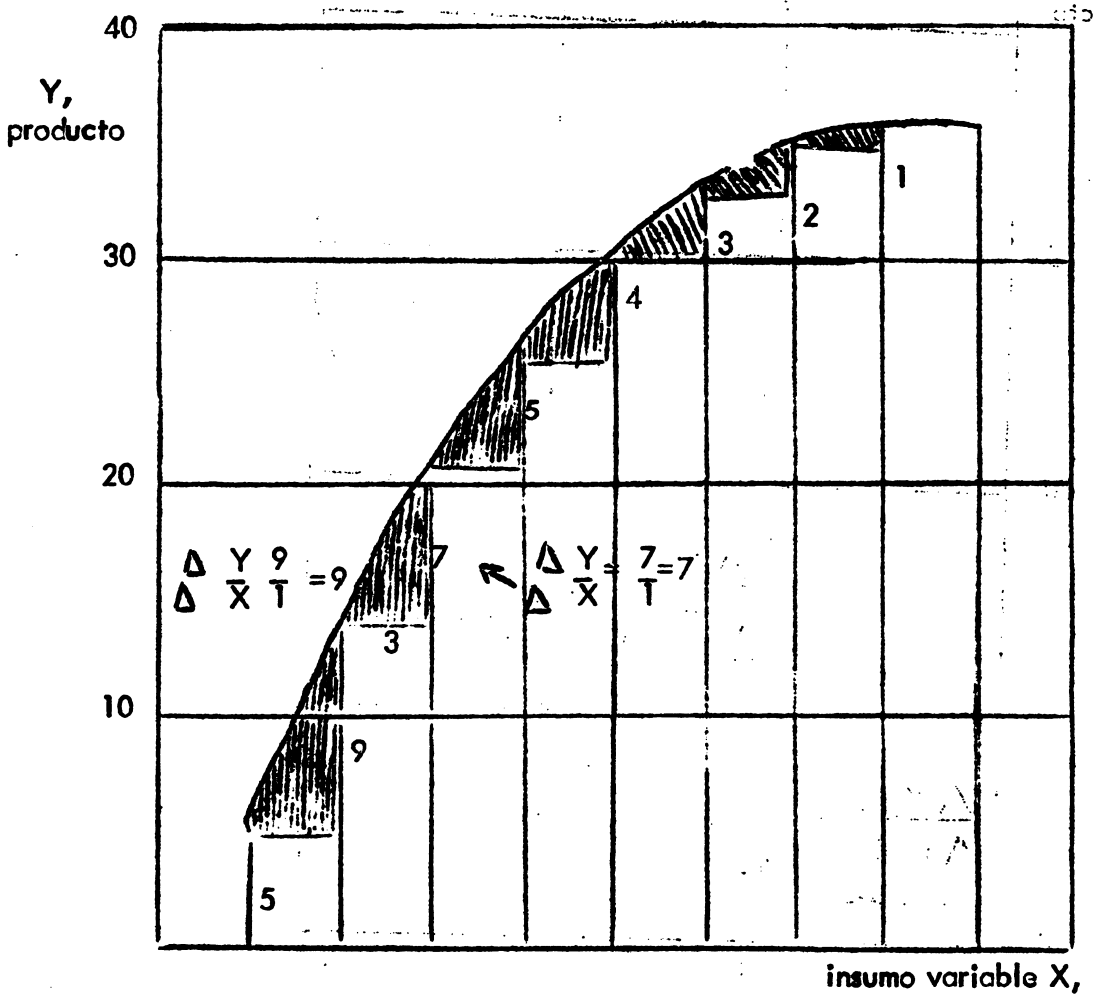


Fig. 3. Función física de producción indicando relación de rendimiento decreciente con un solo insumo variable.

b. Ley de las proporciones variables. Esta ley denominada también de rendimientos decrecientes es una ley tecnológica que describe una relación física entre insumos y producto. Se refiere a situaciones en las cuales varían las proporciones de los insumos. Se enuncia así: si se añaden unidades sucesivas de un insumo a cantidades constantes de otros insumos, la producción aumenta en forma creciente, luego, en forma decreciente y, finalmente, se alcanza un punto en el que declina el aumento del producto por unidad adicional de insumo.

Algunos supuestos complementarios a esta ley son:*

-La ley se refiere a cantidades por unidad de tiempo.

-Es una ley tecnológica que solo muestra la relación que existe entre los insumos empleados y la producción.

-Por ser ley tecnológica, no puede ofrecer una ayuda directa en la determinación de la cantidad de insumo que debe usarse con una cantidad de la de otro insumo. La afirmación frecuente de que debe cesar de aplicar insumos adicionales a un otro insumo fijo, una vez que se ha llegado a un período de rendimiento decreciente, carece de sentido.

-Las unidades de los diversos insumos son homogéneos.

Para entender más este enunciado, tenemos un ejemplo (Cuadro No. 1). La columna 1 representa el factor o insumo fijo, en este caso, tierra. La columa 2 muestra las unidades homogéneas del factor variable X_1 (fertilizantes), la producción obtenida con aumentos sucesivos del factor X_1, se representa en la columna 3 como Y, el cual se denomina producto físico total (PT). El producto promedio (PP) de un insumo se define como la relación del producto total (PT) a la cantidad de insumo utilizado para producir esa cantidad; luego $PP = \frac{Y_1}{X_1}$, permaneciendo constantes las cantidades de otros insumos (columna 5). El producto marginal PM, se define como el aumento de producción que resulta al añadir una unidad de insumo, como en el caso del producto medio, las cantidades de los otros insumos también permanecen constantes. En símbolos, el producto marginal se escribe $PM = \frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1}$, o sea que el producto marginal de una unidad de insumo es el incremento del producto dividido por el incremento del insumo (columna 5). En el Cuadro No. 1, al añadir la cuarta unidad de insumo, el producto se aumenta en 10 unidades. Luego, $\frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1} = \frac{10}{1} = 10$.** Estrictamente hablando, el producto marginal representa la tasa de

* Según Stigler, G. J. 1953. La teoría de los precios. Edit. Rev. de Derecho, Madrid 142 p.p.

** Matemáticamente el producto marginal es la primera derivada de la función del producto total.

cambio del producto, a ciertos niveles de insumo. Así, cuando el producto marginal se calcula sobre cierto tramo de insumos $\frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1}$, el resultado representa la tasa media de cambio para este tramo en particular. Este es el caso del Cuadro No. 1 para hacer el gráfico que representa el producto marginal, los valores de éste se interpolan entre los insumos para los cuales se ha computado el cambio del producto marginal. En el Cuadro No.1 se han colocado entre renglones con el fin de subrayar que el concepto marginal representa una tasa media de cambios entre insumos.

CUADRO No. 1

UNIDADES DE INSUMO, PRODUCTO TOTAL PROMEDIO Y MARGINAL
(DATOS HIPOTETICOS)

Insumo fijo X_0	Insumo variable. X_1	Producto Total Y_1	Producto promedio. (PP) $\frac{Y_1}{X_1}$	Producto marginal. $\frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1}$
1	2	3	4	5
	0	0	-	7
1	1	7	7	10
1	2	17	8.50	
				14
1	3	31	10.33	16
1	4	47	11.75	10
1	5	57	11.40	6
1	6	63	10.50	2
1	7	65	9.28	0
1	8	65	8.1	
				0
1	9	61	7.62	
				-4
1	10	52	5.77	-9

1) Relaciones entre el producto total, promedio y marginal. Como las curvas de producto promedio y producto marginal se obtienen del producto total, dichas curvas están relacionadas con la forma de la curva del producto total. La relación entre estas curvas define, entonces, ciertas características de la función de producción. (Véase Fig. 4).

En términos matemáticos, el producto marginal define el cambio en el producto total Y, por cada unidad adicional de insumo X. Por tanto, a medida que aumenta la producción marginal, en forma creciente, el PM del producto total Y aumenta también en forma creciente. Cuando el producto total aumenta en forma decreciente, el PM decrece. Cuando la curva del producto total llega a un punto denominado de inflexión, el PM llega al máximo. De ahí en adelante, el producto total aumenta en forma decreciente y el PM aumenta en forma decreciente.

Cuando el producto total llega al máximo y permanece constante al añadir una unidad de insumo variable, el PM es igual a cero. Si el producto total disminuye, el PM es negativo.

El producto promedio es la cantidad de producto que se obtiene por unidad de insumo a un determinado nivel de producción, o un determinado nivel de insumo. Para que el producto promedio aumente a medida que se adicionan insumos, el aumento del producto total por cada unidad adicional de insumo, deberá ser mayor que el producto promedio de los insumos precedentes. En consecuencia, cuando el producto promedio está creciendo, el producto marginal deberá ser mayor que el producto promedio. Además, cuando el producto promedio es decreciente, el producto marginal es menor que el producto promedio. Hay casos en que el producto promedio no cambia al añadir unidades adicionales de insumo. Cuando ésto sucede, el producto promedio es igual al producto marginal, o sea que la cantidad de producto añadido por las unidades adicionales de insumo es igual al producto promedio. Debido a estas relaciones, el producto marginal y el producto promedio sólo pueden ser iguales cuando el producto promedio está en su punto máximo. En este punto las dos curvas se cortan (Ver Fig. 4) y ambas curvas empiezan a decrecer, pero la curva del producto promedio (PP) está encima de la curva del producto marginal (PM), o sea que el producto promedio es mayor que el producto marginal.

Estas relaciones se pueden simplificar por medio de ecuaciones, así:

Cuando PM $>$ (mayor que) PP, la PP es creciente

Cuando PM $<$ (menor que) PP, la PP es decreciente

Cuando PM = (es igual a) PM, PP está en su máximo.

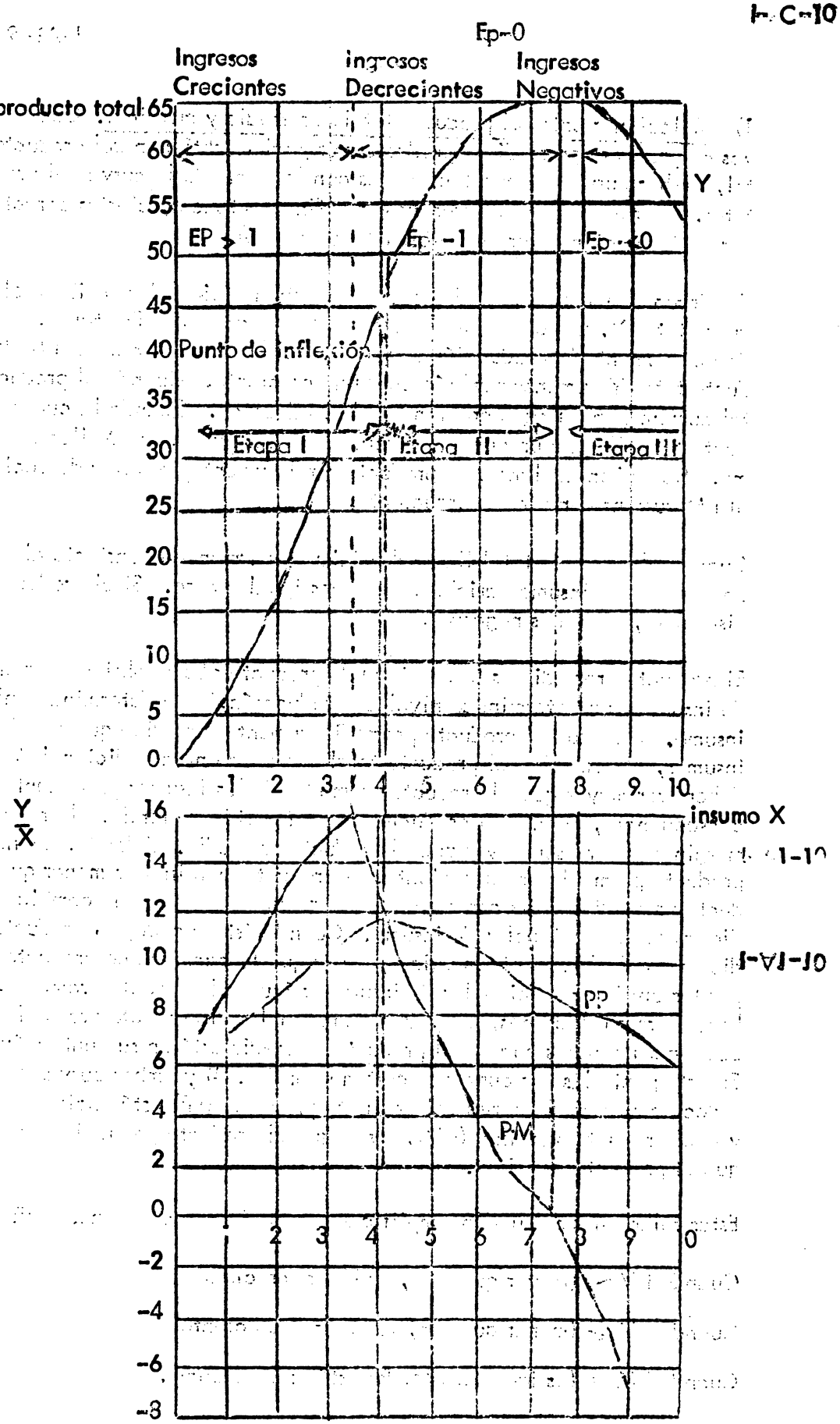


Fig. 4. Relaciones de producto total, promedio y marginal. Etapas de la producción.

2) Las tres etapas de una función de producción. Las relaciones insumo-producto que muestran productividades total, promedio y marginal, pueden dividirse en tres segmentos. Referidas a la curva de producto total, estos segmentos se denominan etapas de la producción y están ilustradas en la figura 4. La primera etapa de una función de producción llega hasta el nivel de insumo, en el cual se obtiene el máximo producto promedio. Tal como se anotó antes en esta fase, el PM debe ser mayor que el PP. La etapa 2 va, desde el punto donde PP es máxima hasta aquel en donde se obtiene el máximo producto total (Y), o sea el punto donde la PM es igual a cero. La tercera etapa de la función incluye toda adición de insumo que produce un producto marginal (PM) negativo y abarca la porción de la curva en que el producto total es decreciente.

-Producción irracional. Cualquier nivel de insumo que se use en la etapa primera, no es económica. Los beneficios (ingresos) al agricultor individual o al producto social, pueden aumentarse al aplicar mayores cantidades de insumo variable a un conjunto de factores que se consideran fijos. Esto quiere decir que la PP aumenta a medida que se adicionan más insumos variables. En lugar de terminar la aplicación de insumos variables a varios insumos fijos antes del límite de esta etapa, el agricultor o administrador de los insumos puede siempre obtener un mayor producto de los mismos recursos, haciendo una redistribución de los insumos fijos y variables dentro de la etapa primera. En otras palabras, dado un insumo fijo, es posible obtener un producto mayor dejando ocioso o descartando parte de un factor que de otra manera se consideraría fijo. Por ejemplo, supongamos que el agua de riego fuese abundante en una región y que los agricultores pudiesen utilizar toda el agua que quisieran sin ningún costo adicional. Ante esta situación, los agricultores no inundarían sus tierras, sino que utilizarían tan sólo la cantidad de agua necesaria para obtener el máximo rendimiento de otros insumos, como tierra, trabajo, capital y administración. En consecuencia, si un productor está interesado en maximizar su ganancia (ingreso neto), y si la producción sigue rindiendo ganancias, encontrará conveniente al aplicar insumos variables, llegar cuando menos al punto de mayor producto promedio.

La etapa tercera es también área de producción irracional. En ésta, el producto total es decreciente, o sea que el PM (la cantidad de producto añadido por las unidades adicionales de insumo) es negativo.

En esta etapa no es conveniente operar con ninguna combinación de recursos debido a que las cantidades de insumo adicionales reducen el producto total. El punto en que el producto marginal es igual a cero representa la máxima cantidad de insumo variable, que es beneficioso aplicar en combinación con otros insumos fijos.

Con frecuencia los productores combinan sus recursos o insumos en proporciones tales que operan en las etapas 1 ó 3 de las funciones de producción. Ello se debe a que ellos no tienen un conocimiento perfecto de las relaciones de producción. Por esta razón, es muy común encontrar que en la producción de muchos cultivos se emplean cantidad insuficiente de cal para alcanzar la segunda etapa de la producción. Si se utilizara más cal, sería factible aumentar el producto promedio. También es frecuente encontrar productores operando en la etapa tercera, como por ejemplo el caso de avicultores que mantienen excesiva acumulación de ponedoras en los gallineros.

-Producción racional y la distribución de recursos. Aun sin considerar los precios de los insumos y los precios de los productos, es evidente que solamente la etapa segunda es el área de producción económica. En esta etapa, el producto total es creciente, el producto marginal es decreciente, positivo y menor que el producto promedio; los productos promedio y total también son decrecientes. Esta es la etapa racional de la producción. Es la etapa en que deben operar los productores que desean maximizar sus ingresos. Sin embargo, el nivel particular de producción o cantidad óptima de insumos que debemos utilizar en esta etapa no pueden determinarse teniendo únicamente los datos de la función de producción. Es necesario conocer los precios del insumo y del producto.

3) Elasticidad de la producción o coeficiente de producción. Otro concepto que se aplica a la función de producción de insumo-producto es el de elasticidad de la producción. Este concepto se refiere a la relación entre porciento de cambio en el producto Y_1, y el porciento de cambio en el insumo. Se representa así:

$$Ep = \frac{\%\ \text{cambio en } Y_1}{\%\ \text{cambio en } X_1}$$

Su expresión matemáticamente sería:

$$Ep = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta X}{X}} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \times \frac{X}{Y}$$

Pero:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = PM \text{ y } \frac{Y_1}{X_1} = PP$$

Luego:

$$Ep = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \times \frac{X}{Y} = \frac{PM}{PP} \qquad Ep = \frac{PM}{PP}$$

La elasticidad de producción es mayor que 1 hasta el punto en donde el producto promedio (PP) es máximo (primera etapa). En este punto, el producto promedio es igual al producto marginal, o sea PM = PP y la elasticidad de producción es igual a 1. A partir de este punto, el PM es menor que el PP, luego la elasticidad de producción es menor que 1 entre este punto de máximo PP y el punto de máximo producto total Y. Finalmente, es menor que cero, a medida que el producto total disminuye, o sea cuando el PM es menor que cero (negativo).

-Diferencias en tecnología. Las relaciones insumo-producto son significativas solamente cuando se refieren a productos y factores (insumos) que son homogéneos. También se asume que los insumos se combinan en una forma particular. Sin embargo, las funciones de producción pueden ser muy diferentes a pesar de utilizar los mismos insumos para producir el mismo producto. Las diferencias entre las funciones de producción se deben a diferencias en la tecnología empleada. (Ver figura 5).

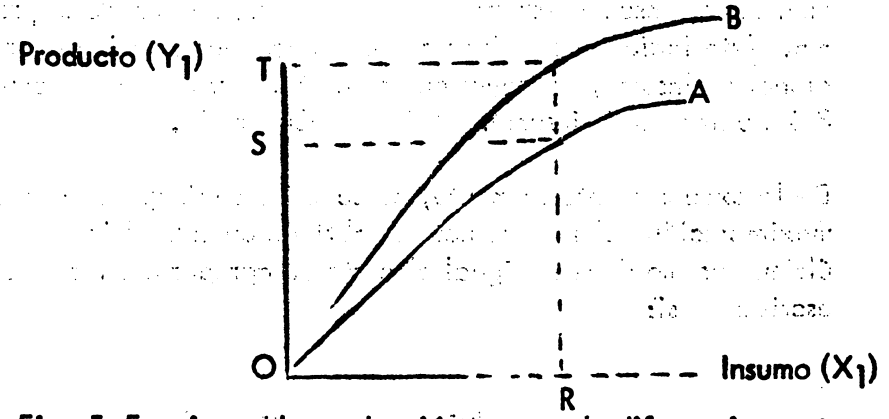


Fig. 5 Funciones de producción mostrando diferencias en tecnología.

4) El nivel óptimo de insumo que se debe usar. Hasta el presente se han mencionado funciones físicas de producción. Es posible convertir la función de producción física en función de ingreso multiplicando la cantidad de producto por su precio. Bajo condiciones de competencia, la curvatura de esta función de ingreso es igual a la función de producción física.

En la figura 6 se puede observar la función de ingreso resultante de multiplicar el producto total Y_1 por el precio. Así, por ejemplo, en el Cuadro 2, se asume que el precio de Y_1, es de 2 soles; el ingreso total aparece en la columna 3. El aumento del ingreso total cuando se añade una unidad adicional de insumo se conoce como valor del producto marginal y se calcula multiplicando el producto marginal por el valor de Y_1. De la misma manera, si se multiplica el producto promedio por el precio de Y_1, se tiene el valor del producto promedio. Esto es: VPP es el valor del producto promedio, por unidad de insumo, en un nivel dado de insumo.

Si el productor conoce el precio del insumo y los valores del producto marginal, puede determinar el nivel del insumo que deja mayores utilidades. Si asuminos que el precio del insumo es de 2 soles, podemos obtener el costo total al multiplicar los datos de la columna por 2. Se puede usar insumos a un precio PX_1 hasta el punto en que el valor del producto marginal se iguala al producto del insumo. Esta relación se puede escribir así: $VPM = PX_1$*. En este punto, el costo adicional de un insumo es igual al ingreso adicional que produce. Siguiendo el ejemplo del Cuadro 2, se puede aplicar niveles de insumo hasta el nivel de 6 unidades de insumo, cuando el $PX_1 = 4$. (Figura 6, parte de abajo).

Al observar el Cuadro No. 2, columna 7, vemos que a nivel de 6 unidades de insumo, se obtiene un ingreso neto de 102 soles (el máximo). Si agregamos una unidad de insumo, el ingreso no aumenta. Sin embargo, se obtiene un costo adicional de 4 soles. Si se agrega más unidades de insumo, el ingreso neto disminuye. Si, por otra parte, se usan cantidades menores de insumo variable el VPM del insumo excede el precio del mismo. Esto indica que el ingreso que el productor obtiene por la unidad adicional de insumo, es mayor que su costo. Esto es lo que ocurre al agregar 3 ó 4 unidades de insumo. (Véase el Cuadro 2).

De lo expuesto anteriormente, se puede deducir que la condición para la maximización del ingreso neto se obtiene cuando el ingreso añadido por el último insumo debe ser igual al costo de agregar ese insumo. Esto puede escribirse así:

$$Py_1 \Delta Y_1 = Px_1 \Delta X_1$$

(Ingreso marginal o adicional - Costo marginal o adicional)

Esta ecuación también puede escribirse en la siguiente forma:

$$\frac{Px_1}{Py_1} = \frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1}$$

Podemos llegar a esta misma ecuación, a través de algunos cambios aritméticos, como sigue:

Dada la ecuación:

$VPM = Px_1$ (1) (valor del producto marginal igual al precio del insumo)

* Para simplificar además de las condiciones de perfecta competencia, se supone que el costo de aplicar el insumo se incluye en el predio de éste y que el precio del insumo no cambia cuando se usan unidades adicionales.

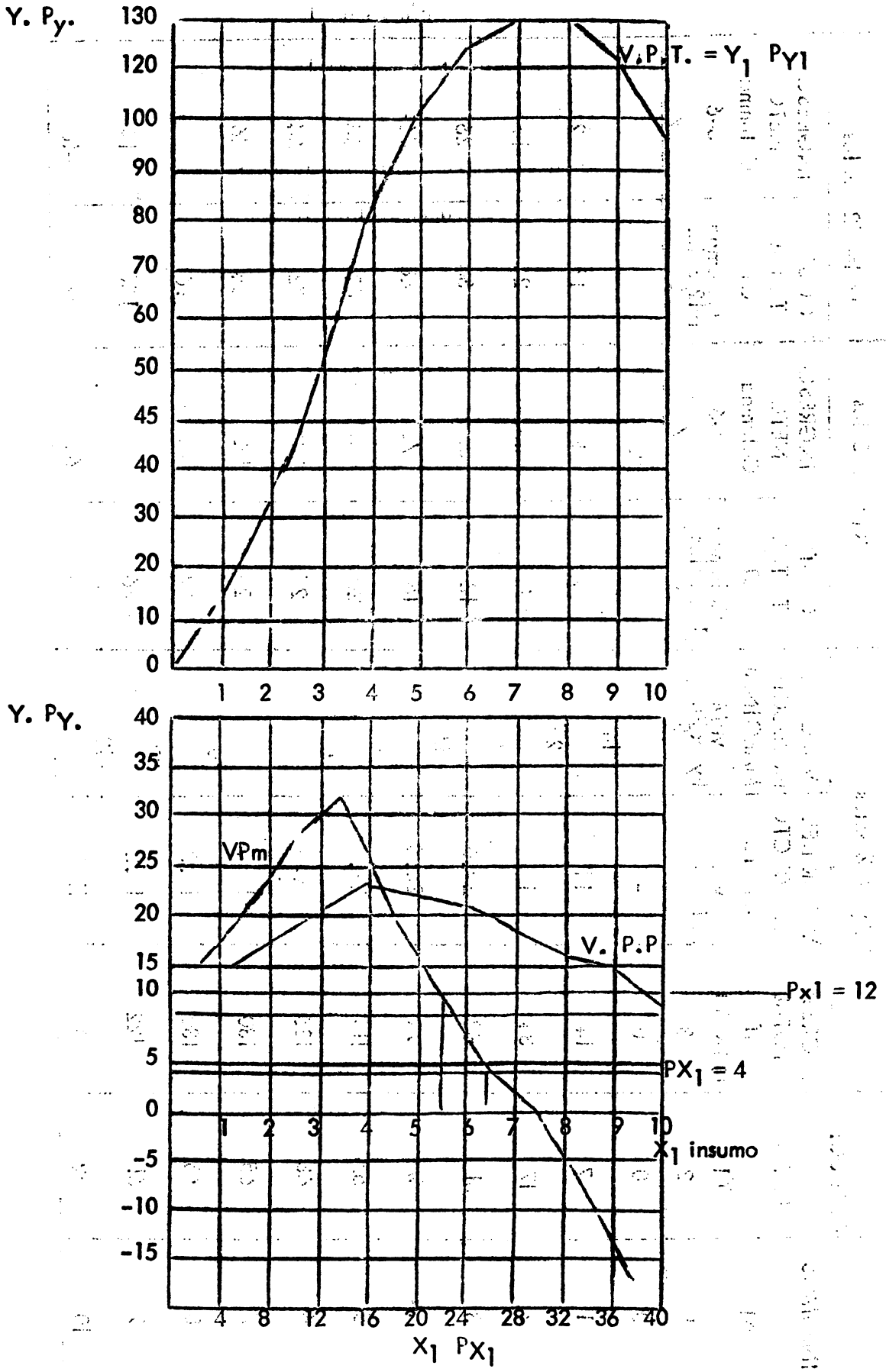


Fig. 6. Funciones de ingreso y líneas de precio.

CUADRO No. 2 FUNCIONES DE INGRESO, COSTOS E INGRESO NETO

INSUMOS X_1	PRODUCTO TOTAL Y_1	PY1 = 2 Soles			PX1 = 4 Soles		PX1 = 12 Soles	
		INGRESO TOTAL IT $Py_1 \times Y_1$	VALOR DEL PRODUCTO MEDIO VPP $Py_1 \times PP$	VALOR DEL PRODUCTO MARGINAL VPM $Py \times PM$	COSTO TOTAL CT Columna 1x4 Soles	INGRESO NETO Columna 3-6	COSTO TOTAL CT Columna 1x12 Soles	INGRESO NETO Columna 3-6
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	-					
				14				
1	7	14	14		4	10	12	2
				20				
2	17	34	17		8	26	24	10
				28				
3	31	62	20.6		12	50	36	26
				32				
4	47	94	23.4		16	78	48	46
				20				
5	57	114	22.8		20	94	60	54
				12				
6	63	126	4.0		24	102	72	54
				4				
7	65	130	18.4		28	102	84	46
				0				
8	65	130	16.2		32	98	96	34
				-8				
9	61	122	15.2		36	86	108	14
				-18				
10	52	104	11.4		40	64	120	-16

Dividiendo ambos lados de la ecuación por Px_1, tenemos:

$$\frac{VPM = Px_1}{Px_1 = P_{x1}} = 1 \qquad (2)$$

Pero como el valor del producto marginal es igual al producto marginal por el precio del producto, tenemos:

$$VPM = PM \times Py_1 \qquad (3)$$

Luego, la ecuación (1) también puede escribirse así:

$$PM \times Py_1 = Px_1 \qquad (4)$$

Como el producto marginal se define como el cambio en el producto Y_1, por cada unidad adicional de insumo X_1, o sea:

$$PM = \frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1}$$

Podemos escribir la ecuación (4), así:

$$\frac{PY_1 \Delta Y_1 = Px_1}{\Delta X_1} \qquad (5)$$

Lo cual equivale a escribir:

$$\frac{Px_1 = \Delta Y_1}{Py_1 \quad \Delta X_1}$$

O sea, que la condición de máximo ingreso se obtiene cuando el ingreso marginal o adicional es igual al costo adicionado o marginal:

$$Py_1 \Delta Y_1 = Px_1 \Delta X_1$$

De la condición de maximización del ingreso, podemos concluir que existen tres factores principales que afectan el nivel de aplicación más económico. Estos son: al precio del producto (Py_1) y la relación de producción física al afectar el producto marginal $\frac{Y_1}{X_1}$.

5) Efectos de los cambios de precio. Los precios de los insumos y los productos cambian con mucha frecuencia, debido a las fuerzas inherentes que, particularmente en conjunto, los afectan, como es obvio, estos cambios afectan el nivel óptimo de insumo que se puede utilizar.

El grado en el cual los cambios de precios van a afectar el nivel óptimo de insumo dependerá de la forma de la función de producción.

B. Análisis Marginal y Costos de Oportunidad

1. Funciones de costo. La relación entre los costos y el volumen de negocio es de esencial importancia para la firma. Los agricultores, procesadores, distribuidores, necesitan conocer cuál es el tamaño de la finca, planta o almacén de de distribución en que pueden operar con el más bajo costo. En otras palabras, necesita saber cuál es el tamaño óptimo de la planta. La respuesta a este interrogante se obtendrá en los párrafos siguientes.

Con frecuencia los textos se refieren a los costos de producción de un bien o servicio en relación con sus precios. Al hablar de costos de producción, los agricultores se refieren a los gastos realizados por unidad de producto. Es decir, se refieren al costo medio de producir una cantidad dada de producto. Los gastos se definen entonces como los desembolsos en efectivo y/o en productos efectuados durante el año agrícola. Los gastos de conservación se consideran en la parte que corresponde a un determinado año. Así, cuando se habla del costo de elaborar un producto, se refiere a los gastos en que se incurre al producir una cantidad particular de producto en un período de tiempo determinado. El costo es entonces la reunión de los gastos y de los intereses de los capitales propios y la depreciación. Cualquier referencia a los costos que no especifique la cantidad y el período al cual se refiere, carece de sentido. Al comprar gasolina, fertilizantes, etc., es fácil saber el precio de estos bienes, el cual es el costo para el productor. Hay, sin embargo, ciertos insumos, como tierra, trabajo familiar, en los que no es fácil conocer el precio. Se acostumbra, por tanto, asignar a estos insumos un precio a fin de poder contabilizar el costo total y así ayudar al agricultor a tomar decisiones racionales entre varias alternativas. La asignación del precio a estos insumos es difícil. Existen varios criterios o medios, los cuales tienen ventajas y desventajas. Uno de ellos consiste en asignar el precio que le costaría al agricultor la tierra o el trabajo que él hace en el fundo.

Costo de Oportunidad

Este es un concepto importante que sirve de guía general para la toma de decisiones entre varias alternativas.

Según Bishop* "el precio que se debe determinar para cualquier insumo es el ingreso que se deberá ceder debido al hecho de que el insumo se utiliza para el mejor uso alternativo. Este es el concepto de oportunidad de ingreso o, como es más conveniente llamarlo, costo de oportunidad". Así, por ejemplo el costo de un recurso o servicio X que contribuye a la producción de un artículo A, es igual al producto máximo que X rendiría en la producción de otros bienes. Si una hectárea de tierra puede producir 6.000 pesos al año al cultivar trigo, éste es el costo de la producción de avena.

Costos Fijos y Costos Variables

La distinción entre costo fijo y costo variable está referida a un período de tiempo, ya que en la planeación se habla de corto y largo plazo. Por corto plazo se entiende un período que es lo suficientemente largo como para permitir los cambios deseados en la producción sin alterar el tamaño de la firma. Por largo plazo se considera generalmente, un período que es lo suficientemente largo como para cambiar la producción, bien sea alterando el tamaño de la planta o llevando a cabo una utilización más o menos intensiva de la planta existente. De acuerdo a estos dos períodos, los costos se dividen en dos grandes categorías: costos fijos y costos variables. Costos fijos son aquellos en que se incurre independientemente del volumen de producción en un período determinado. En otras palabras, son aquellos que se deben efectuar aunque no se produzca nada. Estos costos no tienen peso sobre las decisiones que se refieren a un aumento o disminución de la producción. En el corto plazo, algunos costos son fijos y otros pueden ser variables. En cambio en el largo plazo, todos los costos son variables. Los costos fijos son aquellos en que se incurre independientemente del volumen de producción en un período determinado. Por tanto, costos variables son los que se hacen al añadir insumos variables. Al tomar decisiones respecto a las cantidades de insumos variables que se deben usar para maximizar el ingreso neto, son los costos variables los que se aplican. El costo total es la suma de los costos fijos y los costos variables. El costo unitario es el costo por unidad de producción.

Naturaleza de las Funciones de Costo

La exacta naturaleza (curvatura) de la función de los costos totales depende de la naturaleza de la función de la producción a que se refiere. El factor precio, bajo condiciones de competencia, afecta el nivel y la inclinación pero no la curvatura de la curva de costo total. Examinemos ahora la naturaleza de la curva de los costos totales o función para los mismos casos analizados antes, o sea, para una productividad constante, decreciente y creciente.

* Bishop, C.E. y Toussaint, W.T. Introducción al análisis de economía agrícola. Centro Regional de Ayuda Técnica, México, 1967. 80 pp.

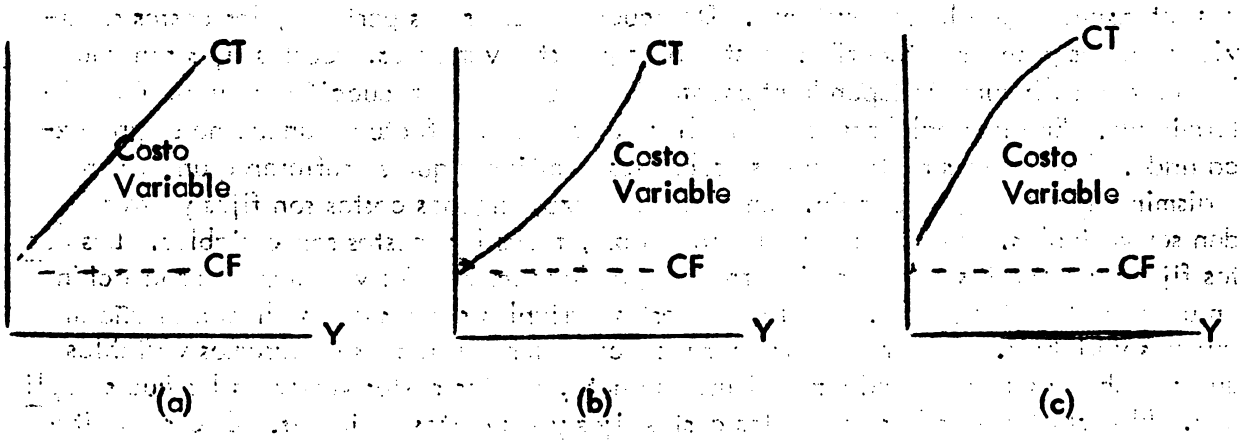


Fig. 7. Función del costo total para productividad constante (a), decreciente (b) y creciente (c).

La función del costo total

La curva PT de la figura 7 muestra las relaciones entre el producto y el costo del mismo. La pendiente de la curva de costo total es determinada por la función de producción, asumiendo que el precio que el productor paga por los insumos no varía con la cantidad de insumos comprados. Puesto que cada unidad de insumo cuesta la misma cantidad, esta curva es similar a la función de producción. Como se anotó antes, existen costos fijos en la función de producción. Estos pueden representarse, moviendo la curva de la función de producción hacia la derecha en una distancia igual a la cantidad de costos fijos, por ejemplo (0A). Son costos fijos, por tanto, no cambian la forma de curva, sino que afectan su posición.

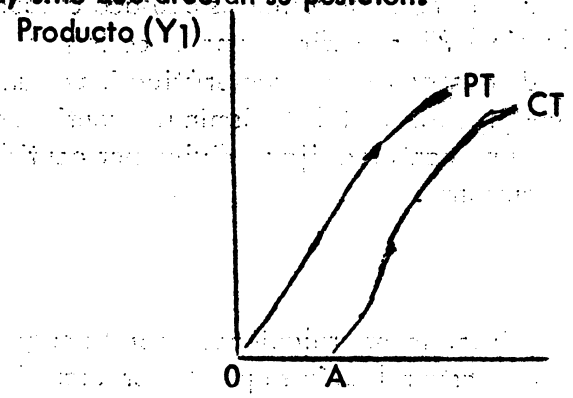


Fig. 8 Relación del costo de producción con la función de producción.

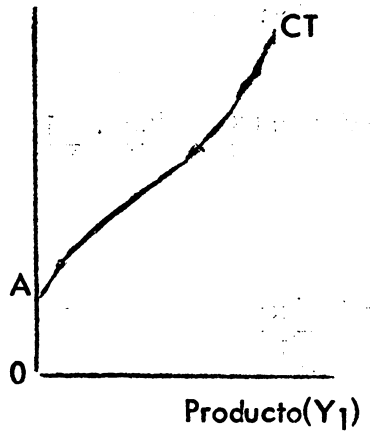


Fig. 9 Relación del costo de producción con el nivel de producto.

Para propósitos de análisis de tamaño o nivel óptimos de la firma, se considera que los costos están más relacionados con el producto que con los insumos. Por ello, las curvas de costo se colocan en el eje de las abscisas y la de producto en el eje de las ordenadas (figura 9). La curva de costo total de esta figura es la misma $P^1 T^1$ de la figura 8.

Costos promedios y costos marginales

La misma relación que existe para las curvas de producto existe para las curvas de costo. Sin embargo, aquí tenemos curvas de costos fijos, costos variables y costo total. Luego, al decir costo promedio debemos indicar a cuál de las tres curvas se refiere. Existe sólo una curva de costo marginal, ya que el efecto marginal es causado únicamente por el insumo variable. El costo promedio fijo (CPF) se define como el costo por unidad de producto. En el Cuadro No. 3 se puede observar una característica importante de este costo y es que a medida que hay mayor producto, el CPF disminuye continuamente a una tasa decreciente. Esto se debe a que una cantidad fija se divide por cantidades cada vez mayores, a medida que el producto aumenta.

Costo promedio variable

La curva de costo promedio variable está directamente relacionada con la curva de producto promedio (PP) para el insumo variable. Esta relación se puede apreciar fácilmente con un poco de aritmética. Asumiendo que $Y = f(X_1)$, tenemos que:

$$CPV = \frac{CV}{Y_1}$$

Pero como:

$$CV_1 = Px_1 \quad X_1$$

Luego:

$$CPV = Px \frac{(X_1)}{Y_1} = \frac{Px_1}{1} \cdot \frac{X_1}{Y_1}$$

También puede expresarse así:

$$CPV = \frac{Px_1}{\frac{Y_1}{X_1}}$$

Pero:

$$\frac{Y_1}{X_1} = PP$$

Finalmente:

$$CPV = \frac{Px_1}{PP}$$

CUADRO No. 3 RELACIONES DE COSTO

Producto (Y_1)	Costo Fijo (CF)	Costo Variable (CV)	Costo Total (CF CV)	Costo Promedio Variable - CPV	Costo Promedio Fijo CPF	Costo Promedio Total CPT	Cambio en Producto $\Delta / \Delta X$	Cambio en Costo	Costo Marginal
							-	ΔC	$C/= Y_1$
0	20	0	20	-	-	-	7	5	0.71
7	20	5	25	0.71	2.85	3,57	10	5	0.50
17	20	10	30	0.58	1.17	1.76	14	5	0.35
31	20	15	35	0.49	0.64	1.12	16	5	0.31
47	20	20	40	0.42	0.42	0.85	10	5	0.50
57	20	25	45	0.44	0.35	0.79	6	5	0.83
63	20.	30	50	0.47	0.32	0.79	2	5	2.5
65	20	35	55	0.53	0.31	0.84	0	5	2.5
65	20	40	60	0.62	0.31	0.92	4	5	-
61	20	45	65	0.73	0.33	1.06	9	5	1.25

Hay, por tanto, una relación inversa entre PP y CPV; cuando PP está creciendo, el CPV está decreciendo, cuando PP está decreciendo, CPV está creciendo. Finalmente, cuando el PP está en su punto máximo, el CPV está en su punto más bajo. Este punto es 0.42 soles por unidad de producto que está al nivel de 47 unidades de producto. Nótese que en el Cuadro No. 1 a este mismo nivel de 47 el PP es de 11.75 y es la máxima.

Costo promedio total

El costo promedio total se refiere al promedio de todos los costos por unidad de producto, o sea, que como el CT = CV + CF, luego el costo total promedio total es la suma de los costos promedios variables y el costo promedio fijo. Esta curva también alcanza un punto mínimo pero a un nivel de productividad mayor que el punto mínimo de la curva CVP. Por ejemplo, el mínimo CPT en el Cuadro 3 es 0,79 y está a un nivel de producción de 57 unidades. Debido a la influencia del costo fijo promedio, el costo promedio total cae en un margen mayor de producto que el costo promedio variable. La curva de CPT empieza a elevarse en algún punto después del punto de mínimo CPV cuando la tasa decreciente de CPF es menos que la tasa creciente de CPV.

Costo marginal

El costo marginal se define como el aumento en el costo total dividido por el aumento correspondiente de la producción $CM = \frac{\Delta C}{\Delta Y_1}$.

El costo marginal está relacionado con el producto marginal en la misma forma que el CPV está relacionado con el PP.

$$CM = \frac{\Delta C}{\Delta Y_1}$$

Pero : $C = Px_1 \frac{(\Delta X_1)}{\Delta Y_1}$

Invirtiendo:

$$CM = \frac{Px_1}{\frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1}}$$

Pero como:

$$\frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1} = PM$$

Luego:

$$CM = \frac{Px_1}{PM}$$

Cuando PM se encuentra en un máximo, el CM se encuentra en un mínimo. En el Cuadro 3, el punto mínimo de costo marginal es 0.31 que corresponde al nivel entre 31 y 47 unidades de producto. En la misma forma el PM en el Cuadro 1 llega a un máximo de 16 al nivel de 31 y 47 de producto total. El CM también tiene una relación definida con las dos curvas promedidas CPT y CPV. Usando el mismo razonamiento, que cuando se comparan las curvas PM y PP, se puede observar que la curva de CPT y CPV caen cuando la curva de CM está por debajo de ellas e, inversamente, aumentan cuando la curva de CM está por encima de ellas. La continuidad de las curvas de costo supone una divisibilidad infinita del insumo variable y del producto. Este supuesto y la divisibilidad del insumo fijo alteran ligeramente las curvas de costo marginal y promedio. Las curvas de que nos ocupamos reciben el nombre de curvas de corto plazo porque en períodos breves, el producto no puede alterar factores tales como los impuestos, intereses de la inversión y otros gastos semejantes que representan los costos de los insumos fijos. La figura 10 muestra las tres curvas de CM, CPT y CPF.

2. Funciones del ingreso. Se está asumiendo que el objetivo fundamental de la firma es maximizar los ingresos o minimizar sus pérdidas, si es que no se puede obtener ganancias. No obstante, éstos no son los únicos objetivos de la firma, en realidad este concepto proporciona un punto de partida para el análisis. Aquí se define el ingreso neto como la diferencia entre los ingresos totales y los costos totales.

En condiciones de competencia perfecta, una tabla de ingreso neto relacionada con el producto, es una línea recta cuya pendiente es igual al precio del producto.

a. Maximización del ingreso: curva de costo total e ingreso total. La maximización del ingreso abarca una comparación entre ingresos y costos totales a varios posibles niveles de producto. El productor que desea maximizar su ingreso debe producir al nivel de producto en que la diferencia entre el IT y el CT sea mayor. En el corto plazo esta situación está ilustrada en la figura 11. Con un P_{y1} = 5 soles, el P_{y1}=2soles, el punto N corresponde a un nivel de producción de 63 unidades de producto, lo cual proporciona máximo ingreso neto de 76 soles (Cuadro No. 4). En este punto la pendiente de las dos curvas es igual.

En un punto menor que 63 unidades, la pendiente de IT es mayor que la del CT; de aquí que las curvas se apartan a medida que el producto aumenta hacia 63. Si el producto es mayor que 63 unidades, la pendiente de CT es mayor que la del IT, luego las curvas tienden a acercarse a medida que el producto se aleja de 63, que es el nivel de producción óptimo.

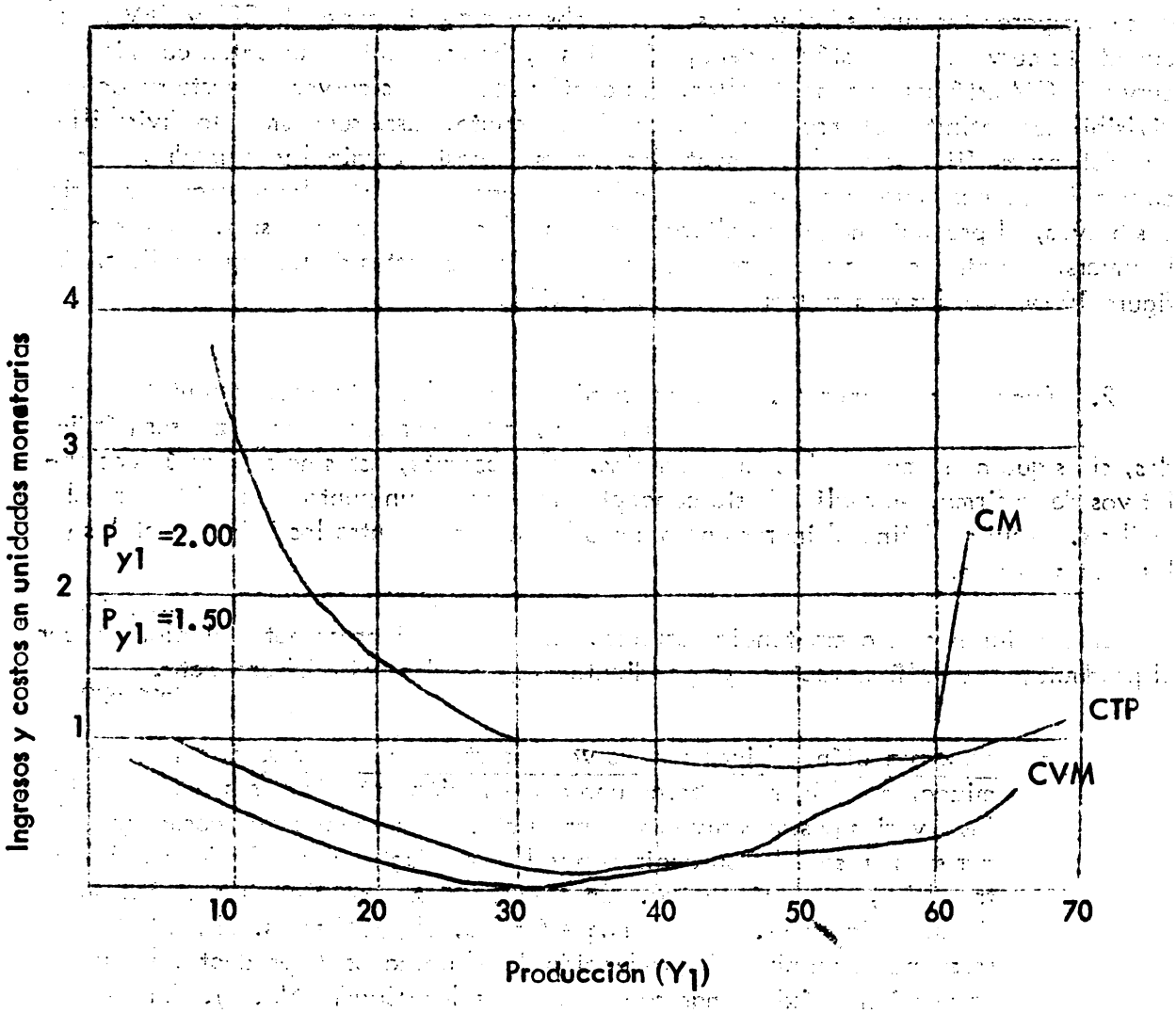


Fig. 10. Relación de costos promedio marginales e ingresos con el producto.

Las condiciones necesarias para la maximización del ingreso se pueden establecer en términos de ingreso marginal y costo marginal.

Si definimos el ingreso total como el resultado de multiplicar el producto total por su precio, tenemos:

$$IT = Y_1 P_y$$

Luego:

$$IP = \frac{IT}{Y} = \frac{Y.P_y}{Y} = P_y \text{ (IP = ingreso promedio)}$$

O sea que:

$$IP = P_y$$

Ingreso promedio = precio del producto

Si definimos el ingreso marginal como el aumento de ingreso dividido por el aumento del producto tenemos:

$IM = \frac{\Delta I}{\Delta Y}$ = Pendiente = Precio del producto = 2. En cualquier parte de la recta. Fig. 11.

Luego: $IM = P_y = IP$

Ingreso marginal = Precio del producto = Ingreso promedio

Como el costo marginal es igual a la pendiente de la curva de CT y, además, el IM es igual a la pendiente de la curva IT, el ingreso se maximiza cuando el $CM = IM = P_y$.

Costo marginal = Ingreso marginal = Precio del producto

Cualquier punto más allá de 63 unidades de producto, el CM es mayor que el IM, por consiguiente, hay pérdidas. El inverso también es válido (obsérvese gráfico 11 y Cuadro No. 4).

b. Maximización del ingreso: curvas de costos por unidad de producción. El análisis de la maximización del ingreso de la firma es generalmente presentado en términos de curvas de costos por unidad de producto y de ingreso marginal. El análisis es básicamente el mismo que se menciona anteriormente. Las curvas de costo de la firma en el corto plazo son los de la figura 12. Como hemos demostrado que el $IM = P_y$, la curva de ingreso marginal IM coincide con la curva de demanda de la firma, o sea línea P_y de

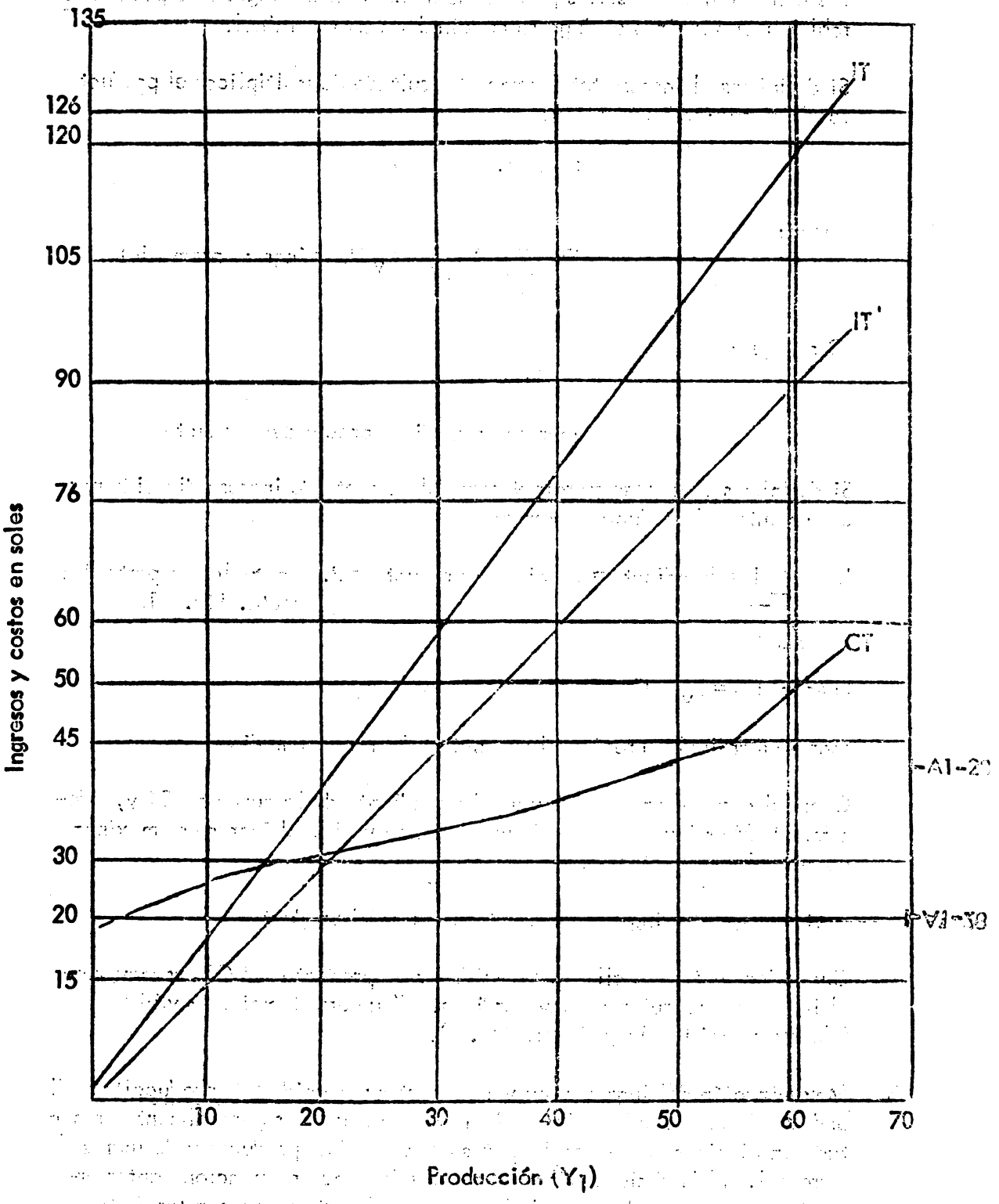


Fig. 11. Relaciones del costo total y del ingreso total con el producto.

CUADRO No. 4 INGRESO NETO PARA DOS PRECIOS DE DIFERENTES PRODUCTOS. EL PRECIO DE LOS INSUMOS ES CONSTANTE

PRODUCTO Y_1	PX_1 = 5 Soles	PY_1 = 2 Soles		PY_1 = 1.50 Soles	
	Costo Total (CT) Soles	Ingreso Total (IT) Soles	Ingreso Neto (IT - CT) Soles	Ingreso Total (IT) Soles	Ingreso Neto (IT - CT) Soles
0	20	0	-20	0	-20.0
7	25	14	-11	10.5	-14.5
17	30	34	4	25.5	4.5
31	35	62	27	46.5	11.5
47	40	94	54	70.5	30.5
57	45	114	69	85.5	40.5
63	50	126	76	94.5	44.5
65	55	130	75	97.5	42.5
65	60	130	70	97.5	37.5
61	65	122	57	91.5	26.5
52	70	104	34	78.0	8.0

la figura. Esta línea tiene el mismo precio para cualquier cantidad de producto. La maximización del ingreso se obtiene al nivel de ingreso en donde el costo marginal CM, es igual al ingreso marginal, es decir en donde las dos curvas se cortan.

Como conclusión de este análisis, tenemos que se requieren tres condiciones para maximizar el ingreso neto: (1) el CM debe ser igual al precio del producto; (2) el CM debe ser creciente; si ésto no ocurre, el productor está operando bajo condiciones de pérdida máxima. Llenar estas dos condiciones asegura al productor obtener el ingreso máximo o una pérdida mínima; esto último no significa que el ingreso neto es o debe ser positivo; (3) el ingreso total debe ser mayor que los costos variables totales, ésto quiere decir que P_{y1} debe ser mayor que el costo medio variable si se desea que el ingreso neto sea positivo. La curva de CM que está por encima del CPV representa para la firma la cantidad de producto que puede ofrecer en el mercado a diferentes precios. Esto es, su curva de oferta.

Este anterior análisis puede entenderse más fácilmente con ayuda de la figura 12, en la cual aparecen las curvas de costos promedios totales, variables y fijos, así como la curva de costo marginal.

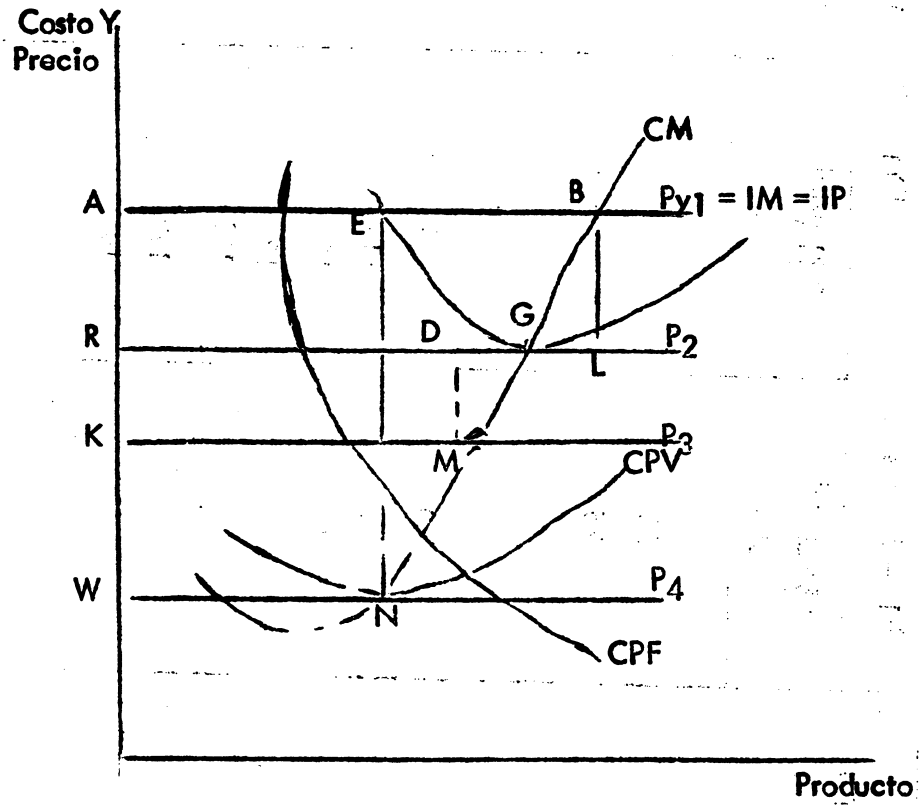


Fig. 12. Maximización del ingreso con curvas de costos por unidad de producto.

A un precio P_1 la firma producirá AB y tendrá una ganancia BL por unidad, A un precio P_2 la firma producirá RG, sin obtener beneficios. A un precio P_3 la empresa produce KM y las pérdidas son iguales a MD. Para un precio como P_4 pueden ocurrir dos cosas, si la empresa produce WN, sus pérdidas son iguales a GE, pero si la firma decide dejar de producir, las pérdidas serían iguales a los costos fijos.

En conclusión, la empresa competitiva no producirá a un precio inferior a sus costos promedios variables, ya que es más económico dejar de producir.

c. Efectos del cambio de precios. Si cambia el precio del producto o el precio del insumo, es lógico esperar cambios en el nivel óptimo de producción. Una disminución en el precio del producto significa un descenso en la línea de precios. En consecuencia, el ingreso marginal disminuye. En el Cuadro No. 4 puede observarse que los ingresos netos son menores cuando se asume un $P_{y1} = 1.50$. (Ver figura 11).

Los cambios en los precios de los insumos producen cambios en la producción en una forma opuesta a aquellos que provocaron los cambios en los precios del producto. Así, por ejemplo, un aumento en el precio del insumo variable hace que las curvas de costo se muevan hacia arriba. La intersección del CM y el P_{y1}, será un nivel de producto más bajo y la producción se reducirá para maximizar al IN. Si el precio del insumo disminuye el costo de producir cualquier nivel de producto disminuye, y el nivel óptimo de producción aumenta. Debe enfatizarse nuevamente que el hecho de que el $CM = P_y$, no significa que el productor reciba ingreso positivo.

d. Economía de escala y el tamaño de la firma. Como señalamos anteriormente, se toma como largo plazo un período lo suficientemente prolongado como para permitirle a cada productor realizar aquellos cambios tecnológicos posibles en la escala de su planta en la forma que él desea, y así variar su producción total, ya sea por: (1) menor utilización intensiva de la planta existente, (2) cambios en la escala de la planta, (3) alguna combinación de (1) más (2).

Para el equilibrio en el largo plazo no sólo el costo marginal debe igualar al precio del producto de cada productor individual, sino que también debe ser igual al costo promedio total. Luego, $CM = P_y = CPL$.

Curvas de costos promedio en el largo plazo. Una curva de costo promedio de largo plazo CPL puede ser construída para cualquier grupo de curvas de costo de corto plazo CP_1C, como las que se indican en la figura 12. La curva del costo del largo plazo es la "envolvente" de las curvas del costo

del corto plazo, esto quiere decir que es la única curva tangente a todas las curvas de costos de corto plazo. Este punto de tangencia (a) está señalando el punto del costo mínimo en curvas de costo de corto plazo, e indican que las firmas con costos a la izquierda de (a) son de un tamaño menor que el óptimo. Las curvas como (b), que están a la derecha del costo mínimo del largo plazo, indican plantas mayores que el tamaño óptimo. El punto de tangencia de la curva de costo de largo plazo CPL y la curva de corto plazo CPC indican que el más bajo costo posible (CPC_3) está en el punto (a).

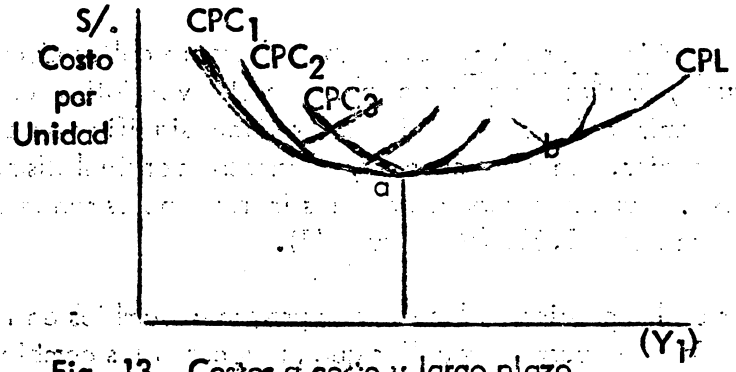
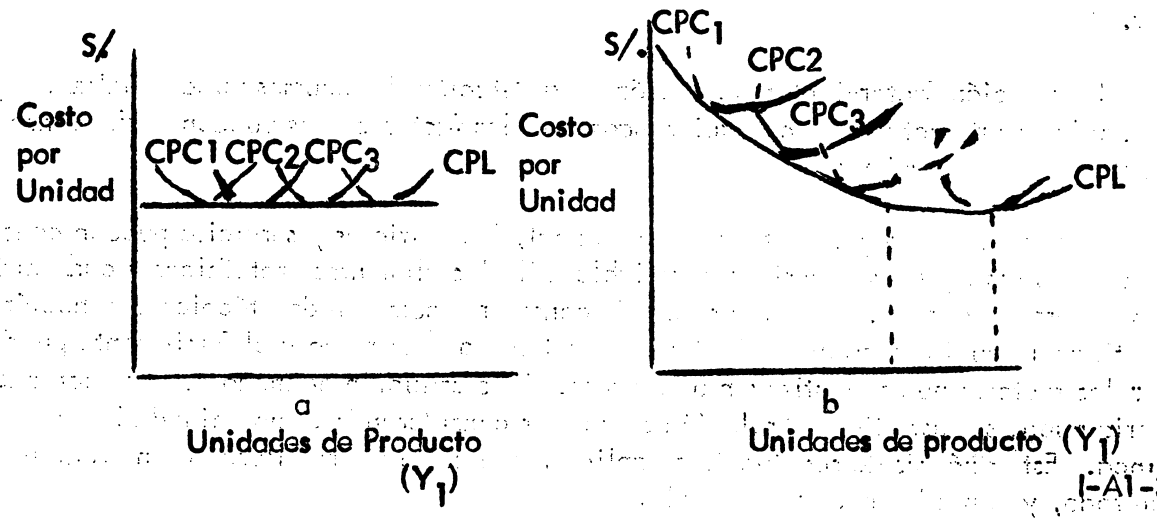


Fig. 13. Costos a corto y largo plazo

Una curva de costo de largo plazo define una situación de volumen de producción en la cual están presentes tanto las economías como deseconomías de escala. Además hay muchas otras posibilidades que las mostradas en la figura 1. Por ejemplo, la curva de costos de largo plazo de la figura 13 es constante.

En resumen, la curva de costos a largo plazo para una firma se encuentra formada por los costos más bajos de producción de todos los productos posibles en el corto plazo. La curva de costo promedio de largo plazo se considera que generalmente es una inclinada. La parte de la curva que es descendente se denomina de rendimientos crecientes a escala ó economías de escala. Los rendimientos decrecientes o deseconomías de escala son aquella parte de la curva en que los costos medios están creciendo.



I-A1-33

Fig. 13. Situaciones alternativas de curvas de costos promedios a largo plazo.

C. Principio de Sustitución y las Relaciones de Factor-Factor

En las secciones anteriores se analizaron las relaciones factor-producto y la obtención de la producción óptima por unidad de recurso y de producto, o sea la maximización del ingreso. El punto de partida fue de una función simple con un solo factor variable. En el caso que se ilustró la función continua era $Y = f(X_1/ X_2 \; X_3 \ldots X_n)$, donde X_1 se consideró el único factor variable. En esta sección se trata de dar respuesta a la pregunta cuál es la combinación de recurso más económica que se debe usar para producir una cierta cantidad de producto. La función de producción ahora se trastorna en la siguiente: $Y = f(X_1 \; X_2/ \; X_3 \; X_4 \ldots X_n)$ en donde X_1, X_2 son los factores variables y X_3, $X_4 \ldots X_n$ son considerados constantes. Se asume también que los cambios en X_1 y X_2 no son proporcionales. Además se examinarán los cambios en el producto. Y a medida que uno o ambos factores X_1 y X_2 se varían. Se examinan también las posibilidades de sustitución de X_1 por X_2 cuando Y se mantiene constante a un nivel particular.

La relación factor-factor o relación de sustitución de recursos puede analizarse para unidades productivas de cualquier magnitud; los factores fijos pueden variar tanto en cantidad como en número.

Si se toma como unidad técnica un animal, los edificios y servicios pueden considerarse recursos fijos y se consideran variables sólo los alimentos proteínicos y carbohidratos; o forraje y grano. También se puede considerar como unidad técnica una hectárea de tierra lo cual constituye el factor fijo en tanto que el riego y el fertilizante pueden ser los factores que se sustituyen uno a otro. La sustitución de mano de obra por maquinaria puede ser este tipo de relación a estudiar considerando como unidad técnica la finca. Este análisis de sustitución se aplica también a la agricultura de una región con un todo, y aun a la industria agrícola.

Hay dos objetivos básicos que se persiguen al analizar la sustitución de X_1 por X_2 y son (a) obtener el máximo producto para un costo dado de insumos, (b) obtener un cierto nivel de producción con un mínimo de costos de los recursos empleados. La maximización de las ganancias se obtiene con la combinación de recursos variables de costo mínimo.

1. Combinación optima de factores o recursos. Se había establecido en la sección anterior que si se conocen el precio del insumo y los valores del producto marginal la determinación del nivel óptimo de insumo se obtiene cuando $VPM = P_{x1}$, o sea que el valor de la producción marginal es igual al precio del factor. Si se trata de dos recursos o factores podríamos escribir:

$$VPM_{x1} = P_{x1} \text{ y } VPM_{x2} = P_{x2} \quad (1)$$

Al dividir estas ecuaciones por sus precios tenemos:

$$\frac{VPM_{x1}}{P_{x1}} = 1 \text{ y } \frac{VPM_{x2}}{P_{x2}} = 1 \quad (2)$$

Como ambas ecuaciones son iguales se pueden escribir así:

$$\frac{VPM_{x1}}{P_{x1}} = \frac{VPM_{x2}}{P_{x2}} = 1 \qquad (3)$$

Para que las ecuaciones indiquen el mejor nivel de producción y la manera de combinar los recursos. Entonces para cualquier nivel de producción se requiere:

$$\frac{VPM_{x1}}{P_{x1}} = \frac{VPM_{x2}}{P_{x2}} \qquad (4)$$

Esta ecuación puede escribirse en otra forma ya que el valor de la producción marginal es igual a la producción marginal por su precio o sea $PM_{x1} = PM \times P_y$, entonces se puede escribir:

$$\frac{PM_{x1} P_y}{P_{x1}} = \frac{PM_{x2}, \; P_y}{F_{x2}} \qquad (5)$$

Dividiendo ambos lados de la ecuación por P_y tenemos:

$$\frac{PM_{x1}}{P_{x1}} = \frac{PM_{x2}}{P_{x2}} \qquad (6)$$

Como la producción marginal es igual al cambio en el producto obtenido por un cambio en el factor o sea $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$ la ecuación se puede escribir así:

$$\frac{1 \Delta Y}{P_{x1} \Delta X} = \frac{1 \Delta Y}{P_{x2} \Delta X_2} \qquad (7)$$

Se puede asumir para este análisis que los dos ΔY son iguales y dividir ambos miembros de la ecuación por ΔX, luego:

$$\frac{1}{P_{x1} \Delta X_1} = \frac{1}{P_{x1} \Delta X_2} \quad ó \quad P_{x1} \Delta X_1 = P_{x2} \Delta X_2 \qquad (8)$$

Dividiendo ambos lados de la ecuación (8) por $P_{x1} \Delta X_2$ obtenemos

$$\frac{P_{x1} \Delta X_1}{P_{x1} \Delta X_2} = \frac{P_{x2} \Delta X_2}{P_{x1} \Delta X_2} \qquad (9)$$

simplificando tenemos:

$$\frac{\Delta X_1}{\Delta X_2} = \frac{Px_2}{Px_1} \qquad (10)$$

Luego la condición necesaria para la óptima combinación de dos recursos en un determinado nivel de producción se encuentra cuando la tasa marginal de sustitución $\frac{\Delta X_1}{\Delta X_2}$ es igual a la razón inversa de sus precios. Este principio se ilustra en la figura 14 en donde X_1 y X_2 son los factores variables y están sobre los ejes vertical y horizontal respectivamente. Y_1 es constante y se denomina línea de iso-producto que significa igual producto en toda su trayectoria. Es una línea que representa todas aquellas combinaciones de los dos factores X_1 y X_2 con los cuales una firma puede producir igual cantidad de producto. Puede haber tantas líneas de iso-producto cuantos niveles de producción existan.

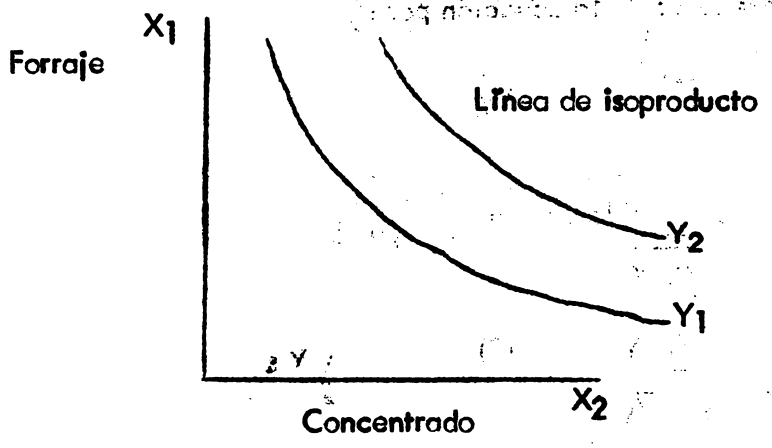


Fig. 14. Función hipotética de producción con dos recursos variables forraje (X_1) y concentrado (X_2) para producción de leche (Y_1)

La línea de isocosto muestra la diferente combinación de recursos, la firma puede comprar dado su presupuesto y el precio por unidad de cada recurso o factor. La pendiente de esta línea está representada por el precio factor X_1 sobre el precio de factor X_2.

La combinación óptima de recursos, dado su precio unitario, se presenta gráficamente por el punto en donde la línea de iso-costo (de iguales costos) es tangente a la línea de iso-producto.

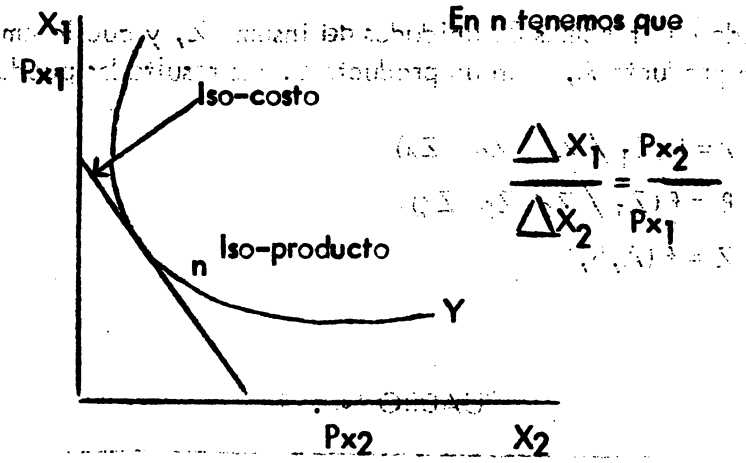


Fig. 15. Localización de la combinación de costo mínimo de dos recursos X_1 y X_2, para un determinado nivel de producción dados Py_1 y Px_2.

2. Nivel óptimo de producción de un producto. Empleando el modelo factor-factor explicado atrás se puede determinar el punto óptimo de producción utilizando dos recursos. Este punto se encuentra en la línea de expansión o sea aquella que conecta los puntos de tangencia entre las líneas de isocuantas e isoproducto.

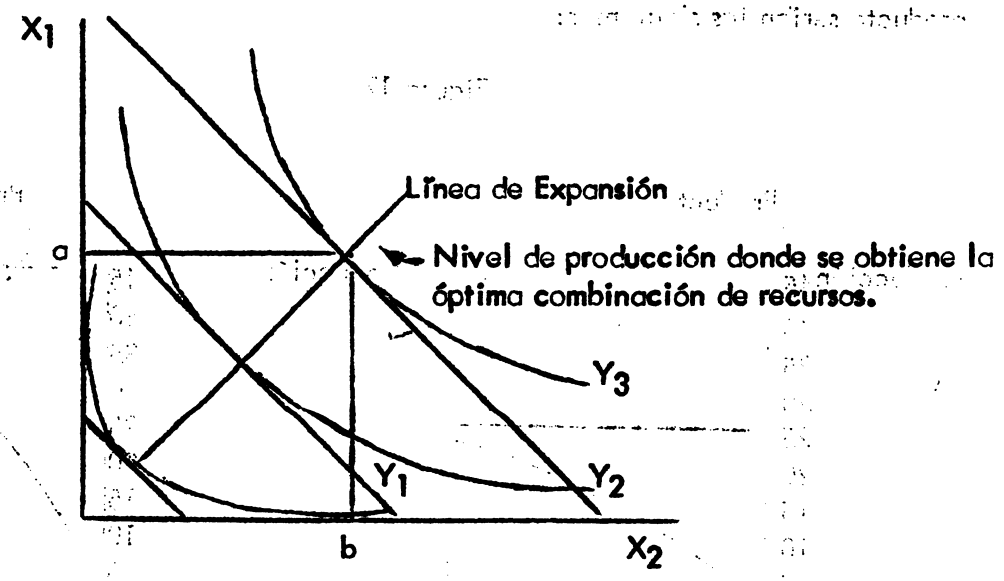


Fig. 16. Función hipotética de producción con dos recursos variables X_1 y X_2 mostrando la línea de combinaciones de costo mínimo para estos recursos.

D. Selección de la Combinación Optima de Productos (Producto-Producto)

Suponiendo que tenemos 30 unidades del insumo Z, y que lo empleamos en dosis diferentes en un producto A, o en un producto B, los resultados pueden ser los siguientes:

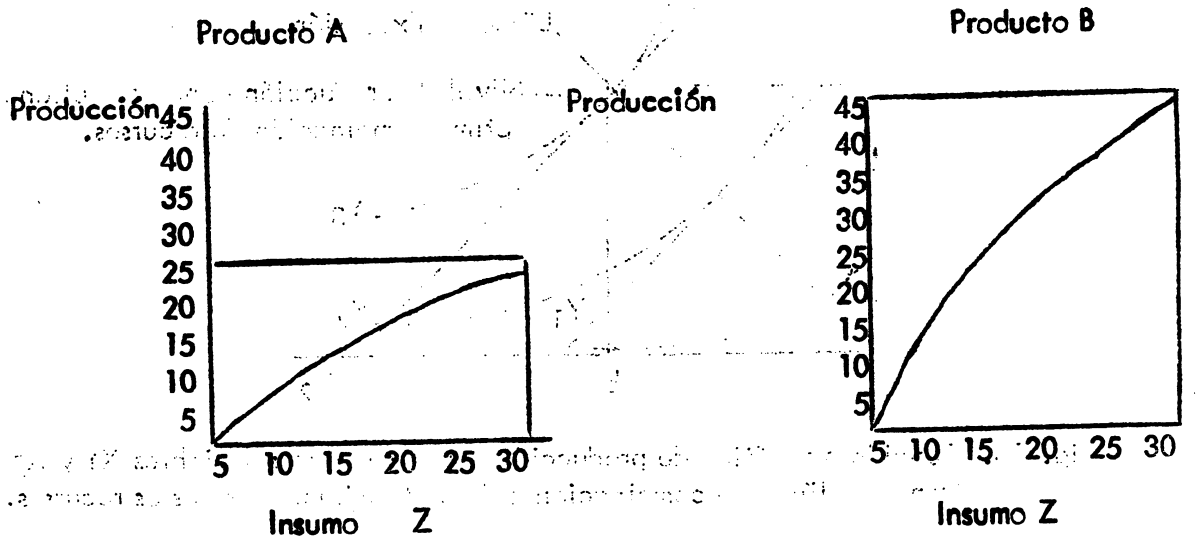
$$A = f(Z_1 / Z_2 \quad Z_3 \quad Z_4)$$
$$B = f(Z_1 / Z_2 \quad Z_3 \quad Z_4)$$
$$Z = f(A, B,)$$

CUADRO No. 5

Insumo Z	Producto A	Producto B
0	0	0
5	7	11
10	13	20
15	18	28
20	22	35
25	25	41
30	27	46

Si representamos gráficamente las funciones de la producción, las curvas para cada producto serían las siguientes:

Figura 17



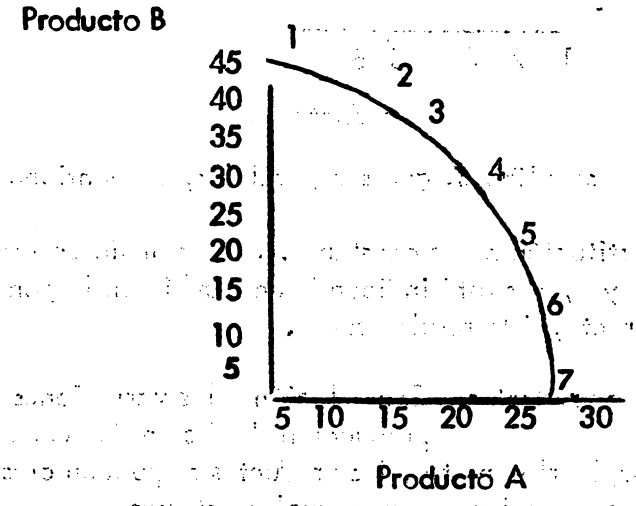
Debido a la diferente respuesta obtenida en la producción de los productos A y B, al variar las dosis del insumo Z, es necesario determinar cuál es la relación que hay entre los dos productos cuando se utilizan las 30 unidades del insumo Z, en la producción A y B, considerando todas las posibles combinaciones:

CUADRO No. 6

Número de unidades del insumo Z empleadas en producir:		Producción		Tasa de sustitución		
A	B	A	B	△	B/A	△
0	30	0	46	5/7	6	- 0.71
5	25	7	41	6/6	6	- 1.00
10	20	13	35	7/5	6	- 1.40
15	15	18	28	8/4	6	- 2.00
20	10	22	20	9/3	6	- 3.00
25	5	25	11	11/2	6	- 5.50
30	0	27	0			

Es posible presentar gráficamente con una curva, todas las posibles combinaciones de producción de los productos A y B, tal como en la figura 18.

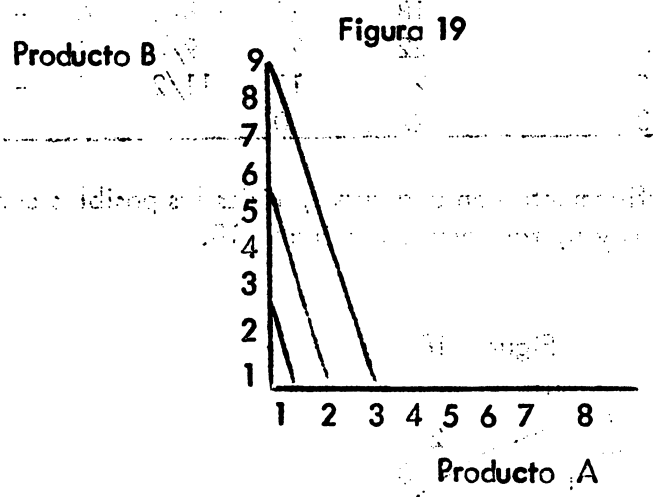
Figura 18



El punto 1 indica el primer caso del cuadro, cuando se emplean todas las unidades del insumo Z en la producción de 46 unidades del producto B. El punto indica que se está produciendo 35 unidades del producto B y 13 unidades del producto A, y así sucesivamente.

Las diferentes tasas de sustitución indican la cantidad del producto B que hay que dejar de producir (numerador), para producir una cantidad del producto A (denominador). Así, por ejemplo, si en vez de producir sólo 46 unidades del producto B, queremos producir 7 del producto A, forzosamente deberemos dejar de producir 5 unidades del producto B, o lo que es lo mismo, por cada unidad de producto A que queremos producir debemos dejar de producir 1 unidad del producto B. Sin embargo, debido a las funciones de la producción de los productos A y B, esta relación varía al aumentar o disminuir la cantidad de insumos dedicados a la producción de A y B. Si queremos producir 13 unidades del producto A, tendremos que disminuir la producción de B en 6 unidades, es decir, una unidad de B por cada unidad de A que queremos aumentar, y así sucesivamente. Si la cantidad de unidades del producto B que hay que dejar de producir para poder producir el producto A, fuera constante, las posibles combinaciones de producción de los dos productos podrían representarse por una línea recta, cuya inclinación estaría dada por la Tasa de Sustitución. Así, por ejemplo, si suponemos que para producir 3 unidades del producto B, la representación gráfica podría ser cualquiera de las líneas de la figura 19.

Figura 19



En cualquier punto de estas líneas, que son paralelas, se mantiene la relación $\frac{A}{B} = \frac{3}{1}$.

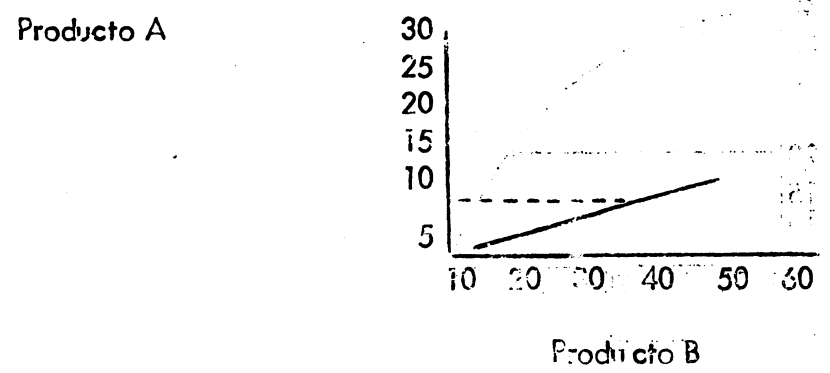
Cuando la Tasa de Sustitución no es constante, cada cambio en la relación de producción entre los productos A y B, nos está indicando un cambio en la pendiente de la línea, por lo cual en vez de ser recta, ésta resulta curva.

1. Relación entre dos productos. Con relación a las variaciones obtenidas en la producción de dos productos, al trasferir un insumo de un producto para emplearlo en otro, los productos se pueden clasificar en: co-productos, competidores, complementarios, suplementarios.

Co-Productos. Son aquellos que se producen conjuntamente y que por tanto, al variar la cantidad producida de uno, conjuntamente varía la del otro, y siempre en la misma proporción.

Gráficamente, las variaciones en la producción de ambos, pueden ser representadas por una línea recta, tal como en la Figura 20.

Figura 20



Al producir 10 unidades del producto B, queda fijada la producción del producto A, en 25 unidades. Si aumentamos la producción de B a 20 unidades, en la misma proporción queda fijada la producción de A. Finalmente, si producimos 40 unidades del producto B, la producción de A aumenta en la misma proporción a 10 unidades. Esta proporción siempre será igual a 1 unidad del producto A por cada 4 unidades del producto B. Este caso está representado por productos tales como la fibra de algodón y la semilla, la carne de pollo y los huevos, la carne de ovino y la lana, etc. El agricultor que se decide a producir algodón lo hará teniendo en cuenta que tendrá un ingreso adicional por la venta de semilla. Igualmente, procederán los productores de lana, y los productores de huevos. La relación entre la producción de estos dos productos solo variará en el caso de que al mejorar el precio de uno de los co-productos, resulte ventajoso obtener razas o variedades más especializadas. Por ejemplo, el avicultor dedicado a la cría de gallinas Leghorn, con el objeto de producir huevos, y teniendo como co-producto la carne de pollo, al mejorar los precios de la carne con respecto a los huevos, deberá cambiar paulatinamente de la raza Leghorn a la Rhode Island, o aun más, a una raza más especializada en la producción de carne.

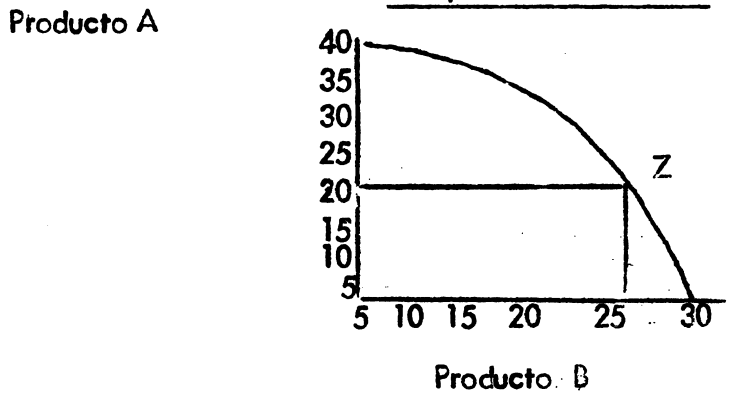
Productos Competidores. Son aquellos productos que al necesitar del uso de un mismo insumo: maquinaria, mano de obra, nitrógeno, etc., es necesario disminuir la producción de uno de ellos para poder aumentar la producción del otro. Se pueden presentar dos casos principales: el de competencia creciente y el de competencia constante. Ambos casos se presentan en la figura 21.

En el caso de competencia creciente si disponemos de una cantidad limitada de un insumo podemos dedicarle todo a la producción de producto A, y obtener 40 unidades

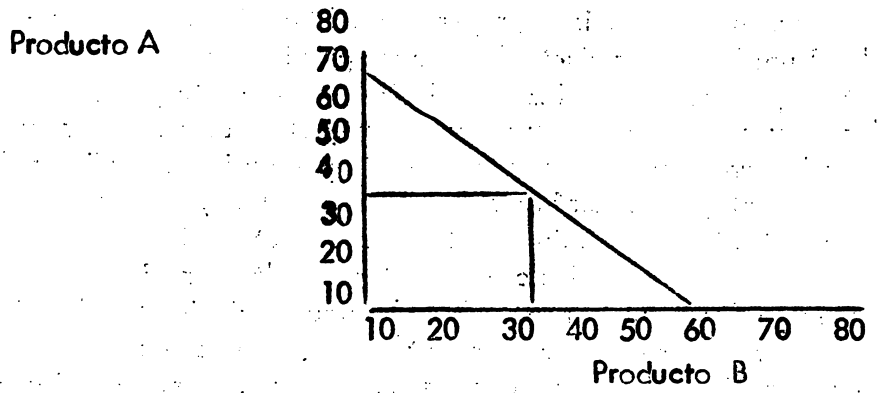
de éste. Si queremos producir 25 unidades del producto B, tendremos que disminuir la producción del producto A a 20 unidades; y, si queremos producir 30 unidades del producto B, tendremos que dejar de producir el producto A. En el primer caso, para producir 25 unidades de A, es decir, 4 unidades de A por cada 5 de B, o, lo que es lo mismo: 0.80 unidades de A por cada unidad de B (Tasa de Sustitución = $\frac{4}{5}$ ó 0.80)

Figura 21

Competencia Creciente



Competencia Constante



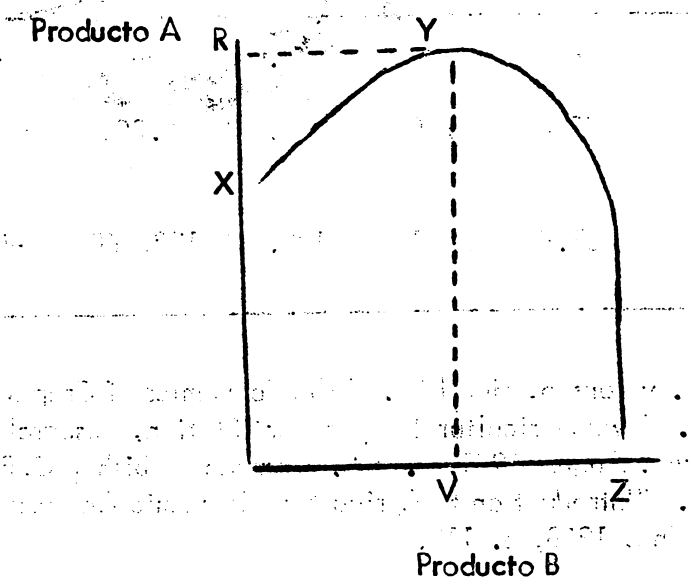
En el segundo caso, para aumentar la producción de B en 5 unidades hemos tenido que sacrificar la producción de 20 unidades del producto A, es decir, que la Tasa de Sustitución ha aumentado, y tenemos que disminuir la producción de 4 unidades de A por cada unidad de B que queremos aumentar. En este caso la Tasa de Sustitución ha aumentado a 4.

En el caso de competencia constante, la Tasa de Sustitución no varía. Así, por ejemplo, en la Figura 21, si estamos produciendo 80 unidades del producto A y queremos producir 30 del producto B, deberemos sacrificar la producción de 40 unidades de A (Tasa de Sustitución = $\frac{4}{3}$ ó 1.33). Si queremos aumentar la producción de B a las 60 unidades deberemos disminuir la producción de A en 40 unidades, sin que varíe la Tasa de Sustitución.

En este caso, convendrá la producción de sólo uno de los dos productos. En la práctica, ésto se presenta cuando se puede sembrar 2 variedades de un mismo cultivo. Si no existe alguna razón técnica especial, convendrá sembrar aquella cuyo rendimiento multiplicado por su precio sea mayor que la otra.

Productos Complementarios. Son aquellos productos que dentro de ciertos límites, al trasferir un insumo de uno al otro, aumenta la producción de ambos. Es el caso típico de las rotaciones con leguminosas. En la figura 22 se puede apreciar la relación de este tipo.

Figura 22



Si en vez de producir sólo el producto A hasta la cantidad X, producimos también el producto B hasta el punto V, la producción del producto A aumenta hasta R. En la curva esta combinación de producción está representada por el punto Y. Entre los puntos X y Y, las dos empresas son complementarias. Este caso se puede presentar por ejemplo al rotar una leguminosa con maíz. Después del punto Y las empresas se tornan competidoras, y son los precios de ambos, y las tasas de sustitución, las que servirán para decidir cuál es la mejor combinación de producción de los dos productos, que lógicamente estarán entre los puntoz Y y Z.

En el Cuadro No. 7 se puede apreciar que las rotaciones 2 y 3 son superiores al monocultivo de maíz, puesto que además de lograrse mayor producción de maíz, se consigue producir heno. Al pasar del monocultivo a la rotación 2, se puede notar que los cultivos son complementarios, pero al pasar a la rotación 3, se convierten en competidores.

Productos Suplementarios. Son aquellos que al hacer uso de un mismo insumo puede aumentarse la producción de uno -empleando mayor número de unidades del insumo- sin

CUADRO No. 7

PRODUCCION TOTAL DE GRANO Y HENO, POR ACRE, EN DIFERENTES ROTACIONES CLARIEN-WEBSTER SILT LOAM, AMES, IOWA, 1915-48

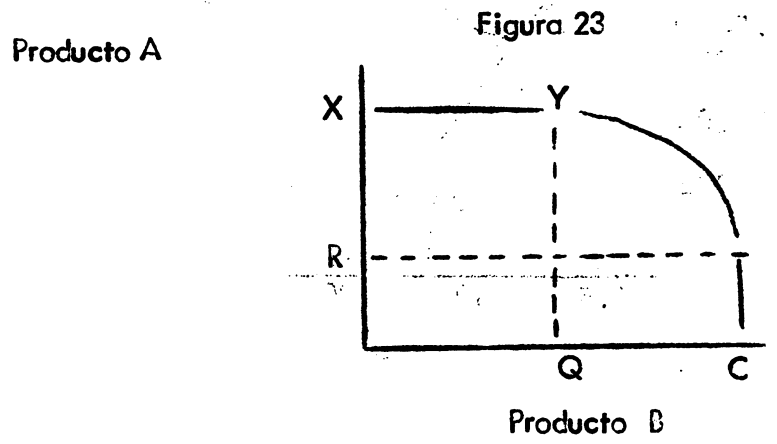
Rotación	Rendimiento por acre			Producción Total		
	Maíz (Bushels)	Avena (Bushels)	Heno (Tons.)	Grano (Lbs).	Heno (Lbs.)	Tasa de sustitución.
1. Maíz	32.2	--	--	180.320	--	--
2. Maíz, Avena, Trébol.	60.6	59.6	1.70	217.360	85.000	+ 0.43
3. Maíz, Avena, Trébol.	63.7	57.8	2.01	182.333	132.660	-0.74

1. Heady, Earl O. y Jensen, Harold R. "The Economics of Crop Rotation and Land Use". Iowa Agricultural Experiment Station, Research Bulletin 383, Ames, Iowa, August 1951, p. 438. Tomado de Bishop C.E. y Toussaint W.D. "Introduction to Agriculture Economic Analysis". John Wiley & Sons, Inc. 1958, p. 119.

2. Suponiendo 100 acres de tierra en rotación.

que la producción del otro sea afectada. En la práctica este caso presenta generalmente entre dos cultivos, cuando tiene que emplearse la misma maquinaria o mano de obra en épocas diferentes. Con estas empresas se logra un mejor uso de los insumos, pero, sin embargo, los cultivos son suplementarios sólo dentro de ciertos límites, después de los cuales se toman competidores, tal como se aprecia en la figura 23.

Figura 23



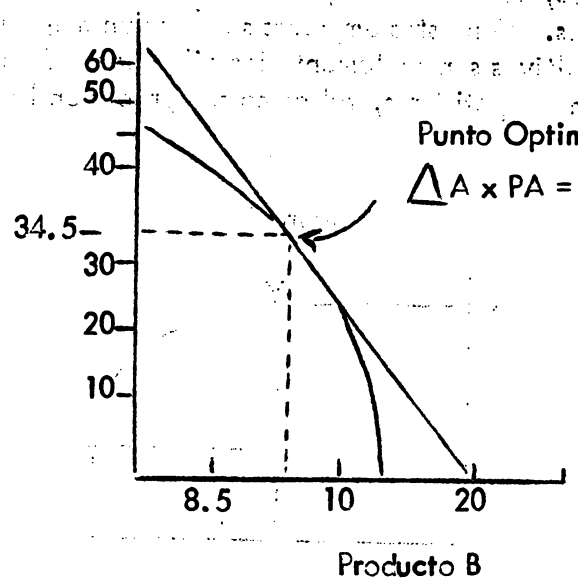
Si se está produciendo X unidad del producto A, se puede utilizar el mismo insumo en producir hasta Q unidades del producto B, y la producción se mantendrá constante. Igualmente, se puede estar produciendo C unidades del producto B, y producir hasta R unidades del producto A, sin que varíe la producción de B. Entre las combinaciones Y y Z los productos compiten por el uso de dicho insumo, y es necesario sacrificar unidades, de uno de los dos productos para poder aumentar la producción del otro.

Combinación óptima de productos

Conociendo las funciones de la producción de los productos respecto al empleo de un insumo determinado, y las relaciones que tienen los productos entre sí, podremos determinar la mejor rotación o combinación de cultivos teniendo en cuenta los costos de producción -que por tratarse de un solo insumo puede representarse por las mismas curvas indicadas, ya que ellas representan una cantidad constante del insumo-, y la relación de precios entre los dos productos.

Recordando que la óptima combinación se obtiene cuando $\Delta A \times PA = \Delta B \times PB$, o sea, cuando el incremento en la producción de un producto por su precio, es igual al incremento en la producción del otro por su respectivo precio, podemos representar gráficamente el óptimo de combinación en la producción de los dos productos.

Figura 24



Si suponemos que los precios de los productos A y B son 1 y 3 pesos por unidad respectivamente, la óptima producción de los dos productos será cuando A x 1 = B x 3, ó, lo que es lo mismo, cuando $\frac{\Delta A}{\Delta B} = \frac{3}{1}$.

Gráficamente, podemos determinar este punto trazando una línea que representa la pendiente $\frac{3}{1}$ y en el punto que esta línea sea tangente a la curva de las posibles combinaciones de producción de los dos productos, será el punto de óptima combinación. Esta recta es la que une las 60 unidades del eje vertical con las 20 unidades del eje horizontal, y es tangente a la curva en el punto que indica que se debe producir 34.5 unidades del producto A y 8.5 del producto B. Obteniendo estas producciones se obtendrá 60 pesos de ingresos, que es el máximo posible al hacer uso de una cantidad limitada del insumo distribuida entre los dos productos. Si todo el insumo se dedicara a producir el producto A, sólo se obtendría 48 unidades.

E. Ventajas Comparativas

Dentro de los supuestos básicos de la competencia perfecta, se asume que todos los compradores y vendedores tienen una movilidad perfecta, que ya están situados en el mercado o que pueden trasladarse y sin costo a ese lugar. Este supuesto tiene valor teórico pero no es válido en condiciones reales. Los recursos de tierra se encuentran a distancias variables de los centros de actividad económica e implica costos de trasporte los productos de la finca al mercado y llevar capital, servicios e insumos a la misma. Esta situación convierte en un problema económico importante la localización de las empresas.

Con la introducción de la tecnología aumenta nuestra habilidad para producir bienes y servicios dada una cantidad de recursos productivos. Esto significa en otras palabras, aumento de la eficiencia. Un aumento en la eficiencia conduce a mayor especialización. Por otra parte los frecuentes cambios en el grado de especialización hace posible la adopción de nuevas tecnologías, lo cual da como resultado mayor eficiencia. Al existir un aumento en la especialización se origina una mayor producción y debe por tanto existir intercambio o comercio. Con el intercambio una persona obtiene bienes y servicios producidos por otra a cambio de aquellos que produce ella misma. No sólo los individuos se especializan. Existe especialización en áreas geográficas. Se puede por tanto hablar de intercambio regional. Este término de región, indica áreas de varios tamaños con las características y definiciones que se han dado antes.

1. El principio de las ventajas comparativas. Pero, qué es lo que hace que un área se especialice? Por qué en un área se localiza la producción de algodón, y en otra la de trigo? Uno de los principios económicos usados para explicar por qué ciertos bienes se producen en ciertos lugares, se llama el principio de las ventajas comparativas.

Este principio puede establecerse así: un producto tenderá a ser producido en donde la "razón o proporción" de sus ventajas o desventajas sea mayor comparada con otros productos. Para ilustrar esta ley, tomemos un ejemplo basado en las siguientes suposiciones:

-Hay dos fincas con recursos iguales, dedicados a producir los bienes Y_1 y Y_2.

-No se consideran costos de trasporte.

-Las curvas de producción posible muestran una tasa de sustitución constante. (Véase figura 25).

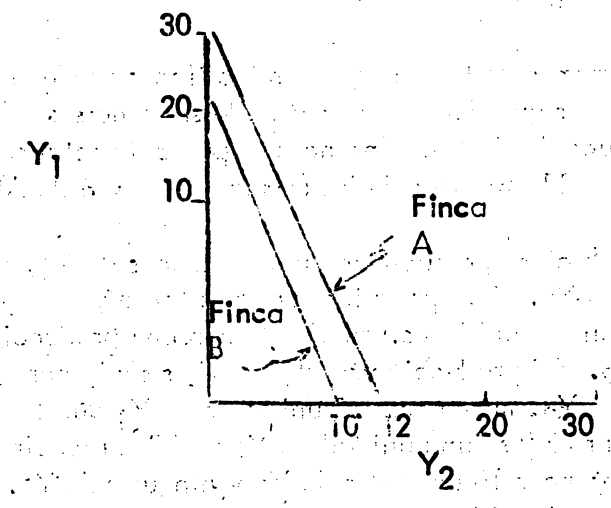


Fig. 25. Curvas de producción posibles para dos productos con tasa constante de sustitución, en dos fincas con recursos iguales.

La figura corresponde a un caso especial de combinación de empresas del cual se pueden obtener las siguientes relaciones:

a. Para la producción de Y_1:

-en la finca A, 2 unidades de Y_2 equivalen a 5 unidades de Y_1:

$$2 \text{ unidades de } Y_2 = 5Y_1$$

$$1Y_2 = 2.5Y_1$$

-en la finca B, 1 unidad de Y_2 equivale a 2 unidades de Y_1:

$$1Y_2 = 2Y_1$$

o sea que la finca A tiene ventaja sobre la finca B en producir Y_1, porque por cada unidad de Y_2 produce 2.5 de Y_1 (en vez de 2 de Y_1 en la finca B).

b. Para la producción de Y_2:

-en la finca A, $1Y_2 = 2.5\ Y_1$ ó sea

$$1Y_1 = 0.4\ Y_2$$

-en la finca B, $1Y_2 = 2Y_1$, ó sea

$$1Y_1 = 0.5\ Y_2$$

o sea que la finca B tiene ventaja sobre la finca A en producir Y_2. Por cada unidad de Y_1 la finca B produce 0.5 de Y_2 contra 0.4 de Y_2 que produce la finca A. Lo anterior puede constatarse con el siguiente análisis:

Para simplificar, partamos de la base que las dos fincas producen 72 unidades de producto Y_1 y Y_2. Supongamos que dedican la mitad de sus recursos a la producción de Y_1 y la otra mitad a la producción de Y_2. Entonces el producto total sería 25 unidades de Y_1 (10 de B y 5 de A) y de 11 unidades de Y_2 (o sea 5 de B y 6 de A).

Si a la finca A se le hiciese producir una unidad menos de Y_2, podría producir 2.5 unidades más de Y_1 y 5 de Y_2. Si B produjese una unidad más de Y_2, tendría que reducir su producción de Y_1 en dos unidades, quedando con una producción de 8 unidades de Y_1 y 6 unidades de Y_2. La producción total de ambos será ahora de 25.5 unidades de Y_1 y de 11 unidades de Y_2, mayor en 0.5 unidades de Y_1 que la anterior. Prosiguiendo, si A sólamente produjese una unidad de Y_2 podría producir 27.5 unidades de Y_1, B podría producir entonces 10 unidades de Y_2 y ninguna de Y_1. La producción total se aumentaría en otras 2.5 unidades de Y_1. El cuadro No. 8 muestra las diferentes combinaciones de producción de Y_1 y Y_2 entre las fincas A y B siguiendo el anterior análisis.

CUADRO No. 8

DIFERENTES COMBINACIONES DE PRODUCCION DE Y_1 y Y_2 EN CADA UNA DE LAS FINCAS A y B.

Producto	Fincas B		Fincas A		Producción total	Producto	Fincas B		Fincas A		Producción Total
Y_2	5	+	6	=	11	Y_1	10	+	15	=	25.0
Y_2	6	+	5	=	11	Y_1	8	+	17.5	=	25.5
Y_2	7	+	4	=	11	Y_1	6	+	20	=	26.0
Y_2	8	+	3	=	11	Y_1	4	+	22.5	=	26.5
Y_2	9	+	2	=	11	Y_1	2	+	25.0	=	27.0
Y_2	10	+	1	=	11	Y_1	0	+	27.5	=	27.5

2. Causas de la ventaja comparativa. Qué es lo que produce la ventaja comparativa? Un factor importante que determina las ventajas comparativas es el tipo, calidad y cantidad de los recursos naturales. Las tierras, el clima y la topografía son ejemplo de recursos que varían de un área a otra. Hay muchos productos para los cuales su "razón" de efectividad en la producción varía entre regiones como consecuencia de los recursos naturales. La relativa aceptación y uso de nueva tecnología es otro determinante de la ventaja comparativa. Diferencias en calidad y cantidad de los recursos humanos pueden determinar ventajas comparativas. Si en la elaboración de un producto en cierta área, los trabajadores poseen algunas habilidades especiales, éstas pueden dar lugar a la ventaja comparativa en lo que se refiere a dicho producto dentro de una determinada área. De igual forma, la posibilidad para reclutar gran número de trabajadores en los momentos cruciales del período de recolección de la cosecha, puede ser la causa de la ventaja comparativa para un producto de una determinada área.

Las economías de escala, tanto internas como externas, pueden ser otra de las causas de ventaja comparativa. Supongamos que en un área hay pocas pero grandes plantas eficientes que elaboran un producto determinado y que en otra área hay muchas plantas pequeñas e ineficientes. Con una cantidad dada de recursos las primeras pueden superar a las últimas y con ello ganar una ventaja comparativa respecto al producto; éste vendría a ser un ejemplo de economía interna. En los aspectos externos, se pueden citar los siguientes: (a) las facilidades de intercambio pueden reducir los costos de trasferencia; (b) los proveedores pueden establecerse cerca, deduciendo así los costos de suministro; (c) pueden establecerse cerca otras industrias que utilicen sus subproductos, que de no ser así serían desperdiciados o aprovechados en una mínima parte; y (d) pueden desarrollarse otras economías como consecuencia de las anteriores.

3. El modelo de Von Thunen y sus implicaciones. Uno de los primeros estudios de la relación entre las diferencias en la localización espacial y los problemas de utilización de tierras, se debe a Von H. Thunen economista alemán*.

En resumen, este principio establece que, los productos que tienen mayores costos de trasporte en relación con su valor, serán producidos más cerca de los lugares de consumo que los que tienen bajo costo de trasporte en relación con su valor. Así la leche se producirá más cerca del centro de consumo que los cerdos y éstos a su vez, más cerca que los granos.

Para ilustrar el principio de Von Thunen, supongamos que 100 litros de leche producen 10 kilogramos de crema ó 4 kilogramos de mantequilla. El precio de los 100 litros de leche en el centro de consumo es de $500,oo; el de los 10 kilogramos de crema es de $450,oo y el de los 4 kilogramos de mantequilla es de $250,oo. Las tarifas de trasporte

* Von Thunen ilustró este concepto con el caso de un Estado aislado con una sola aldea o pueblo europeo, situado en el centro de una llanura productiva rodeada a su vez por una región inculta que la separaba de otros mercados.

son $0,20 por 100 litros de leche por Km., $0.020 por Km, por los 10 kilogramos de crema y de $0.004 por kilómetro por los 4 kilogramos de mantequilla. Cada producto baja de valor a medida que nos alejamos del centro de consumo, la leche con mayor rapidez que la crema, y ésta más que la mantequilla. En determinado punto, la leche y la crema tendrán el mismo valor. Dónde está ese punto? Para determinarlo usamos la siguiente fórmula:

$$P_1 - R_1 \; D = P_2 - R_2 \; D$$

P_1 = precio de la leche en el centro de consumo

P_2 = precio de la crema en el centro de consumo

R_1 = tarifa de trasporte de la leche

R_2 = tarifa de trasporte de la crema

D = es la distancia buscada

Reemplazando valores.

$$500 - 0.20\,D = 450 - 0.02\,D$$

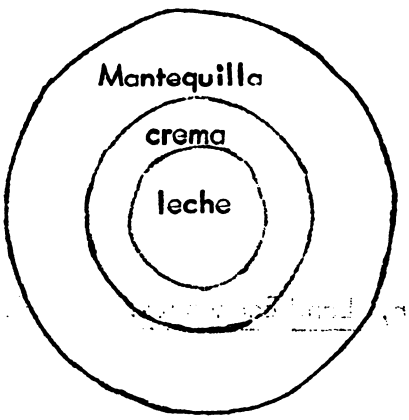
$$500 - 450 = 0.2\,D - 0.02\,D$$

$$50 = 0.18\,D$$

$$D = \frac{50}{0.18} = 278 \text{ kms.}$$

A una distancia de 178 kilómetros del centro de consumo, los 100 litros de leche y los 10 kilogramos de crema tienen el mismo valor.

Gráficamente este principio podría ser ilustrado por una serie de anillos concéntricos en que el centro de consumo es un punto en el espacio.



El principio ilustra el efecto de las facilidades de trasporte y la localización con respecto al mercado sobre las prácticas de utilización de las tierras.

Este principio es importante en la localización de la producción, procesamiento y comercio de todos los productos agrícolas muchos de los problemas de la época de Von Thu Thunen se han simplificado con la aparición de los ferrocarrilles, automóviles, camiones y otras facilidades de trasporte. Sin embargo, las conclusiones del principio válidas hoy día, según Ely y Wehrwein*.

"Por mucho que se perfeccione el trasporte nunca podrá ser instantánea, sin esfuerzo o sin costo. Siempre existirá el costo de superar la fricción, la gravitación y la pérdida de tiempo al mover bienes y personas. Los agricultores próximos a una ciudad disfrutarán en todo tiempo de ciertas ventajas sobre los que se encuentran más lejos del mercado. Están dedicados a los mismos cultivos y tienen las mismas facilidades de trasporte....La distncia desde la cual la gente puede trasladarse con comodidad es todavía cuestión de tiempo, conveniencia y costos, complicados muchas veces por la congestión debida al trasporte moderno".

Los efectos de los recursos naturales se reflejan en la localización de la producción; pero éstos explican únicamente en parte las áreas de producción de un artículo en particular. Se podría afirmar que si las grandes ciudades se trasladaran a lugares hoy despoblados, ocurrirían grandes cambios en los tipos de áreas agrícolas del país.

GG/cjr IX-11-1972

* Ely, Richard y S., Wehrwein, Land Economics, New York: The MacMillan Co., 1940.

Anexo 1

ECONOMIA DE LA PRODUCCION

-CASO PRACTICO-

Profesor: Dr. Alfredo Carrasco

Con base en datos sobre pruebas regionales adelantadas por el Programa de Suelos del ICA, el Departamento de Economía Agrícola del Instituto logró establecer que, (datos preliminares) la respuesta del trigo a la aplicación de fósforo en determinado tipo de suelo responde a la ecuación:

$$Y = 2.300 + 6.97\ X - 0.0196\ X^2$$

Con base en dicha ecuación:

1. Haga una tabla que muestre la producción esperada a distintos niveles de aplicación de fósforo (usar niveles de 20 en 10 kilos de fósforo).

2. Dibuje las curvas de producción total, producción marginal y producción promedio.

3. Si la tonelada de trigo vale $2.000,oo y la tonelada de superfosfato triple del 46% de P_2O_5 cuesta $1.600,oo, determine gráficamente la cantidad de fertilizante a aplicar por hectárea para determinar el máximo de ganancia.

4. Si el costo de los factores fijos es de $2.500, cuál será la ganancia por hectárea?.

5. Cuál sería la dosis óptima si el precio de la tonelada de trigo fuera $1.700,oo y la tonelada de superfosfato costara $1.800,oo?.

Anexo 2

RELACIONES FACTOR - FACTOR - PRACTICA

1. Si se tiene una función de producción $Y = X_1^{\frac{1}{2}} X_2^{\frac{1}{2}}$

   y se sabe que $Px_1 = \$ 2$; $Px_2 = \$ 1$; $P_y = \$10$, obtenga:

   a. La ecuación de la línea de combinación de mínimos costos (L C m C)

   b. La ecuación de la línea de igual producción (L I P)

   c. La mejor combinación de X_1 y X_2 para producir 4 unidades

   d. La óptima combinación de X_1 y X_2 (la combinación que determina las máximas ganancias).

   e. La óptima producción.

   f. Las distintas combinaciones de X_1 y X_2 que se pueden usar para obtener la producción que produce las máximas ganancias.

   g. Dibuje la L I P de acuerdo con los resultados obtenidos en f.

2. Calcule cuánto se debe producir para obtener las máximas ganancias si se sabe que:

   $y = 60 + 0,7 X_1 - 0,01 X_1^2 + X_2 - 0,01 X_2^2$

   $Py = \$ 1 =$

   $Px_1 = \$ 0,10$

   $Px_2 = \$ 0,15$

LA COMERCIALIZACION Y EL ABASTECIMIENTO DE ALIMENTOS EN LATINOAMERICA

(Jorge Torres y César Rodríguez)

LA COMERCIALIZACION Y EL ABASTECIMIENTO DE ALIMENTOS EN LATINOAMERICA

V.B. Mannarelli

En la generalidad de los países de América Latina existen serios problemas de estados crónicos de desnutrición que están afectando a una fracción preponderante de la población con niveles modestos de ingreso.

Esta situación se ha venido agudizando en los últimos decenios debido al acelerado crecimiento en el número de habitantes, que en el promedio de las naciones latinoamericanas, registra una de las tasas anuales de expansión mayores del mundo. En forma paralela a este singular aumento vegetativo de la población, se ha estado registrando un desplazamiento masivo de elemento humano desde las zonas rurales a los grandes centros urbanos, a tal punto que ya existen ciudades mayores en casi la totalidad de los países cuya población se duplica en períodos tan breves como 10 a 15 años.

Junto a este fenómeno, que está alterando a pasos agigantados y en forma irreversible el panorama demográfico de la región, se observa que la producción agropecuaria destinada al consumo interno en las naciones del continente, -no solo ha experimentado un desenvolvimiento insuficiente respecto a la expansión poblacional en aquellos artículos tradicionales considerados básicos en la alimentación- sino que, además, se aprecian en varios de estos países, disponibilidades decrecientes, en términos per capita, de algunos productos alimenticios vitales desde el punto de vista dietético.

Es así como pocos países del área escapan a tendencias desfavorables en cuanto a disponibilidades internas de alimentos en términos per capita, a una participación cada vez mayor de las importaciones de víveres, en el componente de comercio exterior, y a presiones inflacionarias que se manifiestan, en especial, en alzas generales de los precios de esta clase de artículos, márgenes de mercadeo cada vez más amplios de los mismos, y proliferación de ciertos tipos intermediarios ineficientes e indeseables. Incluso, se llega a observar en algunos mercados, para ciertos productos, una tendencia regresiva en cuanto a las condiciones de calidad de éstos, cuando llegan a nivel del consumidor final.

Los gobiernos del área, se enfrentan a menudo con un cuadro general de falta de abastecimientos, deficiencias de mercadeo y oscilaciones de precios, que desalientan la producción, frenan las posibilidades de mejoramientos cualitativos necesarios de la misma y malogran en parte, a veces considerable, los esfuerzos que se realizan a través de los diversos organismos de fomento para estimular la producción y el consumo de ciertos alimentos.

Es así como existe ya suficiente experiencia en el ámbito latinoamericano de programas tales como de crédito supervisado, colonización e iniciación de reformas agrarias, que en el momento mismo en que pueden considerarse un éxito en lo que se refiere a la producción de mayores volúmenes de artículos para el mercado, se trasforman en parcial o total fracaso por el cuello de botella que implican las estructuras, métodos y sistemas de comercialización inoperantes, que gravitan en forma obstructiva en casi todos los niveles de mercado prácticamente, y cuyo resultado final se traduce en precios deprimidos para el agricultor y alzas injustificadas de los mismos para el consumidor urbano. De esta manera se produce un ambiente económico desfavorable para estimular el aumento de producción necesario en forma permanente y creciente e, igualmente, se limita en forma grave el acceso al consumo por parte de la población de bajos ingresos, de ciertos elementos nutritivos de origen proteínico animal y de frutas y hortalizas, por los elevados precios de éstos.

La situación descrita, está demostrando la limitación de los esfuerzos hasta aquí realizados para resolver el desequilibrio que se ha estado generando entre los productos agropecuarios ofertados en los mercados nacionales y la manifiesta presión de una demanda efectiva rápidamente creciente, principalmente aglomerada en las áreas metropolitanas, y que se origina -más que en un incremento general real de los ingresos medios- en la multiplicación del número de sus habitantes. Esto último se ha derivado, en parte, del crecimiento poblacional general aludido y, particularmente, de la migración masiva de campesinos que abandonan las actividades rurales en busca de mejores horizontes económicos en los conglomerados urbano-industriales que, a menudo, son ilusorios. Fracción considerable de estos inmigrantes, -que ya han dejado de ser elemento productor de víveres, pasando a engrosar el sector consumidor neto-, no encuentra colocación en las incipientes nuevas industrias de nuestros países, -las cuales, por lo demás, tienden a ser cada vez más automatizadas- y se convierten, por la simplicidad elemental de esta actividad, en nuevos pequeñísimos intermediarios con métodos de operación primitivos en la distribución de los productos.

Analizando este hecho, que se viene repitiendo con tendencias crecientes en prácticamente todas las naciones del área, desde el punto de vista de la productividad, no puede menos que producir un sobrecogedor cuadro de ineficiencia y desperdicio general de recursos económicos y humanos, en un sector tan vital e importante de la vida económica de los países, cual es el de la producción, distribución y consumo adecuado de alimentos.

Consideradas, por otra parte, las repercusiones de las deficiencias generales que se aprecian en la comercialización de los víveres en relación a la productividad de los sectores que vincula, -pues es precisamente en esta fase intermediaria donde se establece una importante interacción entre la agricultura y las restantes actividades productoras de un país- se llega a la conclusión que su influencia se hace sentir globalmente en las economías nacionales y repercute seriamente en las posibilidades efectivas de desarrollo económico.

Muy a menudo se han malogrado importantes programas gubernamentales, a través de los cuales se ha incentivado a grandes masas de campesinos modestos a un gasto extraordinario mediante el crédito, otorgado con el sano propósito de incrementar su productividad, y que luego no han obtenido retribución económica suficiente por imperfecciones de los mecanismos de mercadeo existentes, con serio perjuicio para el productor y para las instituciones crediticias que han emprendido estos programas.

El desarrollo de cooperativas agrícolas, en donde un aspecto de fundamental interés lo constituye la posibilidad de realizar funciones de mercadeo en común y a bajo costo, también se ve seriamente afectado por la carencia de canales comerciales propios a los niveles mayoristas especialmente, en los principales centros de consumo.

Asimismo, los programas de colonización y de reforma agraria, mediante los cuales se pretende realizar un impacto importante sobre los niveles de vida de vastos sectores del campesinado a través del acceso pleno a la propiedad de la tierra, -y que para cumplir sus finalidades económicas deben contemplar, además, la aplicación de varios instrumentos de fomento como son el crédito, asistencia técnica, organización cooperativa, etc.- también llegan a un punto en su desarrollo donde necesariamente se ven abocados a enfrentarse con los arcaicos sistemas de distribución imperantes, con toda su gama de imperfecciones operativas, colusiones de intermediarios, y falta de infraestructura comercial básica, como lo son vías de trasporte expeditas, instalaciones de almacenaje, equipos de tratamiento, clasificación y empaque de productos, mercados mayoristas, frigoríficos, plantas elaboradas, etc.

Estos problemas se hacen paulatinamente más evidentes a medida que los programas de fomento y de reforma agraria se extienden y afectan a números crecientes de campesinos y áreas de producción. Entonces es que el enorme esfuerzo realizado a través de inversiones cuantiosas y utilización de los recursos humanos que destinó el Estado para estos propósitos, se ve seriamente afectado por las fallas del sistema comercial que debe dar salida a la estimulada producción.

Desde el punto de vista de los sectores ciudadanos no vinculados a las actividades agropecuarias, y que habitan en los centros urbanos, los márgenes de comercialización crecientes de los productos agropecuarios, se traducen, igualmente, en una incidencia cada vez más elevada del gasto de alimentos en los a menudo exiguos presupuestos familiares de amplios sectores de la población. Ello no solo conduce a reducir grandemente el remanente monetario que pudiera destinarse a la adquisición en mayor escala de bienes industriales por la población, y de esta manera asegurar la necesaria expansión del mercado en este aspecto, sino que, además, trae consigo secuelas graves en los aspectos nutricionales. Es así como se puede observar que no solo no se corrigen las deficiencias dietéticas existentes, de por si ya bastante pronunciadas en determinados sectores, sino que se produce una retrogradación en este sentido y estados de desnutrición que pasan a ser crónicos. Esta situación no puede menos que afectar, si se mantiene, las bases mismas de nuestras nacionalidades, cuales son la calidad física y mental del elemento humano que las constituye.

El hecho mencionado y que compromete, por desgracia, a amplios sectores de América Latina, no ha sido suficientemente enfatizado desde el punto de vista de la productividad humana en nuestro medio, ya que ha sido reiteradamente demostrado que las aptitudes para asimilar conocimientos del niño, y las del adulto para producir y trabajar, se ven afectadas directamente por la calidad de la dieta alimenticia que consumen, calidad ésta que no puede ser adecuadamente mejorada si los precios de los alimentos, -y en especial de aquellos dietéticamente más importantes- se elevan continuamente, sin guardar, por lo demás, relación alguna con la calidad de los productos, servicios agregados y/o con el nivel de ingresos de la población.

En resumen, entonces, es fácilmente demostrable que la repercusión de la estructura comercial existente para los alimentos, no solo entraba y limita los esfuerzos que se realizan para mejorar la productividad y niveles de vida del sector rural, sino que también incide, mucho más de lo que se supone, sobre las perspectivas de desenvolvimiento industrial y en el uso eficaz de los recursos humanos de que disponen los países.

Considerando la proyección que tiene el sistema comercial de los productos agropecuarios respecto al resto de la economía y sobre la productividad general, es de suma importancia la corrección de sus fallas más notorias, pues ello tiene un efecto beneficioso a través de todo el medio económico. Esta es, posiblemente, una de las formas más directas, eficaces y rápidas de romper el círculo vicioso que entraba las posibilidades de un desarrollo económico integral, creciente y en forma sostenida en las naciones de la región.

Desafortunadamente, no se ha dado el énfasis necesario a la solución de estos problemas, qué tienen carácter acumulativo creciente, sino hasta en fechas muy recientes por parte de las instituciones gubernamentales, universidades y entidades privadas, en nuestros países. En la actualidad, por consiguiente, la mayor parte de estas están abocadas a realizar ingentes esfuerzos para recuperar el tiempo perdido en estas materias y eliminar así uno de los frenos principales para el domento agropecuario y del abastecimiento adecuado de alimentos para los conglomerados urbanos e industriales que están creciendo a una velocidad sin paralelo en la historia.

Una de las primeras acciones que deben ser promovidas, por ejemplo, para ir a la reorganización integral de los sistemas comerciales y de los mercados de alimentos en los países es, a menudo, la trasformación profunda de la estructura intermediaria mayorista en las grandes áreas metropolitanas.

El sector mayorista representa un punto vital en la trayectoria que siguen los víveres antes de ser consumidos finalmente, y cuya producción se caracteriza por una amplia dispersión geográfica de las unidades productivas e, igualmente, por su extraordinaria variabilidad en cuanto a variedades, calidades, volúmenes y unidades de venta de parte de los agricultores. Esta heterogénea y, a menudo, caótica oferta de productos debe

ser conjugada, por un comercio mayorista evolucionado, con los requerimientos o necesidades de la demanda nacional, expresada en función de su localización geográfica por núcleos de consumo; a las clases o calidades solicitadas por los diversos sectores de ingreso de la población y en relación, también, a la distribución en el trascurso del año de producciones que, por su configuración estacional, deben ser almacenadas y conservadas por ciertos períodos de tiempo para su ulterior consumo.

Asímismo, el desarrollo de cooperativas agrícolas, por ejemplo, en la fase inicial de los canales de mercadeo, y de las cooperativas de consumo y cadenas de supermercados particulares en el otro extremo del sistema comercial, -todos ellos instrumentos de rebaja de costos comerciales- se posibilita en escala masiva y en plazos relativamente cortos, si el sector mayorista del comercio de productos agropecuarios cuenta con la infraestructura, organización y supervisión técnica necesaria para la realización de las vitales funciones que le corresponden dentro de sistemas de mercadeo modernos que se adapten a los requerimientos actuales y al crecimiento realmente explosivo de las áreas metropolitanas.

Sin embargo, debe ser señalado que las funciones que están llamadas a cumplir los mercados mayoristas dentro de los canales de mercadeo, como elementos de promoción racionalizadora del sistema comercial entero y de fomento a la producción, son variadas y complejas, y deben ceñirse a una política integrada nacionalmente al respecto. Del conocimiento y exacto cumplimiento de los objetivos perseguidos y de las modalidades de operación que deben establecerse en el área de estos mercados, depende en gran medida el éxito de una actividad comercial organizada.

En la casi totalidad de los países de América Latina se está generalizando por parte de los gobiernos, la estructuración y aplicación de programas de desarrollo agropecuario encaminados, entre otros aspectos, hacia el fomento de la producción para atender la ascendente demanda interna de víveres y materias primas para la industria, incrementar o diversificar exportaciones y sustituir las adquisiciones de alimentos en el extranjero.

Asimismo, se ha acentuado en época reciente el interés por resolver los problemas de orden socioeconómico que representan los sectores rurales de ingresos extremadamente bajos, que los margina en la práctica de la corriente económica de los países y limita las expectativas de un desarrollo conveniente de la industria manufacturera.

Dada la trascendencia del desenvolvimiento adecuado del sector comercial de alimentos, para la consecución de las metas de producción y consumo de víveres, que se incluyen en la mayor parte de los planes de desarrollo indicados, llama la atención que, en muchos casos, éstos carecen de planteamientos claros respecto a una política integral de desarrollo comercial para los alimentos, que garantice el normal desarrollo de los demás aspectos del programa, y una acción sostenida y coherente para asegurar

el abastecimiento y consumos deseados. En la mayor parte de los casos, se ha estimado, aparentemente, que los problemas de mercadeo han quedado suficientemente tratados en los planes de desarrollo, por la simple inclusión de una lista de inversiones en determinados aspectos de infraestructura comercial, como trasportes y diversas clases de instalaciones comerciales y de elaboración, los cuales, si bien importantes, no representan sino una parte de la solución del problema que implica la reorganización de los sistemas y métodos de mercadeo anticuados e inoperantes que conforman el medio comercial habitual para los productos agropecuarios en la mayor parte de Latinoamérica.

Desde el punto de vista estríctamente nutricional, es evidente que cualquier disminución de los amplios márgenes comunmente existentes en la comercialización de determinados alimentos (por lo general frutas, hortalizas, algunos granos y ciertos productos de origen animal), permitirá el mejoramiento de los niveles de precios agrícolas, y el consiguiente estímulo a la producción de los artículos alimenticios.

Ello también propende a disminuir los precios al detalle haciendo, de esta manera, más accesible su compra por parte de la población de ingresos modestos, que es donde se aprecian las mayores deficiencias en el consumo de estos productos.

La importancia de una disminución de los márgenes intermediarios -lo cual es perfectamente factible en nuestros países por lo elevado de éstos y la forma rudimentaria e ineficiente de los métodos de distribución, y las pérdidas de productos y/o de su calidad que llevan aparejadas- reside en el hecho que su efecto se hace sentir en forma relativamente rápida y masiva en todo un país y además, en forma simultánea sobre el habitante rural y urbano, aspecto este que generalmente es difícil o casi imposible de obtener en la práctica, con otra clase de programas.

Esta disminución de los costos de mercadeo y trasferencia de una fracción del margen comercial, a través de adecuadas relaciones de precios, al agricultor y al consumidor, solo puede ser conseguida mediante un planteamiento integral de trasformación de los procesos de distribución de alimentos, que incluya la aplicación de una política adecuada y coordinada en este sentido por parte de los gobiernos.

En esta forma se habrá dado un paso fundamental para propiciar los mejoramientos necesarios en los niveles dietéticos de la población, mediante la acción sobre un aspecto tan básico ligado a este problema, como es la relación entre la estructura de precios de ciertos artículos alimenticios y la capacidad adquisitiva real necesaria para que sean consumidos en cantidades suficientes por la mayor parte de la población.

FG:mdeb VIII-8-72

NOTAS SOBRE MERCADEO DE PRODUCTOS AGROPECUARIOS

(Jorge Torres, César Rodríguez y Fernando Galindo)

NOTAS SOBRE MERCADEO DE PRODUCTOS AGROPECUARIOS *

Virgilio Mannarelli

A. El Problema Comercial

El análisis del mercadeo de los productos agropecuarios, es una de las ramas especializadas de la economía agrícola que se ha desarrollado en forma relativamente reciente, en especial en lo que se refiere a su estudio sistemático en América Latina. En esta región del mundo, los problemas derivados de la colocación en el mercado de la producción agrícola y pecuaria, se han hecho más evidentes en el último decenio, considerándose como factores críticos el desarrollo, no sólo en relación al sector agrícola sino que, inclusive, respecto a otras actividades importantes de las economías nacionales.

Esto no es extraño, pues es precisamente en el campo del mercadeo que se vincula importantemente la producción agropecuaria con los demás sectores económicos. Es ahí, también, donde es posible establecer aquellas interacciones sectoriales que son determinantes, en muchos casos, del desenvolvimiento económico ulterior de los países, en especial si estos corresponden a economías esencialmente dependientes de la producción de bienes de consumo directo o materias primas de origen agropecuario.

En los países en desarrollo, en los cuales se están produciendo cambios notorios en las estructuras tradicionales de producción y consumo, es en donde se hacen presentes, con mayor intensidad, los desajustes, fallas o falta de evolución del sistema comercial. Ello se manifiesta comunmente en el debate público, que de continuo se hace presente a través de los medios de difusión (prensa, radio, etc.): los agricultores frecuentemente se quejan de los precios bajos recibidos y el consumidor reclama, por su parte, del alza continua de los mismos en los alimentos básicos o de primera necesidad. Los economistas también a menudo se refieren a los "cuellos de botella" del mercadeo, en el desarrollo agrícola.

---

* Documento preparado por el Ingeniero Virgilio Mannarelli, Director del ILMA, basado en los apuntes de clase preparados por el Autor para el Proyecto 201 del PCT del IICA, dado en México (1965) Curso Internacional de Crédito Agrícola.

El propósito de esta rama de la economía agraria llamada "mercadeo" es precisamente estudiar las causas de estos problemas y sus soluciones económicas y sociales más convenientes. Una de las definiciones de mercadeo es la siguiente:

"Es el análisis de todos los procesos, funciones y servicios, así como de las personas, grupos de ellas o instituciones, involucradas en la trayectoria que siguen los productos e insumos agropecuarios, desde que salen de la finca o fuentes de producción hasta que llegan al consumidor final".

El objetivo práctico de los estudios sobre mercadeo de agropecuarios, es recomendar soluciones a los problemas comerciales existentes y, en el caso de países en desarrollo, propender a la evolución más adecuada del sistema comercial en función de las metas y prioridades de los planes nacionales o regionales de desarrollo económico, de los cuales el sector agrícola es necesariamente parte integrante y de especial importancia, en la mayor parte de los países en desarrollo.

B. Génesis de los Problemas Comerciales

Los problemas de mercadeo que afectan principalmente a los productos agropecuarios son generados por la evolución y acción combinada de factores de índole diversa. Aquéllos de mayor influencia, dicen relación con:

- La población.
- El consumo de alimentos.
- El ingreso per capita.
- Estructura de la oferta y demanada.
- Evolución del sector intermediario.

Todos estos factores, que se analizarán a continuación, se proyectan en grado diverso y cambiante en el mercadeo de los productos, provocando en forma paulatina y poco ostencible en sus comienzos, el así llamado "problema comercial", que con el correr del tiempo puede llegar a afectar muy seriamente, tanto al sector agropecuario mismo, como a la masa consumidora, especialmente de zonas urbanas.

La intensidad de los problemas o los efectos producidos por los factores señalados, varían de magnitud y de naturaleza de un país a otro, dependiendo en parte del nivel de desarrollo económico y social alcanzado.

1. Efectos del crecimiento y estructura demográfica sobre la comercialización. El simple crecimiento vegetativo de la población produce, en sí, un efecto notorio en los volúmenes de productos agropecuarios que fluyen por los canales comerciales. Si a ello se agrega el proceso de migración poblacional de las zonas agrícolas a los centros urbano-industriales, entonces los volúmenes de productos que se movilizan por los canales comerciales experimentan aumentos violentos en períodos de tiempo relativamente cortos.

Es en América Latina precisamente donde, junto a un crecimiento demográfico considerado "explosivo", se suma una creciente migración desde el campo a las ciudades, lo cual ha traído aparejados incrementos substanciales de los volúmenes de alimentos comercializados, en corto tiempo.

En el Anexo No. 1, se presentan algunas cifras estadísticas sobre distribución de la población urbana y rural en Latinoamérica, en el cual se aprecia que de los 20 países considerados, 11 de ellos tienen sobre el 60 por ciento de población rural, 6 tienen población rural que representa entre el 35 y 60 por ciento de la población total, 2 países tienen entre el 30 y el 35 por ciento de población rural y uno bajo el 20 por ciento. Los países con menos del 35 por ciento de población rural representan sólo el 19 por ciento de la población del área.

En el Anexo No. 2, se puede apreciar el incremento de la población urbana y rural en un decenio (1950-1960). Estas cifras muestran claramente por que los problemas de mercadeo agrícola se han acentuado a tal grado en la región en los últimos años. Para los 20 países, se observa que la población urbana creció en un 48.5 por ciento en diez años. En 6 países, este crecimiento fue entre 75 por ciento y 96 por ciento. Ello indica que, por este sólo concepto, los incrementos de los volúmenes de productos comercializados crecieron considerablemente en un período muy breve.

Además del incremento vegetativo de la población y de su concentración urbana, se han producido también cambios relacionados con la estructura de la población por grupo de edades. Debido a los avances recientes de la ciencia médica, (uso extensivo de antibióticos por ejemplo), se ha incrementado en especial la población infantil, lo cual también trae repercusiones en cuanto a los cambios cualitativos de los productos agropecuarios que van al mercado, como será analizado más adelante.

2. Cambios en la dieta alimenticia. A medida que se acentúa el proceso de desarrollo de los países, tienden a ocurrir los siguientes hechos: (a) se incrementa el poder adquisitivo, especialmente de la población urbano-industrial; (b) se generaliza la educación en la masa obrera; (c) se altera la composición en edades de la población y d) se producen cambios en las formas dietéticas tradicionales. Todo ello tiene una repercusión de importancia en el mercadeo de los productos.

Los factores que influyen en el cambio de la dieta media de la población se asocian estrechamente; en general, con el proceso de urbanización anteriormente mencionado, ya que éste facilita su evolución.

En el Anexo No. 3, se presentan estadísticas de consumos medios por habitante en países urbanizados, semi-urbanizados y rurales de América Latina.

En estas estadísticas se puede apreciar a grandes rasgos que en los países donde la población es predominantemente urbana, existe un menor consumo medio per capita, de granos y leguminosas que en los tres países considerados, equivale a 30 kilogramos per capita menos que en aquellas donde la población rural es de importancia. Por otra parte, el consumo de alimentos protéicos, de verduras y frutas es mayor en los países urbanizados, representando el conjunto de estos productos cerca de 140 kilogramos per capita de mayor consumo que en los otros países cuya población es en mayor grado agrícola.

Estas mismas tendencias en el consumo de alimentos se han observado en USA, en donde entre 1909/13 y 1959, los consumos medios per capita de granos y tubérculos bajaron entre un 25 y 50 por ciento, en circunstancias que el consumo de frutas, verduras y huevos, aumentó cerca de un 25 por ciento y el consumo de productos lácteos, carnes y pescados en un 20 por ciento.

En Chile el consumo de trigo bajó entre 1932/33 a 1955/60, entre un 10 por ciento a 15 por ciento, en cambio los consumos medios de hortalizas y frutas se estima han aumentado en este período al menos en un 50 por ciento y los de leche en, por lo menos, 35 por ciento a 40 por ciento.

Los cambios señalados en las dietas alimenticias tienen mucha importancia en el mercadeo de agropecuarios por lo siguiente:

-Se movilizan productos, en general, más perecibles que los granos. Ello determina que sea más difícil su comercialización que en el caso de éstos, pues se requiere mayor técnica en su manipuleo y conservación.

-Son en general productos de menor peso específico que los granos, lo cual dificulta o hace más costoso su trasporte y almacenaje.

-Es usualmente el habitante urbano quien consume más de estos productos, lo cual unido al incremento muy rápido de este sector de población, hace que en períodos relativamente breves aparezcan agudos problemas de mercadeo en los canales comerciales tradicionales, que no alcanzan a evolucionar adecuadamente.

Los cambios señalados en las dietas alimenticias de las poblaciones urbanas especialmente, se producen fundamentalmente por cambios en los niveles de ingreso, las alteraciones ya mencionadas de la composición de la población según edades, y el mayor grado de educación que tiene respecto a la rural.

a. Ley de Engel. Aproximadamente cien años atrás un estadístico alemán, Ernest Engel, investigó en Bélgica y Sajonia las relaciones que existían entre la composición del gasto y el ingreso de los consumidores. El resultado de sus estudios dieron base a la formulación de las llamadas Leyes de Engel.

1) Mientras mayor sea el ingreso, menos es el porcentaje de este que se gasta en alimentos.

2) El porcentaje del ingreso total que se gasta en vestuario permanece más o menos constante, cualquiera que sea la cuantía del ingreso.

3) La proporción del ingreso total utilizada en el gasto de habitación, también permanece constante en cualquier nivel de ingreso.

4) El gasto en misceláneas aumenta en mayor proporción que el incremento de ingresos.

Estudios estadísticos más recientes, realizados especialmente en USA y Europa, demuestran que la primera de estas así llamadas leyes, se mantienen hoy día cierta como hace un siglo, pero las otras tres "leyes" presentan muchas excepciones. La ley que se mantiene vigente dice: a medida que crece el ingreso per capita, menor es el porcentaje de éste que se gasta en alimentación.

Así como entre la población de un país dividida por grupos de ingreso se hace presente la primera ley de Engel, también es observable su ocurrencia entre países, de acuerdo con sus respectivos niveles de ingreso. Es así, por ejemplo: como en USA menos del 25 por ciento del ingreso medio total se gasta en alimentos, en Asia entre el 50 a 70 por ciento, en algunos países de América Latina entre el 40 por ciento y 60 por ciento.

Debe señalarse, respecto a la primera ley de Engel, que no obstante que los porcentajes gastados en alimentos bajan, a medida que sube el ingreso, el gasto en términos monetarios aumenta, sin embargo.

3. Ingresos per capita. El proceso de urbanización que en forma tan vertiginosa se está llevando a cabo en América Latina, ha sido una expresión directa del desarrollo industrial de la región, que ha generado una elevación de los niveles de salarios medios entre la población urbana. La elevación del ingreso medio ha permitido a parte de la masa consumidora, adquirir alimentos más caros (leche, carne, frutas, etc.), que aquellos tradicionalmente consumidos en las áreas rurales o en zonas urbanas antes del establecimiento de industrias.

En ciertos países de la región, debido al crecimiento demasiado elevado de la población urbana, provocada por movimientos migratorios exagerados de la población rural, se puede observar que en las grandes ciudades la industria y actividades derivadas no son capaces de absorber la mano de obra total. Existe, entonces, una apreciable parte de la población que no encuentra trabajo a niveles de remuneración adecuadas. Ello ha traído la proliferación del sector intermediario, primordialmente de alimentos no elaborados (frutas y verduras especialmente).

Es así como se encuentra en muchos grandes centros urbano-industriales de América Latina, una situación contradictoria, donde parte de la población obrera tiene niveles de ingresos relativamente elevados, y que coexiste con una creciente población de muy bajos ingresos, proveniente generalmente del sector agrícola. Ello tiene una repercusión importante en la estructura comercial y en su evolución, como se verá más adelante.

4. Estructura de la oferta y demanda. Otro de los factores que influyen apreciablemente en la creación del así llamado "problema comercial" de los productos agrícolas se refiere a la estructura de la oferta y demanda.

En gran parte de América Latina, una proporción considerable de los alimentos y materias primas de origen agrícola proviene de un número muy elevado de pequeños y medianos agricultores, que llegan al mercado a vender su producción en forma desordenada, fragmentada en pequeñas partidas, concentrada en un corto período de tiempo, a veces con gran dispersión geográfica, malamente clasificada, etc.. Frente a esta oferta, muchas veces en activa competencia por vender casi a cualquier precio, existe una demanda derivada, representada por el grupo de intermediarios, que en numerosas ocasiones tiene un carácter oligopsónico, (por lo menos al nivel local) lo cual les permite, en especial durante las cosechas, comprar a bajos precios la producción ofrecida en venta.

Esta diferencia estructural de la oferta y demanda derivada de los productos agrícolas, es común a prácticamente todos los países, pero en Latinoamérica y otras áreas poco desarrolladas del mundo, la diferencia se exagera debido a la falta de ventas en conjunto (cooperativas, asociaciones de agricultores) por parte de los campesinos, a la insistencia de información comercial y/o de medios de comunicación y trasporte adecuados; a los bajos niveles educativos imperantes en las zonas agrícolas, y a la inexistencia de líneas de crédito adecuadas que eviten presionar al pequeño agricultor a vender a cualquier precio para saldar sus deudas.

Todo lo anterior significa, finalmente, que se producen a menudo fuertes fluctuaciones de precios durante el año, y que existan márgenes de comercialización demasiado elevados para los alimentos y demás productos agropecuarios. Estos elevados márgenes disminuyen apreciablemente el ingreso del campesino y elevan el gasto de alimentación de la población urbana especialmente.

5. El sector intermediario. Parte importante de los márgenes de comercialización elevados que se observan en muchos productos agrícolas, se deben a la existencia de un número exagerado de intermediarios, que realizan, además, esta función comercial con marcada ineficiencia y/o carencia de conocimientos y medios adecuados. Vale decir, en otras palabras, que no todo el elevado margen comercial se debe a la posición oligopsónica del sector intermediario o a sus elevadas utilidades, sino que una considerable parte del costo comercial se pierde íntegramente para la economía en manipuleo deficiente del producto y pérdidas debidas a sistemas de mercadeo tradicionales, totalmente inadecuadas frente a los requerimientos de una situación donde, de año en año,

los volúmenes de productos que fluyen por los canales comerciales aumentan considerablemente, a la vez que la proporción de alimentos perecibles y de manejo delicado se hace cada vez más importante.

Dadas las características de la población urbana de los países en desarrollo, donde una parte de la población rural que llegó a la ciudad no encuentre cabida en la industria o en otras actividades productivas, es normal observar un incremento substancial del sector de pequeños intermediarios del tipo ambulante o semi-estacionario, que no es más que una expresión de niveles de vida muy bajos, o de "desocupación disfrazada" cuyo impacto en los márgenes de comercialización se hace sentir en forma desfavorable a corto plazo. Esta tendencia se ve acentuada en países donde existen procesos inflacionarios de magnitud, provocados por una oferta de alimentos inadecuada para satisfacer la creciente demanda efectiva; producida por la explosión demográfica de una parte, y por la mayor capacidad de compra de ciertas partes de la población.

Cuadro No. 1

América Latina - Población total y rural por países 1960.

Países	Población Total	Población Rural	Porcentaje Rural	Clasificación según Población
	(Millones de habitantes)		(%)	
Sudamérica	178.0	74.6	41,9	
Argentina	21.0	6.8	32,4	Pob. urbanizada
Bolivia	3.7	2.3	62,8	" agraria
Brasil	65.9	41.7	63,4	" agraria
Colombia	14.8	7.7	52,2	" semi-urbanizada
Chile	7.6	2.6	34,4	" urbanizada
Ecuador	4.3	2.8	65,8	" agraria
Paraguay	1.6	1.1	65,3	" agraria
Perú	10.8	6.4	59,3	" agraria
Uruguay	2.8	0.5	18,6	" muy urbanizada
Venezuela	6.9	2.7	38,6	" urbanizada
Centroamérica	11.7	7.8	66,7	
Costa Rica	1.1	0.7	63,7	Pob. agraria
El Salvador	2.4	1.6	65,4	" agraria
Guatemala	3.8	2.6	69,2	" agraria
Honduras	1.9	1.4	74,5	" agraria
Nicaragua	1.5	0.9	63,4	" agraria
Panamá	1.0	0.6	53,2	" semi-urbanizada
México	34.6	17.2	49,7	Pob. semi-urbanizada
Rep. Dominicana	2.9	2.0	68,9	" agraria
Cuba	6.8	3.1	45,3	" semi-urbanizada
Haití	3.7	3.1	83,7	" agraria
Total América Latina:	167.2	113.0	67,6	

Cuadro No. 2

Latinoamérica: Evolución de la población urbana y rural en un decenio. /3

País	Población Urbana			Población Rural		
	1950 (Millones Habit)	1960 (Millones Habit)	Incremento (%)	1950 (Millones Habit)	1960 (Millones Habit)	Incremento (%)
Uruguay	1.89	2.25	19.0	0.51	0.51	0.0
Argentina	11.04	14.21	12.9	6.15	6.80	10.6
Chile	3.57	5.01	40.3	2.50	2.63	5.2
Venezuela	2.43	4.26	75.3	2.54	2.67	5.1
Cuba	2.71	3.73	37.6	2.80	3.09	10.4
México	11.00	17.42	58.4	14.82	17.20	16.1
Colombia	4.36	7.07	62.2	6.97	7.71	10.6
Panamá	0.34	0.49	44.1	0.46	0.56	21.7
Perú	2.97	4.42	48.8	5.55	6.44	16.0
Brasil	16.02	24.13	50.6	35.96	41.73	16.0
Bolivia	1.01	1.38	36.6	2.01	2.33	15.9
Nicaragua	0.30	0.54	80.0	0.76	0.93	22.4
Costa Rica	0.23	0.42	82.6	0.57	0.73	28.1
Paraguay	0.39	0.56	43.6	1.01	1.06	5.0
El Salvador	0.52	0.83	59.6	1.35	1.57	16.3
Ecuador	0.89	1.47	65.2	2.31	2.82	22.1
Guatemala	0.67	1.16	73.1	2.13	2.60	22.1
Rep. Dominicana	0.46	0.81	76.1	1.67	2.04	22.2
Honduras	0.25	0.49	96.0	1.18	1.44	22.0
Haití	0.31	0.63	20.3	2.80	3.09	10.0
Total	61.36	91.11	48.5	94.05	108.09	14.9

Cuadro No. 3

Latinoamérica: Consumos medios de algunos alimentos por grupos de países, según el porcentaje de población urbana.

Alimentos	Países urbanizados*	Países semi-urbanizados y rurales**		Diferencia
	(Kilogramos per capita al año.)			
Granos y tubérculos	218	233	+	15
Azúcar	35	38	+	3
Leguminosas	4	19	+	15
Hortalizas, frutas y nueces	119	104	-	15
Grasas y aceites	14	7	-	7
Carne y pescado	103	33	-	70
Leche	106	54	-	52
Queso	4	1	-	3
Huevos	6	5	-	1

* Cifras medias de Argentina, Chile y Uruguay (países con menos del 35 por ciento de la población en la agricultura).

** Cifras medias de Brasil, Guatemala, Honduras y México, que representan el 78 por ciento de la población de los países semi-urbanizados y rurales de Latinoamérica (promedios ponderados).

Fuente: USDA/30 excepto de Chile que corresponden a estadísticas nacionales.

C. Estudio del Mercadeo

El mercadeo de los productos agropecuarios puede analizarse desde diversos puntos de vista. Los sistemas de estudios más comúnmente empleados son:

El análisis funcional
El análisis institucional
El análisis por productos
El análisis histórico
El análisis económico
El análisis mixto

Los tres primeros tipos de análisis son los utilizados más comúnmente, especialmente en la literatura didáctica norteamericana, que es la más abundante, en la especialidad de mercadeo agrícola. Sin embargo, para una mejor comprensión de los problemas de comercialización en los países en desarrollo, es necesario tener también una visión clara de los otros aspectos señalados.

1. Análisis funcional del mercadeo. Tiene por objeto fraccionar los procesos comerciales en aquellas actividades especializadas (funciones) que se llevan a cabo durante el mercadeo de los productos para su mejor estudio y análisis.

2. Análisis institucional del mercadeo. Estudia los diversos grupos de personas naturales o jurídicas, agencias e instituciones que se ocupan de que los procesos del mercadeo se lleven a efecto.

3. El análisis por productos del mercadeo. Estudia el mercadeo de cada uno de los productos agropecuarios o grupos de éstos, con características afines, desde el punto de vista comercial.

4. Análisis histórico del mercadeo. Estudia el desarrollo de la estructura, instituciones, sistemas, procesos, funciones y tecnología, del mercadeo en el transcurso del tiempo.

5. Análisis económico del mercadeo. Estudia las leyes y teorías económicas aplicables al mercadeo y las implicaciones económicas de los procesos, funciones e instituciones comerciales, con el propósito de lograr un diagnóstico adecuado de los problemas de mercadeo.

6. Análisis mixto de la comercialización. Combina los análisis anteriores para obtener una visión integral del mercadeo de sus problemas y soluciones. En la literatura americana se combinan normalmente los análisis funcional, institucional y por productos con la teoría económica.

En el presente curso de comercialización se dará también importancia a los aspectos históricos del desarrollo comercial y las proyecciones o impacto económico del mercadeo, como parte integrante del proceso económico general en países subdesarrollados o en desarrollo. Vale decir, se utilizará el sistema de análisis mixto, pero con especial vinculación a los problemas del desarrollo agrícola y económico de Latinoamérica.

Finalmente, debe agregarse que en la literatura sobre mercadeo de productos agropecuarios es frecuente encontrar disparidad de criterios en cuanto al nombre dado a las diversas partes competentes de la comercialización. Las denominaciones empleadas en este curso son aquellas usadas por autores muy conocidos en estas materias /27, 14 y que, además, corresponden a la más lógica utilización del significado de las palabras mismas en el idioma español.

D. Proceso del Mercadeo

En la comercialización y elaboración de los productos agropecuarios es posible distinguir tres procesos generales, por los cuales pasan los productos desde que salen de las fincas hasta llegar a manos de los consumidores finales.

1. El primer proceso del mercadeo se deriva del hecho que, en general, la producción agrícola está dispersa en múltiples unidades de producción, a veces incluso con más dispersión geográfica. Esta producción fraccionada y dispersa debe concentrarse en cierta medida, para su adecuada circulación a través de los canales comerciales: de ahí el nombre de concentración o acopio del primer proceso comercial.

2. El hecho, que en gran medida, la producción agropecuaria no está, en el momento de producirse o cosecharse, lista para ser absorbida por el mercado consumidor, indica que es necesario se cumplan determinados requisitos previos para este efecto: es lo que se denomina proceso de igualación o de preparación para el consumo. Si el producto es de cosecha estacional, será necesario conservarlo durante el tiempo requerido para que sea totalmente consumida: es una igualación de la oferta y demanda a través del tiempo. Si la producción está muy dispersa y/o distante de donde será consumida: será necesario o envasarla, transportarla, re-envasarla en unidades detallistas, etc., antes de que pueda ser utilizada: se iguala, en este caso, la oferta y la demanda a través del espacio o distancia y en función de la capacidad de compra de los consumidores. En el caso de productos que, como el trigo, deben ser elaborados antes de poder ser consumidos en forma de pan; o en caso de productos con mucha variedad de tamaños, color, presentación, etc., donde es necesario clasificarlos para obtener una maximización de su valor de venta, se iguala la oferta y demanda en la forma. En otras palabras, el proceso comercial de igualación, permite que una producción excesiva en cierta época del año, inadecuada para el consumo directo y alejada del consumidor o en unidades demasiado grandes, llegue a éste oportunamente y en la mejor forma que pueda o guste adquirirla.

3. Finalmente, y teniendo presente la gran cantidad de unidades consumidoras que conforman la demanda efectiva de la producción agropecuaria, es necesario que una vez realizados los procesos de concentración o acopio y el de igualación o preparación para el consumo, se realice el proceso de dispersión o distribución, mediante el cual, los volúmenes de productos propios del comercio mayorista vuelven a fragmentarse y a dispensarse para su fácil adquisición, por la gran masa consumidora. Así como los dos procesos anteriores son típicos del comercio mayorista y de la industria elaboradora, el proceso de distribución o dispersión se realiza en gran medida a nivel detallista.

Debe agregarse que en cada uno de los tres grandes procesos de la comercialización se realizan, a su vez, una cantidad de funciones comerciales cuyo número e importancia relativa son variables de acuerdo con el tipo de producto que se trate, grado de evolución del sistema comercial, país o región donde se realice, etc. etc..

E. El Mercado de Productos Agropecuarios

El término "mercado" se emplea usualmente referido a aspectos muy diferentes. Es muy común, por ejemplo, oir la expresión "el mercado ganadero está muy malo", significando ello que los "precios" están bajos. También es usual confundir este término con el de demanda, cuando se dice "el mercado internacional del banano está declinando".

Más generalizado, sin embargo, es el concepto de mercado referido a un lugar donde se realizan transacciones comerciales como, por ejemplo, el Mercado Providencia (Chile), el mercado Jamaica (Ciudad de México), o el mercado Cisneros (Medellín) y el mercado Mayorista de Coché (Caracas).

Desde el punto de vista económico, sin embargo, el término "mercado" expresa un concepto bien definido, no necesariamente aplicable a un lugar o área física. De las numerosas definiciones dadas al respecto, quizás ni la más sencilla y expresiva sea la siguiente:

"Mercado es un grupo de compradores y vendedores con las facilidades necesarias para efectuar el cambio de posesión de los productos". /24

En esta definición, no ligada a espacio físico, cabe cualquier criterio sobre mercado. Por ejemplo, el importador de carne argentina o australiana, ubicado en Londres, está en el mismo "mercado" de la carne que el exportador de dichos países; las "facilidades" para hacer las transacciones en este caso son la radio, la información mundial de precios y las empresas de transporte fundamentalmente. En contraste con ello, el agricultor que vende su producto en un aislado valle de Centroamérica, bien puede no encontrarse en el mismo "mercado" que el resto de su país, por estar totalmente desvinculados los precios que reciben de aquellos imperantes en los centros de consumo, descontados los costos de transporte.

1. Mercadeo perfecto. Condición fundamental de un mercado perfecto es que todos los compradores y vendedores tengan acceso y un conocimiento completo sobre la situación imperante respecto a ofertas, demanda y precios, y que basado en este conocimiento actúen racionalmente en el mismo.

La evaluación de un mercado, para determinar su grado de perfección se realiza respecto a tres factores: lugar, tiempo y forma.

a. Mercado perfecto en cuanto a lugar. Si tenemos, por ejemplo, el caso siguiente, en un país cualquiera:

Producto: Tomates de primera clase.
15 de agosto 1963

Ciudad	Precio (Docena $)	Costos de transporte respecto a C ($ Docena)	Observaciones
A	0.90	0.30	
B	0.95	0.10	
C	1.20	-	C. es el mercado consumidor más importante.
Zona de Producción			
D	0.80	0.40	

Se puede observar, en el ejemplo anterior, que los precios entre C (mercado principal que determina el precio), A y D, guardan relación directa, tomando en consideración los costos de transporte. En cambio los precios en "B", no guardan relación alguna con los costos de transporte respecto a C. En este caso constituirían un mercado perfecto en cuanto a lugar, los casos A, C y D. La ciudad B, o no formaría parte de este mercado, o está en una situación anómala debido a alguna causa que la investigación del mercado debe señalar. El costo de transporte, para estos análisis, involucra toda clase de gastos que necesariamente deben realizarse al movilizarse un producto de un lugar a otro. En este caso de los tomates serían: carga, movilización del producto, y descarga. En ciertos casos, incluyen, además, costos de enfriamiento, seguros, pago de inspección oficial de calidades, peajes, etc..

De lo anterior se deduce, entonces, que: "mercado perfecto en cuanto a lugar, es aquel donde para un momento determinado y a través de un área dada (región, país, conjunto de países, etc.) para un mismo producto y calidad, los precios son uniformes una vez sumados o deducidos según el caso, los costos totales de transporte".

b. Mercado perfecto en cuanto a tiempo. Si se analiza el ejemplo siguiente:

Productos: Uva de mesa y peras.
Santiago de Chile

Meses	Uva de mesa, var. A calidad 1. ($/Kgr.)	Peras, var. C calidad 1.	Costo almacenaje acumulado ($/Kgr.)
Marzo	50	65	-
Abril	55	70	5
Mayo	60	92	10
Junio	66	102	16
Julio	73	120	23

Se puede apreciar que para la uva de calidad 1, los precios mensuales corresponden al alza debida a los costos respectivos de almacenaje.

En cambio, en las peras, calidad 1, se observa que desde el mes de mayo, las alzas de precio son superiores al costo de almacenaje. En el primer caso tenemos un mercado perfecto en cuanto a tiempo y en el segundo caso no.

Entonces: "mercado perfecto"en cuanto a tiempo, es aquel donde para un mismo producto y calidad, en un lugar dado, los precios son uniformes, una vez hechas las sumas o deducciones por concepto de costos de almacenaje.

c. Mercado perfecto en cuanto a forma. En el ejmeplo siguiente se presenta una situación que permite analizar un mercado en cuanto a forma.

Precio manzanas

18 de Septiembre 1962.

Lugar	Calidad I	Calidad II	Calidad III
	(	$ por unidad	)
Centro de consumo			
Precios al detalle	50	40	25
Precios recibidos por el agricultor:			
Zona A	55	35	20
Zona B	53	25	9

Observaciones: Costo de mercadeo desde área de producción al centro de consumo - Zona A - $ 5 por unidad. Zona B - $ 7 por unidad.

Se puede apreciar que en el mercado consumidor las diferencias de precios por calidad que paga el consumidor son de $ 10 entre la I y II, y de $ 25 entre la I y III. El agricultor en la zona A, una vez deducidos los márgenes habituales de mercadeo, recibe los precios indicados entre los cuales se conserva la diferencia de precios por calidad existente al nivel del consumidor: este es un mercado perfecto en cuanto a forma. En cambio, en la zona B, las diferenciales de precios entre calidades que recibe el agricultor, son mayores que las existentes al nivel detallista del centro consumidor: en este caso no existe mercado perfecto en cuanto a forma.

De acuerdo con ésto: "Mercado perfecto en cuanto a forma es aquel donde las diferencias de precios por calidad pagados por el consumidor por un determinado producto, en un momento dado, se mantienen a nivel del productor, una vez descontados los respectivos márgenes de mercadeo".

Los ejemplos que se han presentado para ilustrar el análisis de un "mercado perfecto" en lugar, tiempo y forma dan resultados matemáticamente ajustados en los casos de mercado perfecto, con el fin de ilustrar mejor los contrastes. Sin embargo, aún en mercados considerados bastante perfectos en la práctica, no se obtienen resultados tan precisos, una vez deducidas las cifras correspondientes y ello no quiere decir que el mercado no sea razonablemente perfecto, si estas diferencias son relativamente pequeñas ó poco frecuentes.

El análisis de los mercados en función de los tres principios enunciados, proporciona por lo general, una buena indicación de la existencia de imperfecciones, y es una herramienta analítica rápida para una primera evaluación de la situación imperante. Una vez establecida la existencia de imperfecciones notorias, en alguno de estos aspectos del mercado, deben hacerse las investigaciones adicionales que serán señaladas en otra parte de este curso, para diagnosticar las causas del problema y sus posibles soluciones.

2. Otras aplicaciones del término mercado. Además de la clasificación de un mercado en cuanto al grado de perfección respecto a lugar, tiempo y forma, existen otras clasificaciones o denominación de éstos en relación con:

a. Demanda y oferta
b. Transacciones realizadas respecto al tiempo o fecha
c. Características de la competencia
d. Tipo de comercio que se realiza
e. Ubicación de los mercados.

a. Mercados en relación a la oferta y demanda: Si en un momento dado y/o para cierto tipo de productos, predomina la oferta (exceso de productos en el mercado), lo cual es típico en épocas de cosecha, se habla de mercado de compradores, pues en esta situación son éstos quienes influyen mayormente en el precio de las transacciones. En el caso contrario, cuando frente a una demanda dada, existe una oferta insuficiente, se habla de mercado de vendedores, ya que son éstos quienes tienen la ventaja en la determinación del precio. Debe señalarse, sin embargo que la "determinación del precio", ya sea por parte de los vendedores o compradores, sólo se hace dentro de cierto margen, hacia arriba o abajo, respecto al nivel medio general de precios representado por la conjunción de las líneas de oferta y demanda de un punto dado. Vale decir, dicho margen de fluctuación de los precios estará limitado normalmente, por el costo de producción y el margen de utilidad del intermediario: dentro de estos límites la parte vendedora o compradora obtendrá una posición de precios más ventajosa de acuerdo con la relación oferta-demanda anteriormente señalada.

b. Mercado en relación a la fecha de las transacciones: Con ello se quiere significar la diferencia existente entre el mercado presente o del día, respecto al mercado de futuros, lo cual es corriente en las bolsas de granos.

El mercado del día o presente, se refiere a cotizaciones de precios para transacciones que se realizarán de inmediato o casi de inmediato. El mercado de futuros, se refiere a cotizaciones de precios y compromisos de compra-venta para fecha futura. Vale decir, por ejemplo, el 1o. de febrero de 1968, el señor X ofrece vender para el 1o. de junio de 1968, 1000 toneladas de maíz a un precio de US $ 60.00 por tonelada. El señor A, desea comprar dicho maíz para esa fecha a US $ 50.00 la tonelada. De acuerdo con la cotización del día de US $45.00 la tonelada, según el promedio de transacciones efectuadas ese 1o. de febrero, y sabiendo que los costos normales de almacenaje entre febrero y junio serán como de US $ 10 por tonelada, realizan el acuerdo de compra-venta por US $ 55 la tonelada, a entregarse el 1o. de junio. Este es el tipo de operaciones de un mercado de futuros, el cual es común en abonos y otros productos no perecibles, de producción muy estacional y susceptible de almacenarse en buenas condiciones. Tales son los Grain Exchange en USA, y las Bolsas de granos de Argentina, por ejemplo, donde se llevan a efecto en locales apropiados, las transacciones del día y de futuros.

c. Mercados en relación con las características de la competencia. Un mercado donde los compradores y vendedores actúan sin trabas de ninguna especie, en activa competencia, y donde los precios se determinan por la acción de estos dos grupos de intereses, es lo que se denomina un mercado libre. Es aquí donde se observan las características inherentes a la competencia perfecta, que define la teoría económica.

En cambio, en un mercado donde uno de los grupos interesados, ya sea de vendedores (agricultores), o los compradores (comerciantes), adquiere cierta hegemonía como para influir en los precios premeditadamente, se tiene un mercado con tendencias monopólicas o monopsónicas, según sea el caso. Es aquí donde se comprueba una situación de competencia imperfecta.

Por último, en aquellos mercados donde el Estado ha fijado los precios, es un mercado intervenido. El grado de intervención puede ser muy variable, ya sea que se trate de precios de sustentación, lo cual permite cierto margen de competencia, y precios máximos o únicos, que normalmente no permiten flexibilidad alguna.

Los tres tipos de mercados se presentan en los diversos países latinoamericanos, e incluso existen en un mismo país simultáneamente, para diversas clases de productos agropecuarios.

Los mercados negros, son una variante o consecuencia de los mercados intervenidos. Con este nombre se designan aquellas transacciones realizadas al margen de los precios oficiales establecidos.

d. Mercados según tipo de comercio. Esto se refiere a la clasificación más conocida de los mercados según predominan en ellos las operaciones mayoristas o al detalle: mercados mayoristas o al por mayor, y mercados detallistas o al por menor. Dada la gran importancia de ellos, se tratarán en forma especial por separado.

e. Mercados según ubicación. De acuerdo con la localización de los mercados, se habla de mercados locales o de acopio, cuando éstos están en las áreas de producción y realizan principalmente el proceso de concentración de la producción.

Mercados principales, terminales o centrales se denominan aquellos situados en los centros consumidores de envergadura: son los típicos mercados mayoristas o mixtos existentes en gran parte de las capitales o ciudades grandes de latinoamérica , y que generalmente, son los que fijan el precio base de referencia para todo el país. Mercados de exportación o de embarque , son aquellos terminales ubicados en los puertos, por los cuales se realizan principalmente las exportaciones.

Fuera de los mercados anteriormente mencionados, existen los llamados "mercados elaboradores" o "industriales", que corresponde a la industria que utiliza materia prima agropecuaria. También, de acuerdo con su localización se habla de mercados elaboradores regionales, respecto a aquellos ubicados en las zonas de producción, de las cuales obtienen la materia prima, la que una vez elaborada total o parcialmente, se envía a los centros de consumo. Los mercados elaboradores llamados centrales o terminales , corresponden a la industria establecida en las ciudades, alejados generalmente de la zona de producción de la materia prima agrícola. Se llaman también mercados elaboradores secundarios, aquellos que utilizan una materia prima ya elaborado o semi-elaborado. Ejemplo de ello es la industria panificadora que no usa el trigo directamente, sino en forma de harina.

En algunos países (USA, Europa especialmente) existen mercados denominados primarios y secundarios, donde se realizan transacciones mayoristas: el producto pasa por el mercado primario (terminal) donde, en general existen mayoristas muy grandes, que trabajan con volúmenes equivalentes a carros de FF.CC. o camiones enteros; éstos venden a su vez, a mayoristas más pequeños, que forman el mercado "secundario" jobbers market en USA que trabajan con volúmenes menores a una carga completa. Estos últimos venden a su vez, a detallistas.

f. Mercados mayoristas. Esta clase de mercados donde se realizan transacciones al por mayor, se denominan locales de acopio o de áreas de producción, cuando están ubicados en las zonas agrícolas, realizándose en ellos parte importante de proceso de concentración o acopio.

Cuando el mercado mayorista está en las grandes ciudades se denomina mercado mayorista terminal y central o de distribución*. Las bolsas de granos o de otros productos, son mercados mayoristas terminales o centrales. Algunos son de exportación o embarque, como la Bolsa de granos de Buenos Aires, por ejemplo.

En América Latina predomina el tipo de mercado mayorista central. Sólo en una parte de los países del área tienen importancia los mercados mayoristas de acopio, como es el caso de las Ferias de Ganado en Argentina y Chile, por ejemplo. Son algo más comunes los mercados elaboradores regionales o locales, que en realidad no son "mercado" propiamente tales, sino que industrias, habitualmente una sóla o pocas firmas, ubicadas en un área de producción, como es el caso de enlatadoras de frutas y hortalizas, molinos arroceros o trigueros, o mataderos frigoríficos (rastros) locales.

Los mercados mayoristas pueden operar, en cuanto al sistema de transacciones, de dos maneras principales: sin subasta pública (compra-venta en privado), o mediante sistemas de subasta pública o remate. En Latinoamérica es muy escasa la compra-venta por subasta pública en los mercados mayoristas de productos agropecuarios.

Las ventajas de la subasta pública, en mercados mayoristas son los siguientes:

- Facilita el contacto directo de un elevado número de vendedores y compradores.
- Se llega a un precio de transacción con gran celeridad.
- Permite que se efectúen transacciones entre una gran cantidad de vendedores y compradores en un corto lapso de tiempo.
- Los precios pagados y las calidades de los productos transados son conocidas de inmediato y simultáneamente por todos los compradores y vendedores dentro del local del mercado mayorista, y aún en todo el "mercado" del país, si existe un sistema adecuado de información comercial.
- Una elevada cantidad de productos pasa de manos de los vendedores a los compradores en un corto plazo de tiempo.
- Permite que se lleven estadísticas muy detalladas sobre precios diarios pagados, por cada producto, variedad y calidad, y respecto a las cantidades de productos transados.

* Término reñido con el concepto de distribución, que en mercadeo se asimila a la función detallista.

-Tiene un efecto educativo en los agricultores que pueden apreciar fácilmente las diferenciales de precios pagados de acuerdo con cada calidad de producto.
-Facilita enormemente el establecimiento de un buen servicio de información de mercados.
-Puede ayudar a introducir más fácilmente sistemas de clasificación uniformes (normalización) para los productos y para los envases o empaques de los mismos.
-Al activar la competencia entre los compradores, propende a la eliminación de los comerciantes ineficientes.
-Ayuda a la disminución de los costos de comercialización en mercados poco desarrollados o ineficientes.
-Ahorra tiempo a productores e intermediarios.
-Hay mayor seriedad, por lo general, en los pagos de la mercadería pues la agencia subastadora se hace responsable de ellos.

De lo anterior se deduce que las ventajas del sistema de ventas por subastas públicas son muchas, especialmente para productos agrícolas perecibles, como frutas y hortalizas, donde es conveniente reducir al máximo el tiempo de las transacciones.

Debe destacarse, sin embargo, que las subastas públicas, si no se aplica el sistema debidamente, pueden inducir a serias deficiencias en el mercadeo de los productos y ampliar los márgenes de comercialización en lugar de reducirlos, particularmente si no hay un control adecuado sobre las firmas subastadoras o los subastadores (martillieros) mismos, así como en los agentes que suelen representar a los agricultores en los remates.

Los sistemas de subasta pública son esencialmente dos: el de cotización ascendente de precios, y el de cotización descendente. El primer sistema es el más común en el mundo y el único aplicado en países de América Latina.

El sistema de cotizaciones ascendentes de precios es aquel donde el martillero (subastador o rematador), va asignando el producto al comprador que ofrece un precio más elevado. El sistema de cotización descendente, utilizado en los países Bajos y Alemania (llamado también "sistema holandés de subasta"), es aquel en donde el martillero (en este caso la persona que controla un reloj cuyo indicador gira en sentidos descendente de los precios marcados con él) va indicando precios cada vez más bajos. El postor que cotiza primero (oprime un botón que detiene el indicador del reloj), se lleva la mercadería al precio en que detuvo la marcha del reloj.

Hay opiniones contradictorias respecto a la utilidad relativa de estos dos sistemas de subasta. El sistema Holandés puede ser más rápido, pero el tradicional aparentemente incita, por la animación del momento, a que se paguen precios algo más elevados.

Los productos agropecuarios en donde se aplica mayormente el sistema de subastas son las frutas y hortalizas, ganado y aves, productos lácteos (quesos, mantequilla), pescados, mariscos y tabaco, aún cuando también se utiliza en ciertos países (Chile, por ejemplo) para los granos y leguminosas.

Las estadísticas muestran, en el caso de USA, por ejemplo, que en 1937 existían 1317 subastas para ganado y en 1955 éstas ascendían a 2.322. La tendencia en cuanto a subastas de frutas y verduras muestran sin embargo, una declinación en los últimos años, debido principalmente a mejor información comercial, basada en las subastas existentes en centros de acopio y consumo más importante.

En Latinoamérica, sólo en Chile y en Argentina el sistema de subastas es aplicado ampliamente en ciertos productos agropecuarios. En el caso chileno existen sistemas de subasta en el mercado terminal de hortalizas y ciertas frutas en Santiago (2 mercados de subasta a cargo de la Municipalidad); hay más de 80 ferias de ganado a cargo de firmas subastadoras particulares, que también tienen subastas de leguminosas, cereales, quesos, papas, pasto seco para ganado, carbón, y otros productos de menor interés.

F. Análisis Funcional del Mercadeo

Como fue mencionado anteriormente, el análisis funcional de los procesos comerciales tiene por objeto estudiar cada una de las actividades especializadas, que en el agregado, conforman la estructura comercial que une al productor agrícola en su finca, con el consumidor final de las concentraciones urbanas e industriales. A cada una de estas actividades especializadas, las llamaremos funciones comerciales o de mercadeo.*

Las funciones comerciales confieren utilidad económica a los productos. Utilidad en economía es "el proceso de transformar o controlar los bienes y servicios, con el fin de que éstos pueden satisfacer en mejor forma las necesidades humanas".

Se han establecido, en la teoría económica, cuatro clases de utilidad, a saber:

1. Utilidad de lugar
2. Utilidad de tiempo
3. Utilidad de forma
4. Utilidad de posesión

1. Utilidad de lugar. Por el simple hecho de producir tomates en algún alejado valle andino, de esta producción no se obtiene mayor satisfacción económica (fuera del pequeño consumo local) si no se coloca en el mercado consumidor

* Algunos autores denominan "servicios" a las funciones, y a los procesos comerciales los llaman "funciones".

situado, por ejemplo a 250 kilómetros de distancia. Es esencial que se "agregue" a esta producción utilidad de lugar mediante la función comercial de transporte para que pueda considerarse como realmente producida en el sentido económico.*

2. Utilidad de tiempo. En época de cosecha de granos, normalmente existe un sobrante de producción, respecto a las cantidades necesarias en ese momento para satisfacer el consumo, por otra parte, se mantiene durante el resto del año: será necesario, entonces, proporcionar utilidad de tiempo al sobrante de granos, mediante las funciones de almacenaje y de financiamiento, en especial, para que esta oferta estacionalmente desproporcionada, pueda satisfacer la demanda anual que es más uniforme.

3. Utilidad de forma. Tiene dos aspectos principales; el más fácil de comprender, se relaciona con la función de elaboración: el trigo en su forma de grano, satisfacer en forma limitada el consumo, debe agregársele utilidad de forma, mediante la molienda y panificación, antes de que pueda ser utilizado como el consumidor lo desea.

Otro de los alcances de utilidad de forma, está relacionado con la función de clasificación de los productos. En este caso se obtiene la maximización del grado de satisfacción de las necesidades humanas, si el producto se presenta al público en diversos grupos de precios, según calidad; ello permite que fracciones más amplias de la población puedan ver satisfechas sus demandas respectivas: los grupos de altos ingresos, compran un producto de mejor presentación, los grupos de ingresos bajos pueden a su vez comprar el producto a menor precio, aún cuando su presentación no sea tan aceptable, aún cuando normalmente son de similar valor alimenticio.

4. Utilidad de posesión. Para que se realice el proceso comercial desde la finca al consumidor final, es necesario que durante cada una y todas las etapas o canales de éste, los productos tengan "dueño", alguien con derecho de posesión sobre ellos. La función de compra y venta, que se realiza a menudo en forma repetida a través de los canales comerciales, es la encargada de dar y mantener la utilidad de posesión a los productos.

Además de las funciones que típicamente corresponden a cada utilidad, hay otras que ayudan a que dichas funciones se puedan realizar convenientemente: tal es el caso de la función de empaque, que facilita el transporte, el almacenaje en algunos casos, y la compra-venta en otros. La función de financiamiento, facilita también la ejecución de gran parte de las demás funciones comerciales, lo mismo ocurre con la función de aceptación de riesgos, información comercial, etc..

* En forma resumida: "producción" es la creación de utilidad económica.

Debe señalarse, respecto a las funciones comerciales, que la lista de ellas acusa cierta variación entre los diversos autores de mercadeo, de acuerdo con el criterio empleado para hacerlas. Estas disparidades van desde las 11 funciones que señala H.C. Taylor /27 hasta Henry H. Bakken /2 quien considera que existe una sola función comercial propiamente tal.

Una de las listas de funciones más apropiadas es la indicada por R.D. Tousley, E. Clark y F.E. Clark /28 y por R.L. Kohls, /14 y que es la siguiente, con ciertos agregados:

a) Funciones de intercambio:

1) Compra y venta
2) Determinación de precios*

b) Funciones físicas:

1) Almacenaje
2) Transporte
3) Empaque*
4) Elaboración*

c) Funciones auxiliares:

1) Clasificación y normalización
2) Financiamiento
3) Asunción de riesgos
4) Información comercial

A la lista de funciones de los autores anteriormente indicados, se han agregado aquellas señaladas con asterisco, por su importancia en el mercadeo de productos agropecuarios y presentar características de especialización similares a las de otras funciones.

G. Funciones de intercambio

Estas funciones constituyen un elemento indispensable dentro de la comercialización, pues de ellas se deriva la posibilidad que se efectúen las demás. Es corriente que estas funciones de intercambio se repitan varias veces en los canales o circuitos comerciales.

1. Compra y venta. Es la función de intercambio mediante que se realiza cuando los vendedores y compradores se ponen de acuerdo en cuanto a un precio y se lleva a efecto la transferencia de propiedad de los productos. No basta que existan agricultores con deseos de vender sus productos, ni tampoco que haya un interés de comprar por parte de los intermediarios o del público consumidor: para que exista transferencia de los productos, es necesario que ambas partes se pongan en contacto y acuerden los términos de la transacción.

De acuerdo con este planteamiento, existen diversos métodos de compra-venta, los cuales están por lo general muy relacionados con el grado de desarrollo de los sistemas comerciales. Estos métodos de compra-venta son los siguientes: (a) por inspección, (b) por muestra y (c) por descripción.

a. Compra-venta por inspección. En los mercados mayoristas mixtos de Latinoamérica, el sistema de transacción típico para hortalizas frutas u otros productos, es aquel en que el agricultor los lleva personalmente al mercado, plaza o feria del pueblo o ciudad y ahí se pone en contacto con los compradores, ya sean estos intermediarios mayoristas, minoristas o público consumidor. La transacción se realiza después que los compradores interesados inspeccionan el producto ofrecido en venta y se discute, algún tiempo, respecto al precio. Aún en los escasos mercados mayoristas, con subasta pública que existen en América Latina -donde incluso el productor no va directamente al mercado, sino que utiliza los servicios de comisionistas o consignatarios,- se mantiene la práctica de inspección directa por parte del comprador, o su representante, de los productos antes de adquirirlos o cotizar precios en la subasta. Esto es lo que se denomina compra-venta por inspección. Este método primitivo de hacer transacciones requiere:

-La presencia física, en un lugar determinado (mercado o feria generalmente), tanto del vendedor como del comprador o de sus respectivos representantes. La carga objeto de la transacción debe ser examinada en su mayor parte, para estar seguro el comprador de su calidad y cantidad exacta.

-La presencia física en lugar de transacción de la cantidad total del producto que se va a negociar.

Este sistema obliga, entonces, que casi la totalidad de la producción pase por mercados o ferias para su examen o inspección, antes que siga su trayectoria por los circuitos comerciales.

Todo lo anterior involucra pérdidas considerables de tiempo, tanto a vendedores como a los compradores, y esta demora contribuye a provocar pérdidas de calidad en los productos perecibles, además que obliga a veces a hacer un gasto extra de transporte.

Debido en gran medida a este sistema de compra-venta, y no obstante existir subasta pública, se ha estimado en el mercado mayorista de hortalizas en Santiago de Chile, que el productor situado en un radio de menos de 30 kilómetros de la ciudad, pierde prácticamente casi 24 horas en ir y volver de dicho mercado, cuando vende ahí sus productos hortícolas. De este tiempo, sólo 1 a 2 horas corresponden al viaje y el resto, a la demora dentro del mercado.

b. Compra-venta por muestra. Este sistema de realizar las transacciones comerciales de los productos agropecuarios, es comúnmente empleado en algunos países de América Latina, especialmente en el mercadeo de cereales y leguminosas, vinos, quesos y algunos otros productos no perecibles: quienes lo utilizan son generalmente los propios comerciantes o agentes comisionistas en las transacciones que realizan entre sí; raramente se efectúa entre el agricultor y un comerciante. Mediante este sistema, el comisionista o comerciante de la ciudad o zona agrícola A por ejemplo, envía una muestra (½ kilogramo de trigo, 1 botella de vino o un queso) de un artículo al comerciante de la ciudad B, junto con la oferta de venta, cantidad y precio. Este último comerciante, en base a las muestras recibidas (incluso de otros vendedores también), entra a regatear el precio del producto que más le interesa hasta llegar a un acuerdo con el vendedor, realizándose de este modo la transacción. Este método de compra-venta tiene las siguientes características esenciales:

-No requiere que el comprador y vendedor tengan que reunirse en un punto determinado para negociar: basta un cable, el teléfono o una carta.

-El producto total ofrecido en venta no se moviliza, sino que sólo una ínfima fracción de él, lo cual disminuye costos de transporte y pérdidas de calidad en ciertos casos.

-Se ahorra una considerable cantidad de tiempo: las muestras, incluso, pueden enviarse por vía aérea.

-El sistema requiere un grado de confianza bastante elevado entre las partes contratantes.

Este método constituye un grado más avanzado de los sistemas usados para realizar las transacciones, en relación con la compra-venta por inspección. Aún cuando para algunos productos agrícolas y pecuarios, esta modalidad es usada en ciertos países latinoamericanos, todavía existe en la mayor parte del área, amplia oportunidad de introducir el sistema y lograr así un avance importante en el desarrollo de los sistemas de mercadeo.

c. Compra-venta por descripción. Un ejemplo típico de la aplicación de este sistema es el siguiente: El comisionista X (que adquiere productos por cuenta de terceros) situado en un mercado mayorista de Pampano Beach, Florida, recibe un cable de una firma de supermercados de New York, en el cual brevemente se especifica en una lista el nombre de las frutas y hortalizas, la cantidad y calidad que se desea para cada una de ellas, este último de acuerdo con la clasificación federal, y el máximo precio a pagar. En base a ésto, el comisionista va al mercado de Pampano Beach y adquiere estos productos rápidamente, inspeccionando las muestras de las cargas llevadas por los agricultores aquel

día, las cuales ya están clasificadas. Otro ejemplo sería el de un importador de manzanas en New York, quien envía un cable a un exportador de Valparaiso Chile estableciendo:

20.000 Richard Delicious, Extra Fancy, precio X.
10.000 Yellow Newton, Fancy, precio Y.

Ello significa que desea se le envíen 20.000 cajas (se sabe ya el número de manzanas que hay de esa calidad por caja) de manzanas de la variedad R. Delicious calidad Extra Fancy, pues se conocen también las características de las manzanas Extra Fancy en cuanto a tamaño, color y estado, e igual cosa respecto a la calidad Fancy, pues corresponden a un sistema de clasificación normalizada en el Comercio Internacional Chileno para esta fruta. Igual cosa sucede respecto al empaque usado, cuyas características también están normalizadas.

La compra-venta por descripción, entonces, se distingue por:

-No requerir la presencia física de los compradores y vendedores en un punto determinado.

-No ser necesaria la presencia del producto o de una parte de éste para conocer exactamente sus características.

-Ser un sistema extremadamente rápido de compra-venta, de particular interés en el caso de productos perecederos.

-Requerir la existencia de un sistema de clasificación normalizada para los productos.

-Requerir un alto grado de confianza entre las partes, o en su defecto, la existencia de un cuerpo oficial de inspectores que certifiquen calidades.

La determinación del precio, (descubrimiento del precio según algunos autores), es una etapa específica, de importancia en el intercambio de los productos. Aún cuando muchos autores no la clasifican como función comercial, sin embargo constituye también un elemento que posee características definidas y propias, y es susceptible de analizarse separadamente de las demás funciones.

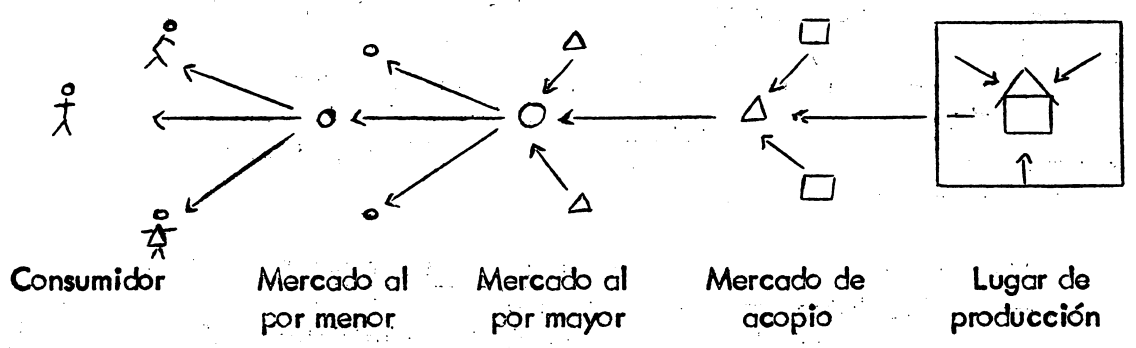
Existen diversas modalidades de determinación de los precios en las transacciones que se realizan habitualmente en los circuitos o canales comerciales. La más común y ampliamente utilizada en América Latina es la determinación de precios en privado, mediante la cual cada comprador y vendedor determina el precio de transacción mediante contacto directo. Este sistema de llegar a un acuerdo sobre precios involucra cierta pérdida de tiempo y normalmente, el resto de los compradores y vendedores desconocen sus términos.

El otro sistema de determinar precios es la subasta pública, en la cual se llega a un precio mediante las cotizaciones públicas de todos los interesados en comprar. Es un sistema rápido que permite, además, la más amplia difusión de los términos de la negociación.

La otra manera de determinar precios, es el establecimiento de precios oficiales, por parte del gobierno o a través de acuerdos de vendedores y compradores, lo cual es una forma de acuerdos colectivos, que pueden ser elementos positivos o negativos en la comercialización dependiendo del uso que se haga de esta modalidad y forma de aplicarla.

H. Funciones Físicas

1. Funciones del transporte. /34 La comercialización de los productos agrícolas tiene como objetivo principal el levantar un puesto entre la producción y el consumo de los productos agropecuarios. Con respecto al tiempo, este puente está representado por el almacenamiento; con respecto a la condición del producto, por la elaboración y con respecto al espacio o a las distancias, por el transporte. En esta forma, el transporte es una de las funciones principales de la comercialización y es esencial para transformar una producción de autoconsumo en una producción comercial. El transporte vincula diferentes lugares y organismos de comercialización. El esquema siguiente explica las distintas funciones del transporte en el mercadeo de los productos agrícolas:



El problema del transporte empieza en la finca del productor, quien trae los productos del campo al punto central de su casa. De allí, en general, los transporta al mercado de acopio, de donde son llevados al mercado al por mayor, etc.. En esta forma por medio del transporte los productos son concentrados en los mercados al por mayor y después distribuídos hasta el consumidor. El transporte entre los diferentes lugares se tiene que realizar por diversos medios tales como: mula, camión, ferrocarril, etc.; pero, para cumplir

bien esta fuención de mercadeo, tiene que llevarse a cabo, bajo las siguientes condiciones:

Rapidez. Esta es importante especialmente para productos perecederos como frutas, verduras y leche.

Regularidad. También es importante para productos perecederos, debido a que no pueden almacenarse durante un periodo muy largo.

Volumen apropiado. Importante para muchos productos voluminosos como: algodón, yuca, papa, etc., porque el trasporte en pequeñas unidades resulta demasiado caro.

Costo razonable. Necesario en general, para no recargar el valor del producto y presentarlo a precios razonables al consumidor final.

Apropiado para el producto específico. Como la leche, carne, etc. que necesitan medios de trasporte especiales, como carro-tanque, carros con refrigeración, etc.

2. Problemas especiales del trasporte de productos agrícolas. Trasportar productos agrícolas es en general más difícil que trasportar productos industriales o productos de explotación minera. Esto se debe a ciertas características pecualiares de los productos agrícolas. Primero se tiene que mencionar la gran distancia entre el lugar de producción y el de consumo. Claro que con respecto a los costos de trasporte, el sitio más cercano a la ciudad sería el más favorable; pero con respecto al lugar óptimo de producción, quizás se tienen que buscar tierras apropiadas, lejos de los centros de consumo. Otro problema, es que muchos productos agrícolas son muy voluminosos y, por lo mismo, ocupan grandes espacios al ser trasportados, como por ejemplo, la yuca, el plátano, etc., cuya unidad de carga tiene un valor relativamente bajo.

Ya se ha mencionado, que muchos productos perecen rápidamente, lo que dificulta su trasporte. Sobre distancias muy largas, es el caso por ejemplo, del plátano, el tomate, la leche, etc. En general el trasporte de productos industriales se efectúa de la siguiente manera: un camión llega, por ejemplo cada dos meses a una fábrica, carga allí su cupo completo y lo lleva a un almacén de la ciudad.

Este proceso es muy diferente en la producción agrícola, debido a la estacionalidad de la misma, lo que implica gran demanda de unidades de trasporte en una determinada época del año; quedando luego los vehículos subutilizados, viéndose obligados a trasportar productos en otras regiones. Hace también difícil el trasporte, las pequeñas cantidades producidas en unidades mínimas de producción, teniendo que acopiar primero el producto en un punto central. Pero además de las cantidades pequeñas, la producción agrícola está distribuída sobre un área muy amplia, factor que dificulta más la concentración de la producción en un punto central de acopio. Todos estos tópicos tienen que considerarse, cuando se planea la organización, las facilidades de trasporte y la infraestructura respectiva.

3. Los diferentes medios de transporte. Como ya se dijo, hay diferentes medios de transporte según las diversas áreas de producción y los productos allí encontrados. De cada uno de los medios de transporte como camiones, mulas, canoas, buques, ferrocarril o el avión se hace uso en distancias determinadas y para productos especiales. En la primera etapa del transporte desde el campo hasta la casa de la finca se utiliza muchas veces la mano de obra o animales como mulas, caballos, llamas, etc. La capacidad de estos medios es de unos dos bultos y la rapidez es muy baja. Pero por los reducidos costos, éstos son los medios más usados al nivel del productor. En economías más avanzadas y en fincas más grandes empieza el uso del tractor con vagón o en plantaciones grandes tales como de fique o caña de azúcar se usan ferrocarriles desmontables. La utilización de estos medios depende siempre de un volumen bastante grande a transportar y de la dispersión del cultivo sobre un área relativamente pequeña. La segunda etapa es el transporte entre la finca y el mercado de acopio. En muchas regiones subdesarrolladas se hace ese transporte también con animales, como mulas, unas veces hasta distancias de 20 a 30 kilómetros. En muchas zonas de colonización o zonas selváticas se usa para dicho transporte canoas o lanchas que pueden tener una capacidad promedia de 3 toneladas y una velocidad de transporte de 10 a 15 kilómetros.

Cuando está bien organizado, este último transporte puede resultar barato. Sólamente en regiones con una infraestructura buena llegan camiones hasta las fincas. Pero en general, el transporte automotor requiere tres condiciones:

a. Volúmenes grandes por finca.
b. Distancias cortas entre fincas diferentes.
c. Caminos vecinales en buen estado.

En general, la distancia entre el lugar de acopio y el mercado al por mayor es la más larga. En esta etapa pueden competir el camión, el ferrocarril, la navegación fluvial y el transporte áereo. Según la infraestructura y los productos a transportar, cada uno de los medios puede resultar más vaforable. Por ejemplo en Colombia, entre Leticia y Bogotá el pescado se transporta en avión; en el Río Meta se transporta el ganado en remolcadores; en la Costa Pacífica, entre Guapí y Buenaventura, el cabotaje es el único medio de transporte posible para traer los cocos al mercado al por mayor. Entre Bogotá y la Costa Atlántica, tres medios de transporte están en competencia: la navegación fluvial en el Río Magdalena, el ferrocarril del Atlántico y el transporte terrestre por la carretera Bogotá-Bucaramanga-Santa Marta.

Qué característica tienen los diferentes medios de transporte? Un factor importante es la flexibilidad. El camión por ejemplo es mucho más flexible que el ferrocarril o la navegación fluvial. Esta es una de las razones por las cuales el camión se usa más para distancias relativamente cortas y el ferrocarril y remolcadores o buques para distancias largas. En 1962 en Colombia la distancia promedia de los transportes por ferrocarril era 204 kilómetros (111-4-98) aunque no existen datos estadísticos, se puede estimar que la distancia promedia del transporte en camiones varía entre 50 y 100 kilómetros. Entre Bogotá y la Costa predominan todavía la navegación y el ferrocarril aunque ya existe la carretera. Entre Bogotá, el Tolima y Huila existe una línea ferroviaria; sin embargo,

predomina el transporte en camiones. También las capacidades grandes del ferrocarril y de los remolcadores se pueden utilizar mejor, sólamente en viajes más largos. Además se tiene que decir que casi siempre el ferrocarril necesita el servicio automotor a cortas distancias para concentrar un volumen grande en la estación. El avión también está apropiado sólamente para largas distancias y productos de alto valor y un volumen relativamente pequeño, como pescado, carne, etc.. Los costos de transporte como factor importante serán analizados en el punto No. 5

4. La infraestructura. El uso de diferentes medios de transporte depende en gran escala de la infraestructura de una región, la que está caracterizada por:

a. Diferentes clases de carreteras
b. Caminos vecinales
c. Líneas ferroviarias
d. Puertos marítimos
e. Aeropuertos
f. Ríos navegables
g. Extensión de la línea costera

Los puntos a) hasta c) necesitan inversiones de capital, mientras que f) y g), son de origen natural. Cuando se quiere desembotellar una región nueva, sin medios naturales de transporte, con carreteras o líneas ferroviarias, se hace la pregunta: Qué tiene preferencia, una carretera larga que llegue hasta el centro de la región, o una red de carreteras cortas en una zona limitada? Se tiene que decir, que muchas veces se ha dado demasiada importancia a las conexiones largas, que sirven en realidad sólamente para una zona muy restringida a lo largo del camino. Al contrario en una región pequeña, pero bien comunicada por una carretera troncal y varios caminos vecinales, puede desarrollarse un intercambio regional y una especialización de la producción. También debe considerarse cómo se pueden complementar los diferentes factores de la infraestructura, por ejemplo, para la distancia larga al centro del consumo se construye la línea ferroviaria y para concentrar la producción y desembotellar las zonas de la región se construyen carreteras cortas.

5. Los costos de transporte /32

a. El costo de diferentes medios de transporte. La diferencia entre los diversos medios de transporte puede verse en el cuadro siguiente:

Costos promedios para diferentes tipos de transporte en América Latina.

Tipo	Us$/ton./km.	$col./ton./km.
Navegación marítima	0.0005	0.0080
Cabotaje	0.0180	0.2800
Navegación fluvial, remolcadores	0.0030	0.0480
Navegación fluvial, canoas	0.2000	3.2000
Ferrocarril	0.0200	0.3200
Carretera, camión	0.0800	1.2800
Caminos vecinales, camión	0.2000	3.2000
Mulas	0.5000	8.0000

Fuente: Unión Panamericana /32
Los datos para mulas y canoas fueron obtenidos por el autor de este artículo.

El transporte más barato es la navegación marítima. Se tiene que anotar además que el cabotaje es más caro que la navegación fluvial con remolcadores, fenómeno que depende principalmente de los altos costos de los puertos marítimos. La manera como la capacidad y la distancia influyen en los costos se puede ver comparando los costos para remolcadores en $col. 0.048 y canoas en $col. 3.200. Los primeros tienen capacidad hasta 800 toneladas y recorren distancias de 400 a 800 kilómetros, al contrario las canoas sólamente cargan hasta 3 toneladas y recorren un máximo de 80 a 100 kilómetros. Una relación similar existe para el transporte con camiones en carreteras y caminos vecinales. El transporte más caro es con mulas, que vale en promedio tres veces más que el transporte con canoas o camiones.

Es importante anotar que los costos para canoas son iguales a los costos para camiones en caminos vecinales. Esto muestra, que por ejemplo en zonas de colonización la construcción de caminos no tiene que ser siempre la mejor y más económica solución.

b. Costo-beneficio de una carretera. Un aspecto muy importante es el cálculo de una relación costo/beneficio para la construcción de una nueva carretera en zonas rurales. Este cálculo se puede efectuar especialmente para nuevas zonas de colonización. La base de este cálculo es que los costos de la carretera deben tener alguna relación satisfactoria al beneficio creado. Este beneficio es en este caso el ingreso neto del agricultor. Comparando el ingreso neto por tonelada con los costos de la carretera por tonelada (del

respectivo producto agrícola) en zonas de colonización, el primero debe ser por lo menos el doble del segundo. El precio del producto agrícola, menos los costos de producción, menos los costos de transporte dá el ingreso neto; al otro lado, el costo de la carretera está compuesto por: amortización, interés de capital y mantenimiento. Todas las cifras se tienen que reducir a la tonelada. El cálculo será entonces el siguiente:

$$IB/C = \frac{M - P - T}{\frac{A}{V}}$$

IB/C = Factor "costo beneficio"
M = Precio del mercado, por tonelada
T = Costos del transporte, por tonelada
A = Costos anuales de la carretera
O = Volumen anual de transporte

El ejemplo siguiente se refiere a una zona de colonización en el sur de Colombia, en el Caquetá /35. Entre los pueblos, "Morelia y Valparaiso", se quiere construir una carretera, que tendrá una longitud de unos 40 kilómetros. El costo de construcción por kilómetro es de $ 165.000 aproximadamente.

Amortización : $165.000 50 años	=	$	3.300
Interés de capital : 12% de $ 82.000	=	$	9.850
Mantenimiento :	=	$	3.300
Total	=	$	16.450

El costo para una carretera de 40 kilómetros será entonces $ 658.000.

En la zona de Valparaiso, los cultivos comerciales son principalmente arroz y maíz. El precio promedio (ponderado entre arroz y maíz) es de $ 1.100 tonelada, los costos de producción de $ 780, y los costos de transporte serán para una distancia de 40 kilómetros de 42 aproximadamente.

En la zona de Valparaiso hay aproximadamente 500 colonos, produciendo cada uno en promedio 8 toneladas entre arroz y maíz; a este volumen se puede añadir un 10 por ciento como carga de compensación. El volumen anual para el transporte será entonces de 4.400 toneladas.*

* Cabe considerar aquí que a lo largo de la nueva carretera, se establecerá una nueva producción.

El cálculo final es como sigue:

$$IB/C = \frac{1.100 - 780 - 42}{\frac{658.000}{4.400}} = \frac{278}{149} = 1.85$$

En este caso no se ha logrado un IB/C de 2, que se considera como mínimo para zonas de colonización.

Ahora se debe invertir la fórmula indicada, cuál será el volumen mínimo de producción de la zona de Valparaiso para justificar la construcción de la carretera?

$$V = \frac{IB/C.\ A}{M - P - I}$$

$$V = \frac{2.658.000}{278} = \frac{1.316.000}{278} = 4.740 \text{ (ton)}$$

El volumen mínimo para el transporte será de 4.740 toneladas*; cuando la producción es menor, la construcción de la carretera no se justificará.

c. El costo de transporte en camión. En los costos totales, se distribuye siempre entre dos grupos: costos fijos pertenecen por ejemplo, amortización e interés de capital del valor del camión, el seguro, salario del chofer, etc. al otro lado, los costos variables pueden ser gasolina, aceite, cargar y descargar, peaje, etc. Todos los costos se tienen que calcular por tonelada y por kilómetro.

El ejemplo siguiente se refiere a un camión con una capacidad de 8 toneladas.

El valor de este camión es de unos	$ 120.000	
Amortización : 120.000 : 5 años		24.000
Interés de capital ; 12% de $ 60.000		7.200
Seguro anual		4.000
Salario del chofer: $ 2.000 + 30% prestaciones sociales: 12 meses		31.200
Total		66.400

* Generalmente 10 por ciento carga de compensación.

Este camión hace un promedio recorrido anual de 18.000 kilómetros. Aunque en la ida del recorrido, el camión está cargado completamente, la carga de compensación es de 2 toneladas sólamente; entonces la utilización promedia de la capacidad es de 5 toneladas. Los costos fijos por tonelada y kilómetro son entonces $ 0.736.

Como costos variables se pueden estimar:

Combustibles y aceites:	$ 0.05	/km/	ton.
Reparaciones, mantenimiento	0.07	"	"
Costos en terminal	0.04	"	"
Total	$ 0.16	"	"

El flete que se cobra en promedio es de $ 0.96 por tonelada y kilómetro. La estructura final de los egresos e ingresos será entonces:

Ingreso bruto		$/ton./km
		0.96
Costos fijos	0.74	
Costos variables	0.16	
Costos totales		0.90
Ingreso neto		0.06

Después de este cálculo se tiene que analizar la influencia que tienen varios factores en los costos de transporte. Los 2 variables más importantes son:

a) El recorrido anual
b) La utilización promedio de la capacidad.

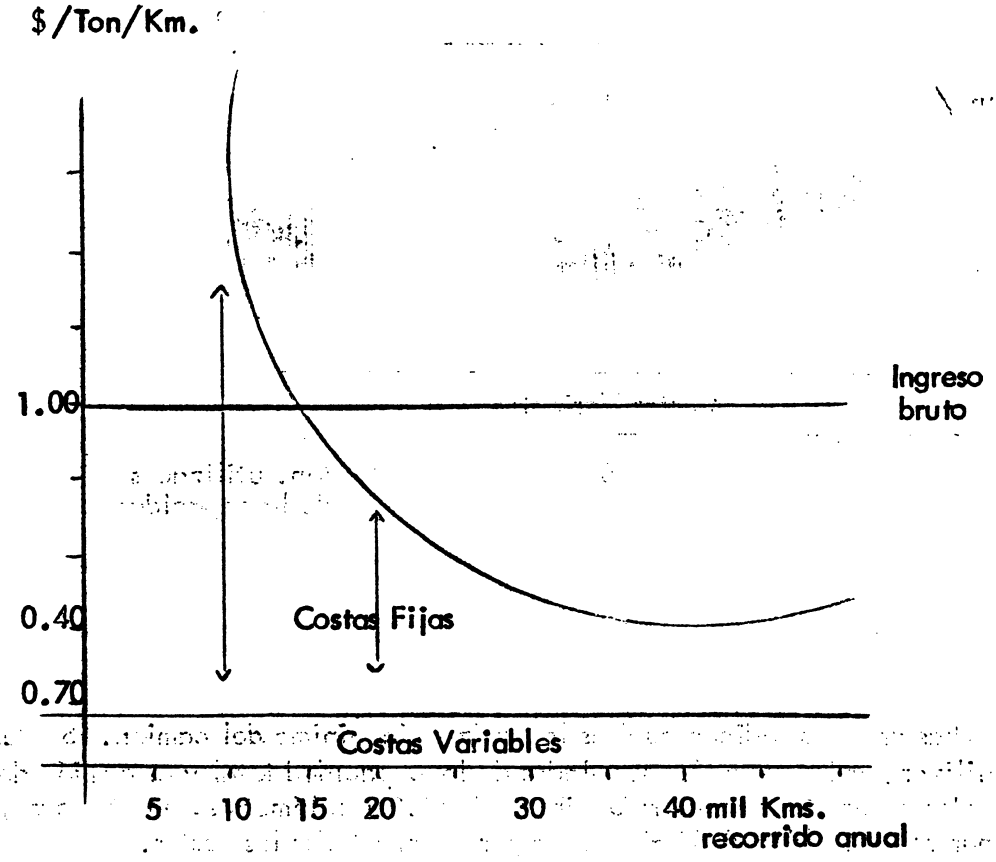
Los costos variables quedan siempre iguales por unidad; sin embargo los costos fijos van a cambiar por unidad si se divide la suma anual por ejemplo por una utilización de 3, 4, 5 ó 7 toneladas, o por un recorrido anual de 12, 15 o 19 mil kilómetros. Los resultados que se obtienen están caracterizados por una ecuación recíproca del tipo: $\frac{1}{y} = a\ bx$.

En el primer modelo, se dividen primero la suma anual por un recorrido promedio de 18.000 kilómetros y después por una utilización variable de la capacidad; en el segundo ejemplo se toma una utilización promedia de la capacidad y un recorrido variable.

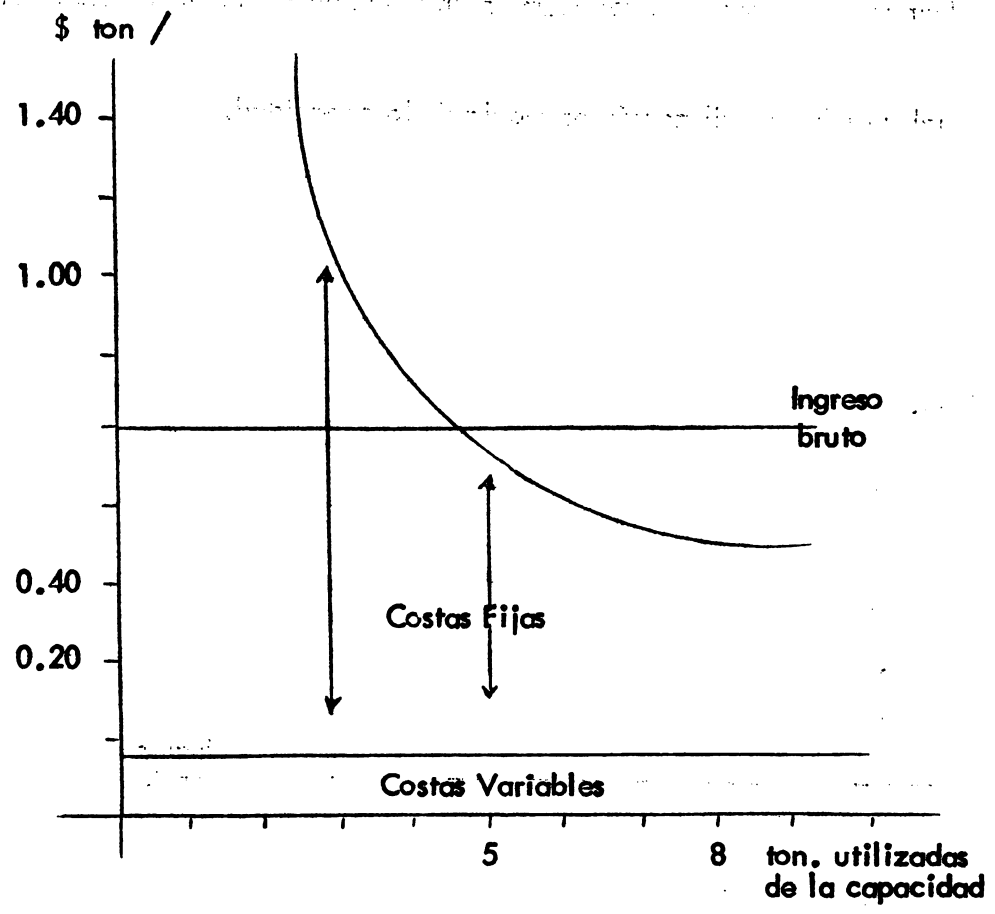
Gráfica No. 1

Egresos e Ingresos del Transporte con Camión en Relación a una Utilización Variable

Recorrido anual variable y utilización promedia de la capacidad.



Utilización variable de la capacidad y promedio recorrido anual.



Fuente: El Autor.

Ambas gráficas indican cuál es la utilización mínima del camión. Se debe utilizar por lo menos 4.6 toneladas de la capacidad total y el camión debe realizar por año un recorrido mínimo de 16.000 kilómetros, en otro caso, el ingreso bruto (fletes) 40 alcanzará para cubrir todos los costos.

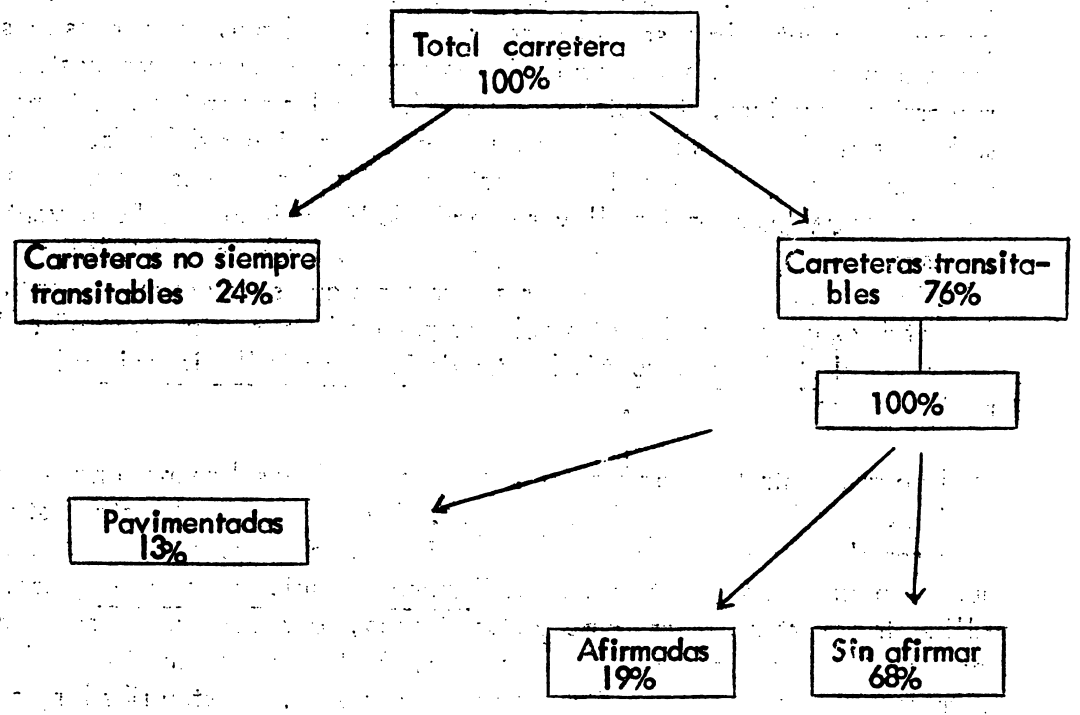
6. El transporte en Colombia

a. Geografía y transporte. En la geografía colombiana hay 4 aspectos importantes, que influyen considerablemente en el transporte. El primero está constituído por las tres cordilleras, que atraviesan el país de sur a norte. El segundo, por los dos valles de los ríos que comunican el centro del

país con la Costa Atlántica. El tercero por las líneas costeras del Atlántico y el Pacífico y el cuarto por las tierras selváticas y los llanos en la parte oriental del país. En los primeros días de la historia de Colombia, la única conexión entre la costa del norte y el centro del país era por los Ríos Magdalena y Cauca, que todavía tienen importancia aunque ya existen ferrocarril y carretera. En estos valles paralelos a las montañas, el transporte se ha desarrollado más rápidamente que en otras regiones del país. El transporte en camión, por ejemplo, de Pasto a Manizales no presenta muchas dificultades; pero si se quiere llevar ganado de Villavicencio a Buenaventura, necesario es subir y bajar tres veces, soportando diferencias de altura de casi 3.000 metros. Hay sólamente tres carreteras que sobrepasan la Cordillera Oriental y comunican el centro del país por los Llanos y la Amazonía. Una conduce del Huila al Caquetá, la otra de Bogotá a Villavicencio y la tercera de Sogamoso a El Yopal.

De la parte central del país a la Costa Pácifica hay sólamente una comunicación que es la de Cali a Buenaventura. Pero a lo largo de esta Costa se ha desarrollado un cabotaje entre poblaciones pequeñas, que no tienen ninguna conexión con carreteras, como Tumaco, Guipí, Puerto Reyes, etc.. Allí se transportan en barcos pequeños el coco, la madera y el pescado que son los productos importantes de la región. En la parte oriental de Colombia, el transporte, está caracterizado por dos fenómenos. Existen ríos largos y caudalosos que van del oeste al este y que en gran parte son navegables, por ejemplo el Río Putumayo es navegable en 1.200 kilómetros. Pero la navegación fluvial todavía no está bien desarrollada. Por otra parte, la construcción de carreteras presenta muchas dificultades. Se necesitan muchos puentes por los numerosos ríos y caudales y en general en estas regiones hay altas precipitaciones, (de 3.000 a 4.000 mm) que aumentan los costos de construcción de estas zonas selváticas, por ejemplo en el Caquetá un kilómetro de carretera vale en promedio $ col. 90.000 a 110.000 y además hay altos costos de conservación, lo que requiere un promedio de $ col. 20.000a 30.000 anual por kilómetro.

b. Algunos datos de la infraestructura. Colombia tenía en 1962 un total de 31.918 kilómetros de carreteras, la distribución de los diferentes tipos de carreteras es como sigue: (111-1)



El total de carreteras de una densidad de 2,1 kilómetros de carretera por 100 kilómetros cuadrados de la superficie del país. Comparando estos datos con los otros países latinoamericanos, se tiene: En Bolivia la densidad es 1.7 kilómetros por 100 kilómetros cuadrados, en Chile es muy alta, con 6.7 kilómetros. Por otra parte, Paraguay tiene el dato más bajo, con 0.3 kilómetros por 100 kilómetros cuadrados (111-1). Pero el promedio de Colombia de 2.1 kilómetros varía mucho de región a región; en Antioquia es 4.4 kilómetros, en Caldas 17.1 kilómetros, mientras que en el Chocó es sólamente 0.5 y en las Intendencias y Comisarías es menos de 0.1 kilómetros cuadrados. Es interesante comparar también estos 2.1 kilómetros de carretera con el promedio de 0.3 kilómetros de rieles por 100 kilómetros cuadrados. Esta diferencia demuestra en parte, la importancia de ambos tipos de transporte.

c. Importancia de los diferentes medios de transporte en Colombia. En el año de 1962 el transporte de carga fue distribuido en Colombia como sigue: (111-4-96)

Automotor	56%
Ferrocarril	20%
Navegación Fluvial	11%
Cabotaje	12%
Aerovías	1%
	100%

El más importante medio de transporte en Colombia es el camión y en segundo lugar el ferrocarril. La navegación fluvial se refiere principalmente al tráfico en el Río Magdalena. La carga transportadora por aviones es todavía pequeña. Estos datos se refieren a productos agrícolas y productos industriales, pero para los primeros, sólamente el camión tiene aún más importancia. No está incluído aquí el transporte de productos agrícolas hasta los mercados de acopio, donde la mula desempeña un papel importante. Los medios más usados de transporte dependen de la infraestructura, como puede verse en otros países, por ejemplo, en Chile con su larga línea costera, el 57 por ciento de la carga está transportada por cabotaje, y en México, el 52.8 por ciento de la carga se transporta por ferrocarril (111-4-96).

d. Problemas actuales del transporte en Colombia. En Colombia los problemas principales de transporte se refieren a la colonización de las tierras en el oriente y en la Costa Pacífica y al transporte de productos agrícolas con distancias cortas.

Quisiera mencionar algunos de estos problemas o proyectos, que deben servir como base para la siguiente discusión. Se está construyendo una carretera, que viene desde Bolivia y va hasta Venezuela, que se llama Carretera Marginal de la Selva. En Colombia, esta carretera pasa por los sitios de Florencia, Puerto Rico, Villavicencio y Yopal. En qué forma puede servir esta vía para el desarrollo de la agricultura de las tierras orientales? En qué otra forma se puede desarrollar el transporte en los Llanos Orientales? Qué efectos tendría una carretera de Villavicencio hasta Mitú o varios caminos vecinales y una carretera troncal entre Villavicencio y San José del Guaviare? Un problema importante es también, cómo se pueden utilizar mejor los ríos para el desarrollo del transporte en los Llanos Orientales? Finalmente queremos discutir, cómo se puede mejorar el transporte de productos agrícolas dentro de las fincas y entre éstas y los mercados de acopio, en qué forma se deben construír vías de comunicación y cuándo y cómo se debe utilizar el transporte en mulas.

e. Transporte. Esta es sin duda una de las funciones de mercadeo de mayor trascendencia, pues constituye una de las bases de los tres grandes procesos comerciales y además influye grandemente en el tamaño del mercado, fuera de

representar un factor determinante en la localización de ciertas explotaciones agropecuarias y/o industriales elaboradoras de sus productos. Cualquier variación importante en los costos de transporte e innovaciones en los mismos (introducción de medios de transporte refrigerado, por ejemplo), producen normalmente cambios muy importantes en las estructuras comerciales y/o en la producción agropecuaria misma, e incluso también, inducen a transformar cuantitativa y cualitativamente la demanda.

En las guías de comercialización de FAO /1, pp. 16, 47. /17, p. 56, Apéndice 2, p. 194, Apéndice 3, p. 195 /5, p. 26 /25, p. 46 se analizan algunos aspectos importantes de la función de transporte en general y para determinados grupos de productos agrícolas y ganaderos.

En América Latina, aún cuando es posible encontrar en varias partes de la región que se utilizan medios y técnicas de transporte bastante modernos para los productos agropecuarios, todavía predominan en alto grado medios primitivos para el acarreo de productos (carga humana, a lomo de equinos, carretas, etc.) en especial al nivel de los mercados locales de acopio, lo cual se debe en muchos casos, a la falta de vías de comunicación adecuadas, y en otros a los bajos niveles de ingreso de los campesinos y/o a la falta de organizaciones cooperativas, que les permita contar con medios de transporte más convenientes.

En el Cuadro No. 4, se presentan algunas estadísticas que dan cierta indicación del estado relativo en que se encuentran los sistemas y medios de transporte en países latinoamericanos, sólo tres tienen más de 30 vehículos motorizados por mil habitantes, cuatro tienen entre 15 y 29 y el resto, menos que esta cifra. El número de vehículos es de 392 y 271 por mil habitantes para Estados Unidos de Norte América y Canadá, respectivamente.

En lo que respecta a la red caminera, 16 países latinoamericanos tienen menos de 100 kilómetros de carretera por cada 1.000 kilómetros cuadrados, (Estados Unidos de Norte América, tiene 703 kilómetros por 1.000 kilómetros cuadrados) y sólo aquellos de escasa extensión geográfica registran densidades mayores. En cuanto a la calidad de la red caminera, sólo seis países tienen sobre el 80 por ciento de sus caminos mejorados y ocho países tienen menos del 50 por ciento de su red caminera en buen estado, (Estados Unidos de Norte América, tiene un 66.5 por ciento de caminos mejorados).

En cuanto al desarrollo de las vías ferroviarias en América Latina, se observa que sólo seis países tienen una densidad entre 16 y 8 kilómetros de ferrocarriles por cada 1.000 kilómetros cuadrados (49.3 kilómetros en Estados Unidos de Norte América), y ocho países una densidad inferior a 5 kilómetros por 1.000 kilómetros cuadrados.

Las cifras de capacidad bruta de las marinas mercantes no son muy indicativas, pues mientras en ciertos países ellas representan realmente flotas mercantes nacionales principalmente, (Chile, por ejemplo) en otros son realmente en gran medida barcos de propiedad extranjera registrados con licencias nacionales (Panamá, por ejemplo), o en otros casos ciertos barcos nacionales están registrados en otro país (Canadá por ejemplo).

En general, puede decirse que los medios de transporte en latinoamérica requieren de bastante desarrollo aún, existiendo grandes diferencias, sin embargo, entre países. Desde el punto de vista de la comercialización de agropecuarios, son especialmente importantes las vías de transporte por carreteras mejoradas, el número de vehículos comerciales y las cifras de ferrocarriles y marina mercante.

1) Tarifas o fletes. Un aspecto que debe ser analizado cuidadosamente en relación al transporte de agropecuarios, es el nivel y régimen de valores de los fletes expresado en tonelada kilómetro de recorrido. No existen muchas cifras comparativas al respecto en América Latina, pero puede suponerse que en este aspecto también es probable que existan disparidades grandes.

En el siguiente cuadro se presentan algunas cifras sobre costos de transporte para granos (maíz principalmente) en países centroamericanos. /9, cap. IV

Centroamérica - Valores medios del transporte por carretera de granos.

Países promediados	Valor flete según estado de los caminos (US$ por tonelada-kilómetro) Pavimentados de tierra	Mixtos o	Diferencia %
Distancias mayores de 60 kms.			
Costa Rica y El Salvador	0.037	-	-
Guatemala, Honduras y Nicaragua	0.045	0.055	22
Panamá	0.035	-	-
Distancias hasta de 60 kms.			
5 países centroamericanos	0.063	0.110*	75
Panamá	0.070 hasta 0.250*		
Promedio general	0.050	0.138*	176

*Cifras muy variables de acuerdo con distancias y estado de los caminos.

Cuadro No. 4

Américas - Sistemas y medios de transporte (1957/1958)

Países	Vehículos motorizados			Red camionera		Ferrocarriles	Marina mercante (1960)*
	Pasajeros	Comerciales	Total por 1000 hab.	Densidad	Proporción Mejorados	Densidad	Capacidad bruta
	(Miles)			(Km/1000 Km2.)	(%)	(Km/1000 Km2.)	(miles ton. métricas)
Argentina	365	305	34	52	38,6	16,0	904
Bolivia	12	24	11	14	6,8	3,0	-
Brasil	446	347	13	36	30,1	4,7	949
Chile	54	62	16	65	90,1	17,3	226
Colombia	81	68	11	15	44,7	2,8	101
Ecuador	6	16	5	35	55,8	3,7***	20***
Paraguay	6	3	5	18	10,2	2,7	-
Perú	62	52	11	28	66,1	2,7	96
Uruguay	47 **	39**	10**	55**	97,8**	16,1***	56***
Venezuela	186	88	43	19	57,8	0,6	323
Costa Rica	13	9	21	147	20,0	22,2	86
El Salvador	14	6	9	316	49,0	31,0	-
Guatemala	20	10	9	120	81,7	6,7***	3***
Honduras	5	5	7	14	82,4	5,0	132
Nicaragua	9	6	11	51	10,6	2,3***	12***
Panamá	15	8	23	30	63,9	7,9	4.196
Cuba	159	51	32	30	49,0	7,7	89
Rep. Dominic.	10	7	6	66	81,1	48,2***	24***
Haití	10	?	3	108	97,3	12,3	-
Canadá	3.573	1.041	271	85	36,8	7,4	293
EE. UU.	56.871	11.429	392	703	66,5	49,3	23,870
México	366	250	21	96	24,7	10,4	155

* No militares, barcos sobre 1000 Ton. brutas.
** Año 1952
*** Año 1955
Fuente: Center of Latin American Studies/7

Se puede observar que existen diferencias importantes de valor de flete por tonelada-kilómetro, en relación a la distancia recorrida, siendo dichos costos casi el doble en distancias cortas. Las diferencias aún son mayores en relación a la clase de caminos por los cuales se hace el recorrido. Es así como el promedio general de valor de transporte por caminos pavimentados es aproximadamente de US$ 0.050 por tonelada-kilómetro y en caminos mixtos (parte del recorrido por tierra y parte por pavimento) o de tierra, es de US$ 0.138 por tonelada-kilómetro.

Cifras de valor del transporte de trigo en Argentina (1960)[29] no muestran diferencia tan marcada en cuanto a la distancia recorrida en términos de $/ton/km. El valor común es de aproximadamente US$ 0.024 a US$0.034 por tonelada-kilómetro por carretera y de US$0.017 a US$0.023 por tonelada-kilómetro en ferrocarril.

El costo del transporte, el cual se repite a menudo en los procesos comerciales, puede llegar a significar una proporción muy importante de los márgenes de comercialización. De ésto se desprende que cualquier medida destinada a reducir dichos gastos tiene mucha importancia, ya sea a través de estimular la competencia entre diversos medios de transporte o entre las organizaciones que se dedican a esta función; reduciendo el volumen de los artículos transportados mediante procesos de elaboración e, incluso, mejorando los sistemas de empaque y estiba para mayor aprovechamiento del espacio dentro del vehículo transportador.

El precio del transporte fletes depende del peso específico de los productos, de su valor intrínseco y grado de perecibilidad. Por parte de los productos agrícolas son voluminosos y perecibles, y la producción de aquellos que en mayor grado tiene estas características (hortalizas, frutas, ganado, etc.), tiende a aumentar rápidamente en los canales comerciales en los países en desarrollo, como se vió anteriormente. De ahí la tendencia del incremento del transporte por carretera de productos agropecuarios, en preferencia a otros medios de transporte (ferrocarril especialmente), ya que ello evita gastos adicionales de cargas, descargas y manipuleo de los productos, la cual en el caso de hortalizas y frutas, pueden afectar grandemente su calidad y duración.

Las cifras que se dan a continuación respecto a la utilización de camiones de carga en Estados Unidos de Norte América, muestra la importancia de este medio de acarreo de productos en la agricultura:

Estos Unidos de Norte América - Distribución de camiones de carga de acuerdo su utilización (1941).

Rubro	Número de camiones (miles de unidades)	Rubro	Número de camiones (miles de unidades)
Agricultura	1.162.2	Minería	38.6
Comercio al detalle y Mayoreo	881.4	Gobierno	15.8
Manufacturas	368.3	Forestal y Pesca	4.3
Indust. de servicio	285.5	Finanzas, seguros	3.9
Construcciones	237.3	Otros	458.3
Servicios públicos	116.3		

En estudios realizados respecto al mercadeo de hortalizas y frutas en Santiago de Chile, fue posible apreciar una rápida y pronunciada substitución del transporte ferroviario por el transporte mediante camiones, aún en grandes distancias. Esta misma tendencia hacia un mayor uso del transporte camionero en preferencia a otros medios, se observa en casi todos los países de la región.

Finalmente, en lo que se refiere a las tarifas de transporte, debe mencionarse, en especial en líneas férreas y marítimas, que éstas se pueden agrupar en tres categorías generales a saber: (a) tarifas reales o uniformes; (b) tarifas discriminatorias; y (c) tarifas subsidiadas.

Las tarifas reales o uniformes, son aquellas que, en general, son representativas de costos de transporte, y se aplican en forma igual o uniforme para cada clase de producto. Estas a su vez, en especial en líneas férreas, pueden tener diferenciación por concepto de cargas por carro completo o por cargas inferiores a esta unidad, siendo las primeras generalmente más bajas por tonelada/kilómetro que las segundas.

Las tarifas discriminatorias se aplican a veces mediante diferencias del valor de éstas para determinados recorridos y/o para ciertos productos. A través de este sistema se pretende rebajar el valor de los fletes en algunos circuitos, para estimular o hacer posible el uso integral de la capacidad de carga disponible, o bien dar tarifas preferenciales a determinados productos con el mismo fin. Ello se compensa, a veces, alzando tarifas a otros productos que pueden absorver esta alza sin mayores inconvenientes (generalmente artículos de mayor valor intrínseco).

Las tarifas subsidiadas son aplicadas casi siempre en empresas de trasporte estatales, o en su defecto, por empresas privadas que perciben el subsidio fiscal. Estos subsidios obedecen a varios móviles, que pueden estar orientados a estimular la producción en determinados productos o regiones, evitar alzas en los precios de ciertos alimentos, etc. .

Debe tenerse siempre presente, en los casos de tarifas preferenciales o subsidiadas, que el costo real de trasporte determina en gran medida la localización económica de producciones e industrias, y de que cualquiera integración grande en las relaciones tarifales del trasporte trae repercusiones económicas, a veces muy indeseables, en toda la estructura de producción. Ello implica que este tipo de medidas debe ser estudiado cuidadosamente antes de su aplicación.

En países latinoamericanos, donde existe muy mala distribución del ingreso y los tributos o impuestos recaen, por lo general, proporcionalmente en mayor medida en la masa asalariada, las subvenciones al trasporte muy a menudo tienden precisamente a empeorar una situación económico-social ya en sí grave. Ello es especialmente cierto si la tarifa de trasporte artificialmente baja, se refleja en un mayor precio de productos agrícolas en áreas donde la tierra se concentra en pocas manos, pues equivale a un traspaso de fondos de la gran masa de población de bajos ingresos (tributos usados en el subsidio) a la población de altos recursos económicos (alza artificial de precios y consiguiente elevación del valor de la tierra)*.

f. Almacenaje. Es esta una de las funciones comerciales físicas que tiene interés especial en gran parte de América Latina, en donde es común que predominen fluctuaciones estacionales de precios muy pronunciados, lo cual está muy generalizado en los granos, debido en parte a la falta de almacenaje adecuado. Esta función de mercadeo, destinada a proporcionar utilidad de tiempo a la producción agropecuaria, se trata con bastante amplitud en las guías de comercialización de FAO/1, pp. 56, 112, 116 /17, p. 69 /5, p. 48 /25, pp. 51, 75.

El almacenaje se ejercita comúnmente en el proceso de igualación al nivel mayorista, aun cuando también es importante esta función, al nivel del agricultor en algunas áreas de latinoamérica. Mediante ella se iguala, a través del tiempo una oferta excesiva concentrada en épocas de cosecha, con una demanda extendida a lo largo del año.

Para que esta función se realice eficientemente y en forma económica se requiere de:

* Para mayores antecedentes sobre el trasporte y su costo, véase Apéndice No. 1.

-Instalaciones del almacenaje adecuadas en cuanto a capacidad, localización, aptitud para conservar el producto en buenas condiciones, equipo para tratarlo eficientemente (secado, limpieza y fumigación en el caso de granos; refrigeración en caso de almacenaje de perecibles, etc.).

-Financiamiento apropiado para tener el producto sin vender por largos períodos de tiempo.

De ello se desprende, que los costos totales de almacenaje estén compuestos principalmente de los siguientes rubros:

1) Costos fijos. Representados por las instalaciones (silos, etc.), equipo y determinado personal permanente de la planta.

2) Costo variables: representados por: (a) los gastos derivados del manipuleo de los productos dentro de la planta y tratamiento que éste recibe para su conservación; salario no permanente, etc.; (b) por los intereses del capital invertido en los productos, los cuales varían con el tiempo de almacenamiento; (c) mermas producidas por diversos agentes en los productos almacenados (infestaciones de insectos, etc., en el caso de los granos; deshidrataciones y hongos en caso de productos refrigerados, etc.).

Los costos de almacenaje varían grandemente de acuerdo con:

-La capacidad de la planta.
-El grado de automatización de ésta.
-El volumen de productos que se almacenan en el año.

En estudios realizados en Centroamérica sobre costos de almacenaje para maíz, en plantas estatales de diversos tamaños se llegó a los siguientes resultados:

Centroamérica - Costos de maíz almacenado, sin incluír interés por el grano almacenado.

País	Capacidad planta (Tm)	Costo Real (1961) (US$ x Tm)	Toneladas almacenadas (1961) (Tm)	Costo* Normal (ajustado) (US$ x Tm)
Costa Rica: Barrancas	18.860	3,85	38.020	8.93
El Salvador: San Martín	18.860	6.98	21.960	10.27
Guatemala: Elevador granos	14.168	3.71	21.127	8.80
Silos regionales	700-1000	25.33	2.107	18.86

País	Capacidad planta (Tm)	Costo Real (1961) (US$ x Tm)	Toneladas almacenadas (1961) (Tm)	Costo** normal (ajustado) (US$ x Tm)
Honduras: San Pedro Sula	1932	17.95	17.12	19.13
Nicaragua: Granero Nacional	6900	2.91	19.460	11.67

* 6 meses de almacenaje, utilizando la capacidad total de la planta, tratamiento igual de los granos y personal adecuado para la planta.

Fuente: "Los granos básicos en centroamérica y Panamá". /9

** 6 meses de almacenaje, utilizando la capacidad total de la planta, tratamiento igual de los granos y personal adecuado para la planta.

Fuente: "Los granos básicos en Centroamérica y Panamá". /9

En el cuadro anterior es fácil apreciar cómo disminuye el costo por tonelada cuando aumenta el volumen de granos que se almacenan durante un año en una planta (comparar los costos reales con los "normales" o "ajustados"). También es fácil advertir (costos normales), cómo varían los costos de acuerdo con el tamaño o capacidad de cada planta. En este caso, el elevador de granos de Guatemala, es la planta más automatizada de la región.

En algunos grandes elevadores de granos de Estados Unidos de Norte América, los costos de almacenaje por 6 meses varían de US$ 1,80 por tonelada a US$ 3,00 por tonelada (sin incluír intereses por el valor de grano almacenado). Estos elevadores normalmente trabajan un volumen mayor de granos que su capacidad total, en el curso del año.

Un factor que debe ser tomado en cuenta cuidadosamente cuando se instalan plantas almacenadores o frigoríficos con estos propósitos, con el fin de aprovechar diferenciales de precios entre épocas de cosechas y meses de escasez, es que al instalarse la planta almacenadora, y dependiendo de su capacidad, puede producirse una elevación de precios en época de cosecha (derivada de la nueva demanda introducida por la planta), y una baja del nivel acostumbrado de precios en la época de escasez (por la mayor oferta que ha posibilitado la plata). Si ocurre ésto en cierta medida, puede ser que la nueva diferencia de precios no reditúe con la utilidad esperada, el negocio de almacenar el producto, e incluso, no pague los costos de almacenaje.

En lo que se refiere a tipos de almacenaje, existen dos grandes clases:

-Almacenaje corriente (no perecibles) y
-Almacenaje refrigerado (perecibles), el cual puede ser de productos enfriados o congelados.

El mayor volumen de productos agrícolas almacenados por períodos largos de tiempo corresponde, en Latinoamérica, a los granos. Las instalaciones de almacenamiento más utilizadas para estos productos son de tres tipos principales, a saber:

-Almacenaje vertical: corresponde a los silos o elevadores de granos, en donde se almacena el producto a granel.
-Almacenaje horizontal: constituído por bodegas, en las cuales se almacena, por lo general, el producto en sacos, aún cuando recién se está introduciendo un tipo de bodega para almacenamiento a granel.
-Almacenaje subterráneo: se utiliza principalmente en Argentina y en menor proporción en Uruguay. Son realmente silos horizontales constituídos bajo el nivel del suelo, para conservar el grano a granel. La

capacidad de almacenaje en estos silos, pertenecientes a la Junta Nacional de Granos en Argentina, es de 1,5 millones de toneladas aproximadamente (30 por ciento de la capacidad total de almacenaje de la institución aproximadamente).*

g. Empaque. Es esta una de las funciones físicas de la comercialización, que facilita la aplicación de todas las utilidades económicas a través de las demás funciones comerciales. El empaque de los productos facilita el transporte, almacenaje, permite mantener el producto dividido en calidades, permite que las transacciones de compra-venta se ejecutén rápidamente, etc.

Respecto a esta importante función, se aprecia en latinoamérica, en general, que muchos de los productos que se deberían comercializar a granel a los niveles mayoristas, se comercian envasados: tal es el caso existente en los granos. Aún en países, como Argentina, en donde se ha introducido el mercadeo a granel de granos en gran escala, sigue predominando el uso de sacos (70 por ciento del total). En cambio en productos tales como ciertas hortalizas y frutas, que deberían ser comercidas en envases al nivel mayorista, ésto se hace a granel o en envases totalmente inadecuados, con las consiguientes pérdidas de calidad del producto.

En las guías de comercialización de FAO, /1, pp. 19-64 /17, pp. 38-89 /25, pp. 42-107 se analiza ampliamente esta función, especialmente en relación a frutas y hortalizas, que es el tipo de productos donde cobra especialísima importancia.

h. Elaboración. Uno de los aspectos más notorios en la evolución que experimenta el comercio de víveres y las dietas alimenticias en países en desarrollo, es la gradual incorporación de alimentos con mayor grado de elaboración al nivel del consumidor. Ello no sólamente introduce mayor diversificación de la dieta alimenticia media, sino que incluso, provoca cambios en los propios canales y modalidades comerciales. Un ejemplo es la introducción de sistemas de venta de autoservicio, que en gran medida han estado asociados con la existencia de una variedad suficiente de productos enlatados o elaborados en otras formas. Aún más, en algunos países latinoamericanos, los primeros supermercados de autoservicio, se establecieron principalmente para la venta al menudeo de productos alimenticios elaborados a los que luego, a medida que se avanzó en la integración horizontal de rubros alimenticios, se incorporó la línea de alimentos no elaborados.

En México a vía de ejemplo, de un país latinoamericano evolucionado en este aspecto, la industria de productos agrícolas enlatados (frutas y hortalizas principalmente) ocupaba el 43o. lugar entre las 100 industrias más importantes del país (1955). Según los censos industriales, el valor de la industrialización de frutas y verduras creció de 75,8 millones de pesos en 1950,

* "Argentine Wheat marketing practices and facilities", op. cit.

a 348.0 millones en 1960, lo que equivale a un incremento medio anual de 35.7 por ciento aproximadamente. En el año de 1962, este país exportó cerca de US$ 12.0 millones de productos frutícolas enlatados (frutillas y piña, jugos de frutas principalmente) a Estados Unidos de Norte América y a ciertos países europeos.

El caso de México, en este aspecto, es un ejemplo de desarrollo de esta industria, típico para muchos países latinoamericanos. En Estados Unidos de Norte América, entre el período 1935/39 a 1954, el consumo per capita de frutas y hortalizas enlatadas subió en 141 por ciento, el de jugos de frutas en 374 por ciento y el de carnes enlatadas en 300 por ciento. En términos per capita, el consumo de productos enlatados aún es insignificante en la mayoría de los países de América Latina. El consumo per capita en Estados Unidos de Norte América en 1954, de los productos anteriormente citados, alcanzó a cerca de 40 kilogramos al año.

Los procesos de elaboración más extendidos en latinoamérica están vinculados a la industria elaboradora de granos (molienda de maíz, trigo, café, etc., pulidoras de arroz, panificación, etc.); beneficios azucareros, mataderos, frigoríficos, plantas lecheras y productos derivados.

La introducción de cualquiera de estas industrias en áreas donde no existían anteriormente, a menudo altera fundamentalmente la estructura comercial tradicional.

Muchas veces, dado el carácter único de estas industrias, se convierten en fuertes monopsónios locales, cuando no están en manos de cooperativas o asociaciones de productores, o no existen éstas para proteger los intereses del agricultor frente a dichas industrias. Legislación antimonopolios o su aplicación es prácticamente desconocida en el ámbito latinoamericano.

I. Funciones Auxiliares de Mercadeo

Las cuatro funciones comerciales que se analizarán, son complementarias a las demás, anteriormente citadas.

1. Clasificación y normalización.

a. Clasificación. En la elección de productos alimenticios, el consumidor está influenciado por factores tales como su nivel de ingreso, gastos o preferencias, etc.. Cuando se trata de elegir dentro de un producto determinado, manzanas por ejemplo, factores tales como color, tamaño, aroma, gusto, etc., determinarán una escala de preferencias al respecto. Para sacar el

máximo provecho posible de esta escala de preferencias en función de la capacidad adquisitiva del consumidor, es que se clasifican los productos. Este proceso de clasificación consiste en agrupar los productos en los lotes homogéneos, en relación a aquellas características que se sabe influyen en la escala de preferencias. Para casi toda la fruta y varias hortalizas, por ejemplo, dentro de una misma variedad, existe preferencia por factores como color, tamaño, frescura, etc..

Es en relación a estas características, entonces, que se divide el grupo en lotes homogéneos: lotes de primera (por los cuales se cobrará el mayor precio que el mercado esté dispuesto a pagar, consumiendo la mayor parte o totalidad de la existencia); lotes de segunda (de menor precio, pero, en todo caso, el máximo al cual el mercado absorbe la existencia); lotes de tercera, etc.. Ello constituye la clasificación del producto.

En casi todos los mercados de Latinoamérica existe cierto grado de clasificación en los productos agrícolas, ya que se dividen en lotes de diverso precio de acuerdo con las características en las cuales el consumidor se fija para elegir y pagar.

Estos "sistemas" de clasificación, que pueden denominarse "clasificación comercial por uso y costumbre", se caracterizan por lo siguiente:

-Varían de un mercado a otro, para un mismo producto y país (la clase I de un lugar puede ser la clase II en otro).

-Varían en un mismo mercado y país, de una estación del año a otra (la clase II de la época de producción óptima, sería la clase I a principios o fines de la temporada de producción).

-Lo que se considera de I, II ó III al nivel del consumidor, no corresponde exactamente a estas categorías al nivel del agricultor.

-Dichos "sistemas" de clasificación no están especificados por escrito, son susceptibles de excesivos márgenes de variación, según sea la persona que clasifica.

-Obligan a la compra y venta por inspección, con todos sus inconvenientes y costos.

Ante una situación de esta naturaleza, el primer paso en mejorar esta función, es la publicación, por escrito y en dibujos, de las normas por las cuales se clasifica el producto en cada una de sus categorías y grado de calidad (mayores detalles al respecto, aparecen en el Apéndice 4 y 5 de la Guía de Comercialización No. 2 de FAO).

b. Normalización. Representa el segundo paso, en el desarrollo de la clasificación; una vez que ésta se define por escrito y dibujo o fotografía, se hace extensiva a todo el mercado nacional, e incluso internacional y a cualquier época del año para el mismo producto y variedad. Vale decir, en cualquier punto de un país, por ejemplo, se utiliza la clasificación normalizada, y si en determinado mercado no existe la calidad I, se clasificará desde la calidad II para abajo.

Lo mismo ocurrirá en cualquier época del año, ya que en muchos casos los primeros productos que salen al mercado, a comienzos de la temporada de producción (llamados "primores" en ciertos países), aún cuando se vendan a un elevado precio, pueden corresponder a categorías inferiores, y es así como se clasifican.

Para mayores detalles sobre clasificación y normalización véase el Apéndice No. 2 y las guías de comercialización de la FAO. /1, pp. 17, 98 /17, pp. 79,89,197,201,213/5, pp.165,217/25, pp. 23,73,184,188.

Finalmente, debe señalarse que así como es conveniente la normalización de la clasificación para productos, igual cosa debe hacerse respecto a los sistemas de empaque o embalaje en un mercado, eligiendo aquellos más adecuados para cada tipo de productos.

c. Financiamiento. Es esta una de las funciones auxiliares del mercadeo en que tiene mucha importancia, no sólo en relación al desarrollo habitual del comercio, sino que también respecto a la introducción de mejoramientos en los sistemas comerciales tradicionales. A través de una política crediticia adecuada, pueden darse ciertas orientaciones convenientes al mercadeo de los productos agropecuarios.

Un ejemplo muy expresivo de ésto se refiere a los créditos pignoraticios para productos almancenados, que en muchos países del área latinoamericana son aprovechados primordialmente por los comerciantes, a menudo con propósitos especulativos. Una orientación de la política a este respecto, podría dar mayor importancia a los agricultores y sus cooperativas o asociaciones en la función de almancenaje.

Es precisamente en esta función donde es de suma importancia un financiamiento adecuado, para conservar productos sin vender, por períodos largos de tiempo. En estudios sobre costos de almacenaje de granos en Centroamérica, se determinó que el costo por concepto de intereses representados por el valor del grano almacenado durante 6 meses, equivalía entre el 30 por ciento a 40 por ciento del costo total de almacenaje, a tasas de intereses de 8 por ciento anual. Las tasas de intereses y otros costos derivados

de la utilización del crédito pignoraticio, deberían ser los más bajos posibles, en especial si éste va dirigido a los agricultores, de lo contrario indicaría a fuertes oscilaciones mensuales de precios, que son inconvenientes tanto para el productor como para la masa consumidora. Dicha línea de crédito tiene mucha importancia socio-económica en países subdesarrollados y debe ser considerada bajo este aspecto.

También se requiere de financiamiento adecuado y a largo plazo para el establecimiento de plantas empacadoras, bodegas o silos, plantas elaboradoras (lecheras, rastros, frigoríficos, enlatadoras, etc.), equipos de transporte y otros, destinados a introducir mejoras substanciales en los canales comerciales tradicionales, los cuales de preferencia deben estar destinados a las asociaciones o cooperativas agrícolas. Además, en casi todos los países, se requiere de financiamiento público principalmente para la construcción de mercados mayoristas y/o minoristas.

Como dato ilustrativo al respecto, se tiene el caso del programa decenal (1961-1970) de desarrollo económico chileno en el cual la inversión programada para el sector comercial de agropecuarios, transporte e industrialización de sus productos casi duplica la inversión destinada para la producción agropecuaria misma. Debe considerarse, además, que en el caso chileno ya existía una infraestructura comercial-industrial de agropecuarios bastante evolucionada, en relación al medio latinoamericano; sin embargo, fue considerada insuficiente. Ello implica, entonces, que el aspecto de financiamiento (público, privado y de origen foráneo), de la infraestructura comercial de agropecuarios, debe constituir un rubro de gran importancia en la programación del desarrollo económico futuro de la región. Por las mismas razones, este tipo de inversiones también deben estar debidamente representadas en las líneas y volúmenes de crédito rural que se otorguen en estos países. FAO /1, pp.20,107,155/17, p.187/25, p.176.

d. Asunción de riesgos. El hecho de que los productos agropecuarios estén sujetos a veces a bruscas variaciones de precios y a posibles deterioros o desmejoramientos de calidad, determina que existan riesgos de pérdidas económicas respecto a las inversiones realizadas en ellos. Estos riesgos aumentan cuando existen posibilidades de adulteración de calidades.

Es debido a esta clase de pérdidas, que varían de acuerdo con los productos y condiciones del mercado, que los comerciantes trabajan con diferenciales a veces grandes entre el precio de compra y de venta, según sea el grado de riesgo del producto en cuestión. Es así como, en general, dichos márgenes son más elevados para productos perecederos que en los no perecibles; o mayores cuando no existe en el mercado clasificación normalizada, que cuando ello es una práctica corriente. Igualmente, la existencia o ausencia de suficientes facilidades de almacenaje corriente o refrigerado, también influye

en los mayores precios dentro de los cuales operan los intermediarios. Mientras mayor es la inseguridad debido a los precios y métodos de mercadeo poco evolucionados, mayor es el márgen conque opera el sector intermediano. Detalles adicionales sobre este aspecto se encuentra en la Guía de Comercialización de FAO. /1, p. 20

e. Información comercial. Esta función auxiliar de la comercialización es muy necesaria en Latinoamérica y afortunadamente, relativamente fácil de establecer.

A menudo el bajo precio que reciben los agricultores por sus productos se debe a falta de conocimiento oportuno y adecuado respecto a los precios que se están pagando en los principales mercados y áreas de producción.

La inperfección del mercado en cuanto a lugar tiene gran relación con la mala distribución geográfica de información de precios y volúmenes de productos comercializados.

Un buen servicio de información de mercados debe proporcionar al agricultor lo siguiente:

1) Información oportuna. Esto guarda relación con las características comerciales de cada producto. En el caso de ciertas hortalizas y frutas, esta información debe ser casi diaria; en productos menos perecibles, puede ser semanal, quincenal o incluso mensual.

2) Información adecuada. El agricultor debe poder reconocer aproximadamente la relación que existe entre los precios informados y el precio que puede cobrar en relación a la calidad de sus productos. Donde se ha generalizado la clasificación normalizada en un mercado, ésto se logra muy fácilmente, ya que el servicio informativo proporciona listas de precios de acuerdo con cada clase del producto.

En países donde no existe clasificación normalizada, conviene, sin embargo, en los productos más importantes, dar alguna idea de los precios pagados en los mercados principales (que en muchos países es exclusivamente la capital), en relación a las calidades "comerciales" usuales.

3) Precios representativos. Para cada producto y calidad, es necesario dar al agricultor una información de precios que realmente tenga significación. El sistema a emplear puede variar de acuerdo con el producto de que se trate, grado de adelanto en cuanto a clasificación de los productos, etc.

A continuación señalamos algunos métodos empleados para informar precios:

a) Promedios. Se dá la información del peso promedio pagado en cada mercado principal (en el día, semana, quincena o mes, según sea el producto). Este precio promedio a veces no proporciona un índice muy seguro al agricultor sobre el precio que puede cobrar, especialmente si el promedio informado proviene de una serie de precios que ha tenido mucha variación. Por ejemplo, informar que el precio del producto X calidad I, tuvo un promedio de $ 10, en circunstancias que estos variaron entre $ 2 y $ 19, es mucho menos indicativa que en el caso que esta variación haya sido entre $7 y $13 por ejemplo.

b) Rangos de precios. Se proporciona la información en términos de rangos; precio mínimo y máximo pagado por el producto en cada calidad. Los precios así divulgados, también pueden ser poco representativos. Por ejemplo, si se tiene la siguiente serie de precios: 2-3-6-7-5-8-7-6-7-5-12. El informe, según este procedimiento sería, los precios del producto X calidad II variaron entre $ 2 y $ 12, lo cual realmente no le dá una buena indicación al agricultor sobre el precio que con mayor probabilidad le puedan pagar. Las cifras 2 y 12 son casi excepcionales en la serie de precios indicados.

c) Precios comunes. Según este sistema se informa el rango de los precios más repetidos en la serie de precios. En el ejemplo anterior, en lugar de dar las cifras $ 2 y $ 12, se informará que los precios más comunes pagados por el producto X calidad II, fluctuaron entre $ 6 y $ 7 o entre $5 y $7.

d) Precios combinados. Se proporciona la información combinando los datos anteriores. Un sistema es dar el precio promedio y el rango de precios.

Otra es dar los precios comunes y el precio máximo obtenido, (los precios comúnmente pagados por el producto X, calidad II, fluctuaron entre $ 5 y $ 7 y, el precio máximo pagado fue de $12). Este último sistema quizás sea el más orientador para el agricultor para que pueda regatear adecuadamente con los comerciantes.

No se estima conveniente a menudo, indicar el menor precio obtenido, para mayor ayuda al productor.

f. Fuentes de información. La información de precios y de volúmenes comercializados debe ser tomada en los mercados principales de cada país para cada

tipo de productos (precios mayoristas de compra). Es decir, si en la ciudad A, en el mercado mayorista X, se transa el mayor volumen de hortalizas, de éste se tomará la información sobre dichos productos.

1) Volúmenes comercializados. En muchos productos (especialmente los perecibles), es conveniente dar una información diaria, sobre si al mercado están llegando cantidades adecuadas de cada producto, e indicar las cantidades faltantes o sobrantes. Además, en el caso de productos almacenados o en frigoríficos, dar información mensual o bisemanal de las existencias, para cada mercado o punto de acopio importante.

Ideas adicionales sobre este tema se encontrarán en las guías de comercialización de la FAO. /1, pp. 102, 161 /17, p. 180 /5, p. 184 /25, p. 168

J. Análisis Institucional del Mercadeo

Tal como se mencionó en el literal C, uno de los métodos de análisis del mercadeo es el institucional, en el cual se enfocan los estudios en los sectores intermediarios, dividiéndolos en tipos de intermediarios de acuerdo con las funciones que desempeñan y similitud de operaciones.

En la Guía de Comercialización de FAO No. 1, /1, p. 21 se describen los comerciantes y agentes intermediarios más comunes en muchas partes del mundo.

Como dato ilustrativo, se indican, a continuación, los intermediarios que participan en el mercadeo de diversos productos agropecuarios en algunos países de América Latina.

En el mercadeo de maíz, fríjol, los siguientes intermediarios existen, en orden de importancia:

1. Intermediarios que compran directamente al agricultor.

   a. Transportistas o camioneros. Generalmente dueños de un vehículo que recorren las áreas de producción comprando de finca en finca y/o a comerciantes locales.

   b. Comerciante local, acopiador rural o tendero. Este es el comerciante típico de aldea rural, que compra al mayoreo, vende al detalle o al mayoreo, es prestamista de pequeños agricultores, vende al menudeo una gran variedad de productos y artículos de uso casero (denominado "bodegueros" en Cuba y "bodegueros" o "pulperos" en Chile).

2. Intermediarios mayoristas. Estos a veces también venden al detalle y compran generalmente a camioneros, a acopiadores rurales y ocasionalmente a los propios productores. Están ubicados en las capitales o ciudades grandes.

3. Comerciantes detallistas. De éstos existen numerosos tipos:

a. Tenderos (Centroamérica), graneros (Medellín, Colombia), o almaceneros (Chile). Son comerciantes detallistas que tienen pequeñas tiendas o negocios donde venden alimentos diversos o especializados (fruterías por ejemplo).

b. Locatarios o puesteros. Son comerciantes minoristas de mercados públicos o plazas de mercado donde arriendan locales o puestos, para la venta de víveres.

c. Ambulantes. Son comerciantes detallistas que transitan vendiendo por las calles.

d. Estacionarios o vendedores de asiento. Similares a los anteriores, pero tienen sitios señalados en las calles, donde pueden establecer su venta.

e. Ferieros. Estos son comerciantes detallistas que, en determinados días pueden vender en ciertas calles en forma estacionaria, conjuntamente con otros ferieros (ferias libres o ferias francas, según el país).

4. Agentes comerciales. Son intermediarios que facilitan la compra-venta de productos. El nombre y funciones de éstos cambian en los diferentes países. Algunos existentes en países latinoamericanos son los siguientes:

a. Consignatarios. Representan normalmente al vendedor, en base a una comisión (tanto por ciento o fija) sobre el valor de la transacción. Reciben los productos en sus bodegas mientras son vendidos. No asumen riesgos en las operaciones de compra-venta. Estos comerciantes son llamados, en algunas partes, "comisionistas", aún cuando este nombre también se le dá a veces al grupo siguiente.

b. Corredores o comisionistas. Estos agentes también operan en base a una "comisión" (normalmente un porcentaje del precio). No movilizan o almacenan el producto. Su función exclusiva es la de poner en contacto a compradores y vendedores, actuando el corredor como mensajero o intermediario de la transacción. En Chile se denominan "Corredores de frutos del país" a los que operan con productos agrícolas, para diferenciar los de corredores de las bolsas de comercio. Este tipo de agente comercial es el que utiliza en mayor grado el sistema de compra-venta por muestra en Latinoamérica.

c. Subastadores. Generalmente son firmas de subasta ("remates" en algunos países), que concentran a compradores y vendedores en un recinto apropiado (Feria de subastas o remates), en días y horas prefijadas, para llevar a efecto las subastas. Estas firmas obtienen una comisión (porcentaje) sobre el valor obtenido en la subasta. También a veces operan como representantes del productor en los remates o subastas, a través de comisionistas. En algunos países, estas firmas dan servicios adicionales al agricultor o comerciante, como es el caso de alimentación, bebida, vacunaciones, etc., en ferias de animales; o créditos para la adquisición de los productos en la subasta.

Las firmas subastadoras pueden ser provadas o gubernamentales. En Chile las hay del gobierno municipal (hortalizas y frutas) y privadas (animales, granos, etc.).

5. Cadenas de almacenes. Existen dos clases principales: (a) la cadena común, de tiendas o almacenes detallistas integrados horizontalmente, vale decir, una serie de tiendas que se han unido bajo una administración común; (b) la cadena ya integrada horizontalmente y que también lo hace en sentido vertical, ésto es, incorpora etapas sucesivas de mercadeo (organismo comprador mayorista, industria elaboradora, etc.) hasta llegar a la fuente misma de abastecimiento. En EEUU de Norte América, esta integración vertical ha llegado incluso al punto que las firmas detallistas poseen fincas propias donde producen parte de los productos que luego venderán al detalle. Esta integración vertical, pero en sentido inverso (del mayoreo hasta la venta al detalle), también ha sido realizada por Cooperativas Agrícolas de mercadeo.

6. Supermercados de autoservicio. Son establecimientos detallistas donde se ha introducido la integración horizontal de líneas de productos. Lo que antes correspondía a tiendas especializadas en verduras, frutas, alimentos enlatados, carnicerías, etc.; en el sistema de supermercados se reunen bajo un mismo techo y administración. Esto, junto al método de venta de autoservicio, tiende a disminuir apreciablemente los costos operacionales al menudeo. Se llega al máximo de eficacia y disminución de costos cuando los diversos supermercados se integran horizontalmente y verticalmente. Es decir, bajo una misma administración una serie de supermercados, son centrales mayoristas propias de compras, industrias elaboradoras, etc..

Para dar una idea aproximada de la magnitud de esta nueva modalidad comercial, se presenta a continuación un cuadro que muestra el grado de integración, en los dos sentidos señalados, que han logrado 5 firmas importantes en la distribución de alimentos al detalle en Estados Unidos de Norte América.

Estados Unidos de Norte América — Integración horizontal y vertical de las cinco mayores firmas distribuidoras de alimentos, 1953.

Cuadro No. 5

Cadenas detallistas de alimentos

Tipo de instalación	Atlantic Pacific Tea Co.	Kroger-Grocery & Bakin Co.	Safeway Stores, Inc.	American Stores Co.	First National Stores Inc.
Expendios detallistas*	4650	1810	2037	1289	847
Bodegas y frigoríficos	37	25	52	10	4
Panificadoras	35	13	23	5	-
Empacadora de Carne	-	-	4	-	-
Plantas lecheras	6	4	14	2	2
Tostadoras de café	9	2	-	1	-
Enlatadoras	4	-	2	2	-
Fábricas generales	6	1	-	-	1
Imprentas	1	1	-	-	-

* La mayor parte, supermercados de autoservicio.
Fuente: Obtenido de compilaciones de las estadísticas dadas en Moody's Industrial Manual.

K. Estudio del Mercadeo por Productos

Este método de estudiar los problemas comerciales es de bastante importancia, para cada grupo de productos presenta ciertas modalidades en su mercadeo que les son propios, e igual cosa sucede a menudo con las deficiencias o problemas comerciales existentes.

Las guías de comercialización de FAO No. 2, 3 y 4, se refieren al mercadeo de frutas y hortalizas, ganado y carnes, de aves y huevos respectivamente.

En América Latina, la base de la dieta alimentaria de gran parte de la población del área está compuesta por granos y este grupo de productos constituye una parte substancial del volumen total de agropecuarios que fluyen por los canales comerciales en la actualidad.

1. Mercadeo de granos. En las naciones latinoamericanas se pueden distinguir dos grupos principales de países, desde el punto de vista del comercio de granos; aquellos primordialmente de "agricultura del maíz" (la gran mayoría) y aquellos de "agricultura del trigo" (Argentina, Chile y Uruguay). A cada grupo corresponde una estructura básica de mercadeo algo diferente, con problemas y soluciones que les son propias.

a. Mercadeo de granos en países "maiceros". La estructura de mercadeo y producción en varios de estos países se caracteriza principalmente por lo siguiente:

-La mayor parte de la producción se origina en miles de pequeñas fincas, denominadas de "subsistencia" o "sub-familiares" y propiedades medianas, con casi nulas disponibilidades e instalaciones de almacenaje apropiado.

-En la comercialización de estos productos participan igualmente miles de pequeños comerciantes, con relativamente poca capacidad económica y escasas instalaciones adecuadas de almacenaje.

-Se observan a menudo fuertes estacionales de precios en los granos.

-Los granos principales de producción y consumo humano en estos países son: maíz, fríjol (o poroto), arroz y sorgo.

-A excepción del arroz, los demás granos no se elaboran antes de ser adquiridos por el consumidor final. Sólo en pocos países una parte del maíz se muele y se prepara comercialmente en forma de tortillas. Generalmente el consumidor es quien realiza estas funciones.

-Es frecuente existan elevadas pérdidas por falta de almacenaje adecuado en estos granos, especialmente cuando se almacenan en forma primitiva al nivel de la finca.

-Todo lo anterior se traduce en márgenes de mercadeo excesivamente amplios, los cuales se reflejan en precios muy bajos al nivel del agricultor y bastante elevados para el consumidor, en especial durante los meses anteriores a las cosechas.

-Todos estos granos se comercializan en sacos y en partidas relativamente pequeñas.

-En general, la producción, especialmente del maíz, presenta amplia distribución geográfica.

Centroamérica es un buen ejemplo de una región de producción y consumo de los granos mencionados. En dicha área, cerca del 70 por ciento del grano de producción interna que se comercializa es maíz, un 9 por ciento fríjol; 13 por ciento arroz y 8 por ciento sorgo.

Los márgenes medios de mercadeo, en algunos países de la región, han sido los siguientes (promedio):

Cuadro No. 6

Centroamérica y Panamá - Márgenes de mercadeo en ciertos países.

País	Grano	Precio recibido agricultor	Precio venta al detalle	Margen Valor	Mercadeo %
		(US $ por tonelada)			
Nicaragua (Estelí, 1961/62)	maíz	55.1	117.4	62.3	47 %
Honduras (Oanli, 1960/61)	fríjol	114.1	200.2	86.1	57 %
Nicaragua (Chinandega, 1961/1962).	arroz	63.9 (paddy)	128.5 (pulido)/a	64.6/c	50 %
Panamá (1958/61)	maíz	69.9	156 /b	86.6	55 %
	fríjol	196.5	389.1	192.6	202 %
	arroz	100.0 (paddy)	271.8 (pulido)/a	171.8/c	63 %

a/ corregido respecto a la relación pady-pulido
b/ incluye el proceso de elaboración
a/ corregido respecto a la relación pady-pulido
b/ harina de maíz
c/ incluye el proceso de elaboración

Fuente: "Los granos básicos en Centroamérica y Panamá". /9

En la misma región, los canales privados de mercadeo del maíz y fríjol son los siguientes:

Agricultor ⟵ camionero ⟶ mayorista ⟵ detallista ⟵ consumidor
Agricultor ⟵ camionero ⟶ mayorista ⟵ consumidor
Agricultor ⟵ camionero ⟶ detallista ⟵ consumidor
Agricultor ⟵ camionero ⟶ fabricante concentrados ⟵ productor
Agricultor ⟶ comerciante local ⟶ camionero ⟵ etc. (I-a,b,c y d)
Agricultor ⟶ comerciante local ⟵ mayorista (centro consumo) ⟵ detallista ⟵ consumidor.
Agricultor ⟶ comerciante local ⟵ fabricante concentrados ⟵ agricultor (ganadero, avicultor).
Agricultor ⟵ fabricante concentrados ⟵ productor
Agricultor ⟶ agricultor acaparador (grande) ⟵ camionero ⟶ etc. (1-a,b,c y d).
Agricultor ⟵ * mayorista (centro de consumo) ⟵ detallista ⟵ consumidor.
Agricultor ⟵ mayorista (centro de consumo) ⟵ consumidor.
Agricultor ⟵ lanchero (costa o lagos) ⟵ camionero ⟶ etc. (I-a, b, c y d).
Agricultor ⟵ lanchero ⟵ mayorista ⟵ etc. (V-a y b).
Agricultor ⟶ comerciante local ⟶ lanchero ⟵ etc. (VI-a y b).

Canales semi-oficiales de mercadeo:

Agricultor ⟶ organismo sustentador de precios ⟵ detallistas ⟵ consumidor.
Agricultor ⟶ organismo sustentador de precios ⟵ mayoristas ⟵ detallistas ⟵ consumidor.
Agricultor ⟶ organismo sustentador de precios ⟵ consumidor.
Agricultor ⟶ comerciante (o agricultores grandes) ⟶ organismos sustentadores de precios ⟶ etc. (I-a, b y c).

Los números romanos indican la importancia relativa aproximada de cada canal principal y las letras minúsculas la importancia dentro de cada canal principal. Es así como de los 6 canales principales, el I y II, en donde el agricultor vende a los camioneros y comerciantes locales, son aquellos por los cuales fluye el mayor porcentaje del grano comercializado.

Los canales semi-oficiales de mercadeo, varían grandemente en importancia en los diferentes países.

* La dirección de la flecha indica la parte que, en general, se pone en contacto con la otra para la operación de compra-venta.

En el caso centroamericano, por ejemplo, el mayor programa es el de Costa Rica, donde el Consejo Nacional de Producción (CNP) sustenta los precios de granos al nivel del productor (maíz, fríjol, arroz, ajonjolí), y vende a precios prefijados, tanto al mayoreo como al detalle. En este país los márgenes de mercadeo de los granos principales son los siguientes:

Costa Rica - Márgenes de mercadeo de los granos (1961/1962).

Grano	Precio recibido agricultor	Precio venta al detalle	Margen comercial Valor	%
	(US $ por tonelada)			
Maíz	60.8	95.0	34.2	36,0
Fríjol	161.3	250.2	88.9	35,5
Arroz	123.1 (paddy)	160.9 (pulido)	37.8	23.6

El programa sustentador de precios en Costa Rica se concentra principalmente en el arroz y maíz. En dichos productos se ha comprado, por el CNP, cerca del 20 por ciento de la producción comercializada, a través de agencias compradoras que se abren en épocas de cosecha en las principales zonas de producción.

Los precios indicados en el cuadro anterior han sido obtenidos en el mercado particular, no en las agencias compradoras o vendedoras del CNP. De ello se puede apreciar claramente el efecto en los márgenes comerciales de la acción de dicho organismo. Compárense los valores de los márgenes de mercadeo en este caso, con aquellas dadas antes para otros países del istmo centroamericano.

Obsérvese que las diferencias entre los márgenes es mucho más real en base a los valores monetarios de éstos, que en razón de los mismos expresados en porcentaje: aún más, la comparación en base a márgenes porcentuales puede inducir a error. Compárese la diferencia de los márgenes entre el maíz en Nicaragua y Costa Rica, por ejemplo.

1) Medidas para introducir mayor eficiencia en el mercadeo del maíz, fríjol, arroz, etc.. Dada la estructura poco evolucionada de la producción -(miles de pequeñas fincas, ampliamente repartidas) y del sector intermediario (elevado número de pequeños comerciantes, sin mayor capacidad económica ni instalaciones adecuadas de almacenaje), que se traduce en fluctuaciones de precios extraordinariamente exagerados entre meses de cosecha y escasez*- las medidas que es necesario aplicar para corregir esta situación y propender a un desarrollo adecuado del sector comercial, son las siguientes:

a) Medidas de resultados a corto plazo:

-Sustentación de precios para el agricultor. Ello involucra:

Construcción de plantas almacenadoras para guardar entre un 15 por ciento a 20 por ciento del grano comercializado (esta relación, adecuada a la situación centroamericana, puede variar en otras regiones).

Poder comprador estatal suficiente para realizar dichas compras.

Adecuada dispersión geográfica del poder comprador, en las principales áreas de producción, durante la época de cosechas.

Precios de sustentación que eviten pérdidas al agricultor, pero que no contribuyan a mantener la ineficiencia productiva.

Aplicación de un sistema de clasificación normalizada para los granos, en las compras oficiales.

Márgenes entre los precios de compra al productor y de venta al por mayor y/o al detalle, que estimule mayor eficiencia en el sector intermediario, pero que no constituya una competencia de precios artificialmente bajos hacia este sector.

-Servicio oficial de información de mercados. Tal como se mencionó con anterioridad, esta es una medida relativamente sencilla de llevar a la práctica y que a menudo da buenos resultados a corto plazo. Un servicio para granos, de esta naturaleza, debería implantarse de la manera siguiente:

Informar los precios de compra al mayoreo en los principales centros de consumo del país (normalmente en 2 a 5 ciudades).

* En ciertos años, dichas variaciones en los precios del maíz han sido de 250 por ciento en Honduras, 130 por ciento en Nicaragua, 80 por ciento en Guatemala, 70 por ciento en El Salvador y 31 por ciento en Costa Rica.

Esta información debe ser semanal cuanto menos, especialmente durante las cosechas.

Los precios deben difundirse por radio, a lo menos 2 veces por semana. Además, debe ser publicada en la prensa local de cada área de producción. Las oficinas de extensión y/o crédito agrícola deberán exponer, en lugares visibles, dicha información.

Pasada la cosecha, además de los precios, debe informarse sobre las cantidades almacenadas en los elevadores o bodegas importantes del país.

b) Medidas de acción a plazos más largos

-Establecimiento de cooperativas de mercadeo. Por la dispersión geográfica de los productores de maíz y frijol, que es corriente en muchos países, además de corresponder en muchas zonas al tipo de agricultura denominada "transumante" -en muchos casos es muy difícil agrupar a los pequeños productores de granos en cooperativas. Sin embargo, donde las condiciones de concentración de fincas y tenencia de la tierra así lo permitan, debe propenderse a organizar al pequeño productor en cooperativas, proveyendo líneas de crédito en base al producto almacenado (pignoración).

De esta manera, no sólo se complementa el programa oficial de sustentación de precios, que necesariamente debe ser limitado a lo indispensable, sino que además se facilita al agricultor que pueda vender a precios superiores al de sustentación, con posterioridad a los meses de cosecha.

Estas mismas cooperativas, cuando adquieren cierta magnitud, pueden construír sus propias plantas industrializadoras, molinos, por ejemplo.

-Establecimiento de un sistema nacional de almacenes de depósito. Esto puede organizarlo el Estado*, conjuntamente con el establecimiento de plantas para el programa oficial de compras para sustentar precios; o puede estimularse a la iniciativa privada para que opere en este sentido. Cualquiera sea el camino a seguirse, es muy conveniente que sean contemplados los aspectos que se indican a continuación:

* El caso de INAGRARIO S.A. de Colombia, es particularmente interesante, pues está vinculado con el Instituto (IDEMA) oficial de Mercadeo y con la Caja de Crédito Agrario, Industrial y Minero.

Adecuada ubicación de los almacenes, bodegas o elevadores de depósito. No sólo debe existir en las grandes ciudades (como ha sido la tendencia en Latinoamérica), sino que deben construírse en áreas importantes de producción.

Dar preferencia a las cooperativas o asociaciones de agricultores para que puedan utilizar estos servicios o a cooperativas de consumo. Ello puede hacerse dando plazo para optar o almacenaje, primero a los indicados y luego a comerciantes; y/o dando mayor proporción de crédito, en relación al valor del grano pignorado, a estas instituciones que al sector intermediario.

Proporcionar un volumen de crédito pignoraticio adecuado y a bajo costo, para que el espacio de almacenamiento disponible pueda ser utilizado totalmente durante los meses de cosecha.

Algunos de los almacenes de depósito estatales, ubicados en áreas de producción, pueden ser transpasados a cooperativas agrícolas, una vez que éstas hayan sido constituídas convenientemente.

Las medidas indicadas, para propender a un adecuado desarrollo del mercadeo de granos en países de "agricultura del maíz", deben ser complementados con políticas paralelas destinadas a disminuír los costos de producción a través de incrementos de rendimientos por unidad de superficie. A medida que ello se consiga, debe irse revisando periódicamente la política de precios de sustentación con el popósito que se permita una declinación paulatina de éstos, lo cual no sólo disminuirá los costos de alimentación, sino que además, hará más económico el uso del maíz en la alimentación animal, especialmente porcina y avícola.

El hecho de que la población humana compita por el mismo grano con las explotaciones pecuarias y avícolas, es un hecho desafortunado en gran parte de Latinoamérica, ya que ello ha contribuído a mantener precios demasiado elevados para el maíz (y sorgo), lo cual no ha hecho posible su transformación en proteína animal a costos bajos. Por ello es que una política a largo plazo, debe contemplar una declinación de los precios del maíz (y sorgo) a medida que: (a) se logre rebajar los costos de producción, y (b) se disminuyen los márgenes de mercadeo.

Líneas de crédito al sector intermediario para construír instalaciones de almacenaje (una vez que el programa para el agricultor esté avanzado).

Lo anterior es un buen ejemplo de la interacción que existe, en muchos casos, entre políticas de precios, mercadeo y producción, para lograr ciertos desarrollos recomendables en determinados aspectos de la agricultura y consumo de alimentos.

Si se analizan las medidas básicas recomendadas se puede observar lo siguiente:

Se requiere de una participación amplia y coordinada del Estado, en casi todos los aspectos fundamentales.

Se tiende a dar una mejor posición al sector agrícola de pequeños productores, frente a los intermediarios.

Se propone una infraestructura comercial de almacenamiento estatal y privado, que se complementen, e incluso que permita el traspaso gradual de las plantas de almacenaje del Estado a las cooperativas agrícolas, cuando ello sea posible.

Se utiliza el crédito (pignoraticio y agrícola) como una herramienta destinada a dar ventajas al sector agrícola sobre el intermediario.

La política de diferenciales de precios oficiales relación precio de sustentación -precio de venta al por mayor y/o al detalle- tiende a eliminar gradualmente al intermediario ineficiente, posibilitando la aparición de mayoristas.

b. Mercadeo de granos en países "trigueros". Los tres países de América Latina, en donde es el trigo el grano más importante en cuanto a producción y consumo (pan y pastas), presentan una estructura de producción y mercadeo diferente a la de la América "maicera". Algunas de las características de producción y mercadeo en estos países es la siguiente:

1) Una parte considerable de la producción triguera (también de cebada, avena, centeno, maíz, fríjol, etc.) se origina en propiedades muy grandes, grandes y medianas. Sólo una parte no preponderante proviene de predios sub-familiares. Una elevada proporción de los productores posee instalaciones de almacenaje propias o en sus cooperativas, a lo menos para guardar parte importante de su producción.*

* En Argentina, por ejemplo, para una producción de trigo y existencias anuales que han fluctuado entre 7 a 10 millones de Tm., existía en 1960 una capacidad de almacenaje de 1,4 millones de Tm., en las fincas, 8,3 millones de Tm., en cooperativas y comerciantes y 5,1 millones de Tm., en la Junta Nacional de Granos.

2) En los canales comerciales existen firmas mayoristas grandes, industrias elaboradoras, exportadores, etc., que cuentan con capacidad económica e instalaciones de almacenaje de cierta magnitud. Las operaciones se realizan en gran escala y en base a sistemas de clasificación oficiales o comerciales bastante generalizados. Prevalecen los sistemas de compra-venta por muestra e incluso por descripción.

3) Normalmente, las oscilaciones estaciones de precios no son exageradas.

4) Los márgenes de mercadeo y/o elaboración, en algunos casos pueden ser elevados, debido principalmente a situaciones oligopsónicas o elevados costos laborales derivados de avanzada legislación social y/o presiones de organizaciones sindicales fuertes (obreros panificadores de Chile, por ejemplo).

5) Los precios de algunos granos importantes, son objeto de fijación oficial y/o condicionados por los mercados de exportación (Argentina y Uruguay) o por políticas de abastecimiento interno (Chile).

Se observa, entonces, que el origen de los problemas es, en muchos aspectos, diferente en los países trigueros, y se deriva de estructuras de producción y mercadeo de mayor envergadura y normalmente más localizados.

Las soluciones a los problemas del mercadeo de granos en estos países están relacionados con:

-Aumento de la integración vertical de las asociaciones o cooperativas agrícolas en el mercadeo.

-Mayor extensión de los sistemas cooperativos de mercadeo.

-Aspectos técnicos-económicos de manipuleo y transporte de granos a granel en grandes volúmenes.*

-Normalización de la clasificación comercial existente y/o ligeras innovaciones al respecto.

-Establecimiento de mayor número de laboratorios para determinación oficial de calidades.

-Mayor desplazamiento del crédito pignoraticio por granos almacenados al sector agrícola.

---

* En Argentina, cerca de 1/3 de la cosecha se moviliza a granel, el resto todavía en sacos.

-Mayor difusión de información de precios de venta al mayoreo y al detalle de granos y productos de la molienda y/o panificación.

-Mayor mecanización de la industria elaboradora.

-Propender a la eliminación de oligopsonios industriales (molinería generalmente), mediante aplicación de legislación antimonopólica y oportunidades a las cooperativas agrícolas.

-Líneas de crédito a largo plazo para que las cooperativas de agricultores puedan integrarse verticalmente en el mercadeo e industrialización, cuando ello sea necesario.

Como se observa, en los dos tipos de sistemas comerciales descritos y respecto a las mejoras que deben introducirse en éstos, hay diferencias bastante notables y propias de cada situación, derivadas de características inherentes de la producción misma de los granos y al grado de desarrollo del sector intermediario comercial-industrial.

2. Mercadeo de leche y productos lácteos. En Latinoamérica, el grado de desarrollo de la comercialización e industrialización de la leche presenta variaciones extremas entre los diversos países o entre regiones de un mismo país. La diferencia fundamental estriba, en la mayoría de los casos, de la presencia o no de plantas elaboradoras de leche (fluída pasteurizada o esterilizada; en polvo o concentrada; quesos y mantequilla; helados, etc.), o en el grado que la leche producida pasa por dichas plantas.

En su modalidad más primitiva -que existe en una proporción considerable del área americana- la leche producida en rebaños de bajísima productividad, se vende sin tratamiento alguno, en forma fluída, queso o mantequilla, en los centros consumidores. En general, la producción es altamente estacional en la mayor parte de estos casos, y las condiciones higiénicas de la leche son malísimas. El consumo per capita de leche y productos derivados es reducido. El precio de la leche es elevado para el medio, en razón a los bajos niveles de producción por vaca, (2 a 3 litros por vaca al día, en períodos de lactancia de 5 a 8 meses).

Cuando se introduce una planta moderna para elaborar leche, la situación a menudo cambia fundamentalmente, en lo que se refiere a las condiciones sanitarias del producto. Se estimula el consumo por la aparición en el mercado de productos de mejor calidad. Si la planta lleva una política adecuada de precios estacionales para la leche, se puede lograr reducir la fluctuación marcada de producción a lo largo del año. Las plantas lecheras, además, son buena fuente de asistencia técnica al productor, quien puede corregir deficiencias higiénicas en el ordeño y transporte de la leche. Si la planta tiene servicio de

divulgación adecuado, también se logra influír en el productor para que maneje en buena forma su ganado, lo alimente racionalmente; lo vacune, etc. etc..*

Si bien es cierto que las modernas plantas elaboradoras de leche son un avance considerable en el mercadeo debe tenerse en cuenta que ello representa un costo adicional en el precio de la leche. Este costo puede ser considerable si las plantas de leche no utilizan su máxima capacidad, lo cual desgraciadamente es frecuente observar en muchas de estas instalaciones en América Latina. Se produce, entonces, una elevación del precio del consumidor por este concepto y ello reduce el mercado, agravando la situación expuesta. En varios casos observados, la falta de volumen operacional adecuado de las plantas, se debe a que se sigue permitiendo en su área de venta, el expendio de leche fluída o "cruda" sin tratamiento alguno.

A continuación se presentan algunas estadísticas sobre precios y costos de leche pasteurizada en algunos países de América Latina.

* Es notable el efecto logrado en Chile a través de las plantas pertenecientes a las cooperativas lecheras, en estos aspectos.

Cuadro No. 7

América Latina - Precios y márgenes de pasteurización de leche fluída en algunos países (1962/63).

País	Consumo Per-Capita (lts./año)	Precios leche fluída: Al productor (centavos de dólar por litro)	Precios leche fluída: Al consumidor (centavos de dólar por litro)	Mantequilla (dólar/Kgr.)	Márgen elaboración y reparto (Ctvos. US$ /Lts.)	(%)	Sueldo obrero Ind. lechera en Lts. de leche (Lts/mes)
Argentina	190	4,4 (3,4%)*	8,8 (2,7%)*	1.00	4,4	50	800
Bolivia	20	8,0 (3,24%)	10,0 (2,8%)**	2.00	2,0	20	300
Chile	110	4,07 (3,4%)	4,7 (2,5%)**	0.94	0,63	14	510
Colombia	110	7,5 -	20,0-22,5 (3,6%)	-	13,75	62	300
Cuba	160	12,0 -	25,0 (3,0%)	1.85	13,00	40	645
Ecuador							
Quito	-	5,6 -	8,0 (3,0%)	1.1	2,4	30	525
Guayaquil	-	5,6 -	16,0 (3,0%)	1.1	10,4	64	525
Honduras	90	8,0 (3,9%)	17,5 (3,5%)	1.85	9,5	55	350
México	90	10,0 -	15,0 (3,4%)	1.7	5,0	33	300
Nicaragua	120	7,0 -	17,0 (3,2%)	1.55	10,0	58	300
Uruguay	250	6,3 (3,5%)	9,5 (3,5%)	1.40	3,2	33	950

* Materia grasa en la leche.

** Normalmente la reducción de materia grasa de la leche recibida del productor y aquella vendida al consumidor, sirve para que, a través de su venta y ganancias, se pueda mantener el bajo costo de pasteurización y reparto.

Fuente: Boletín Informativo de FAO. /4

L. Canales o Circuitos de Mercadeo

En toda investigación del mercadeo de productos agropecuarios debe realizarse una descripción detallada de la estructura comercial existente. Para ello es una ayuda muy práctica de construcción de los denominados gráficos de canales comerciales. Un ejemplo de estos gráficos aparece en la página siguiente. El objeto de estos gráficos es conocer cada uno de los grupos de intermediarios, con características afines en cuanto a modalidad de mercado(no basta poner, por ejemplo, el grupo de minoristas, sino que debe especificarse la clase de éstos: ambulantes, estacionarios, ferieros, tenderos, locatarios de mercados, supermercados simples o en cadena, etc.) y su relación con otros tipos de comerciantes, los productores y consumidores.

Una vez conocidos todos los tipos de intermediarios (incluso agencias de mercadeo gubernamentales e industrias elaboradoras) y la relación de cada uno con los demás, es necesario cuantificar dicho gráfico. Además es necesario realizar investigaciones adicionales, para obtener los siguientes datos, para lo cual ayuda mucho el gráfico de canales:

1. Número de comerciantes para cada grupo individualizado. En lo posible obtener una serie estadística al respecto, por 5 años a lo menos, para observar la tendencia reciente. La fuente corriente de esta información radica en los permisos, patentes o licencias que otorgan los gobiernos municipales a los comerciantes.

2. Cantidades o proporciones aproximadas de productos que maneja cada grupo de intermediarios anualmente (y estacionalmente, si es posible).

3. Proporción del volumen que circula por los diversos canales.

4. Margen de precios y de mercadeo que opera en cada grupo intermediario (comerciantes e industriales).

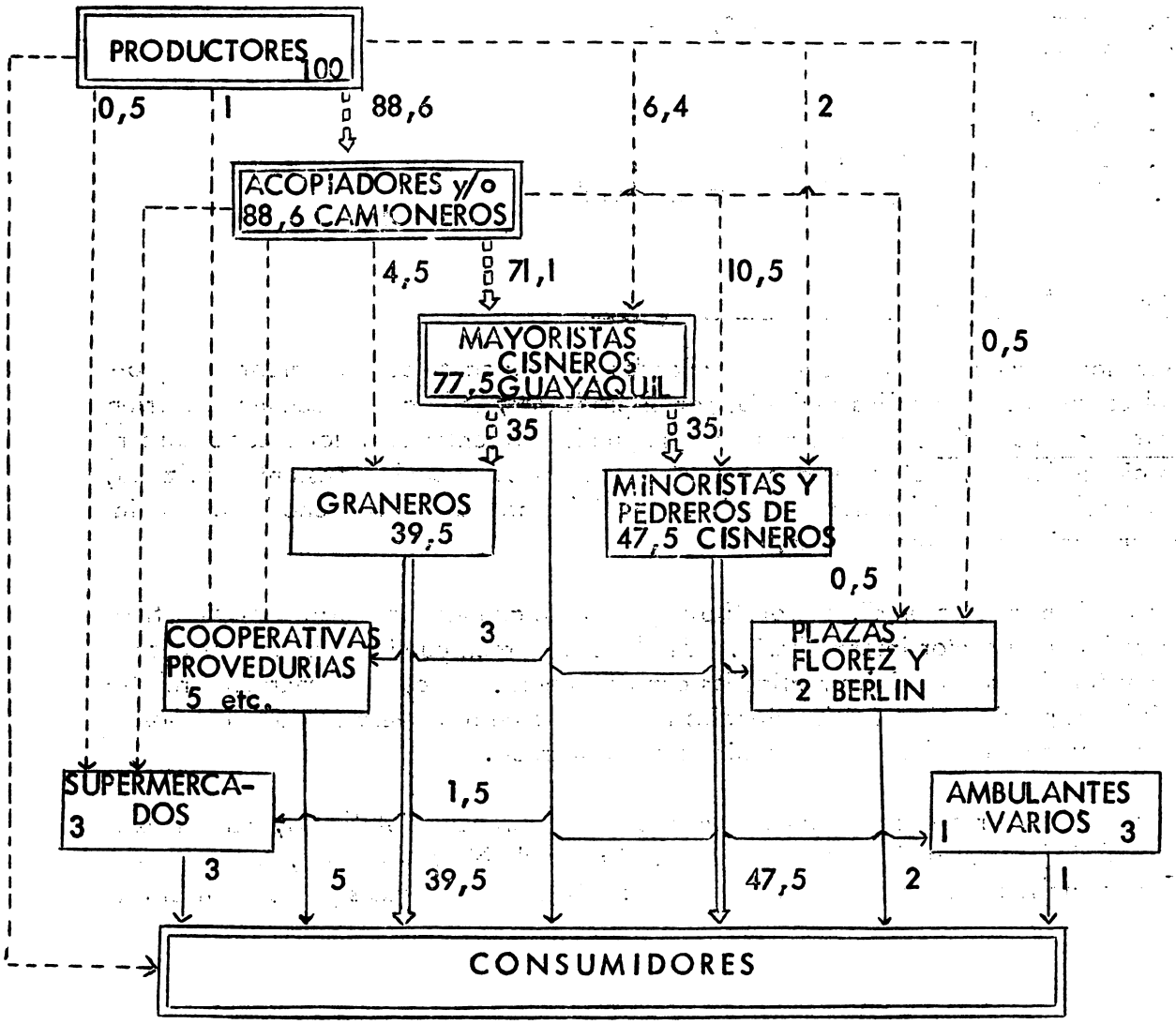
5. Funciones comerciales realizadas y su costo en cada etapa comercial y para cada canal.

La información así reunida, tomando como base de la investigación comercial los gráficos de canales comerciales, es de mucha utilidad para el análisis y evaluación de la estructura comercial en países subdesarrollados y constituye una herramienta de análisis para el planeamiento del desarrollo comercial.

Dichos gráficos y análisis cuantitativos deben hacerse para cada uno de los principales grupos de productos agropecuarios, tanto para el mercado interno como para el comercio exterior.

Gráfica No. 2

Canales de mercadeo de los víveres no elaborados* que se consumen en Medellín (1966-1967).



CONVENCIONES

Intermediarios mayoristas — - - - - - → Canales externos de mercadeo

Intermediarios detallistas ——————→ Canales de mercadeo en Medellín

Números: Importancia relativa aproximada de canales e intermediarios.

* Con excepción de panela.

Los principales grupos de productos que deben, por lo menos quedar incluídos en los análisis de la naturaleza indicada, son:

a. Granos (cereales, leguminosas, etc.)
b. Hortalizas y frutas
c. Aves y huevos
d. Ganado y carnes
e. Leche y productos derivados
f. Materias primas agrícolas de uso industrial

M. Márgenes de Mercadeo y Diferenciales de Precios

La diferencia existente entre los valores pagados por una cantidad equivalente del producto por el consumidor y aquellos recibidos por el productor, es lo que se denomina corrientemente margen de mercadeo. Dichos márgenes se pueden presentar en valor o como porcentaje del precio al detalle. Esta última manera de expresarlos, la cual es bastante utilizada, dá origen generalmente a evaluaciones erradas, especialmente cuando se tiene la tendencia de hacer comparaciones internacionales.

Un margen de mercadeo en sí, no constituye prueba de que existan deficiencias o utilidades exageradas en el sector intermediario. Un elevado margen puede estar ampliamente justificado por funciones y servicios realizados con eficiencia. En cambio, márgenes relativamente más bajos pueden encubrir deficiencias importantes en la comercialización de los productos, que una vez corregidas puedan disminuír dicho margen.

A continuación se presenta un cuadro de márgenes de mercadeo detallados, para manzanas de igual calidad y variedad, en Chile y Estados Unidos de Norte América, con el fin de mostrar el valor análitico muy relativo que tienen los márgenes expresados porcentualmente.

Cuadro No. 8

Margen de mercadeo de manzanas en Chile y Estados Unidos de Norte América.

	Márgenes Porcentuales		Márgenes Valorizados/a	
	Chile	E. Unidos	Chile	E. Unidos
	(Porcentajes)		(Dólares por Caja)	
Precio al detalle	100/b	100/c	3.50	9.10
Precio productor	30	25	1.05	2.27
Embaladoras (clasificación, envase, almacenaje).	23	23	0.98	2.09
Transporte/d	6	9	0.21	0.82
Comisionistas y otros	-	4	-	0.36
Comercio mayorista	9	9	0.32	0.83
Comercio minorista	27	30	0.94	2.73
Margen total de mercadeo	70	75	2.45	6.83

a/ Las cifras son para un cajón de manzanas de igual capacidad en cada país.
b/ Santiago
c/ Promedio New York-Chicago-Los Angeles.
d/ El recorrido medio, entre áreas de producción y centros de consumo es, aproximadamente, 6 veces mayor en Estados Unidos que en Chile.

Se puede apreciar en este cuadro, las conclusiones erradas que podrían desprenderse al basarse el análisis comparativo exclusivamente en los márgenes porcentuales de ambos países no solo en relación a los valores reales en cada caso sino que también respecto a lo que cada margen parcial representa realmente.

1. Diferenciales de precios. Se habla a menudo de "márgenes de precios", para indicar la diferencia existente entre precios a diferentes niveles del mercado (productor, mayoreo, detalle), para un mismo producto y/o calidad. Se suele confundir dichos márgenes con los de mercadeo.

Solo en aquellos productos que no sufren pérdidas o experimentan proceso de elaboración en la trayectoria que va desde el predio agrícola hasta el último consumidor, es donde las diferenciales de precios y de comercialización son coincidentes para un mismo producto y calidad. Es el caso típico de frutas y hortalizas, por ejemplo. En el caso del ganado en pié y carne al detalle, las diferencias entre los precios unitarios (por kilogramo) no corresponden

en absoluto al margen de mercado, en especial debido a que el precio medio del kilogramo de carne al detalle (promedio de costos) solo es aplicable a una porción (50 a 58 por ciento normalmente) del peso vivo del animal. Los otros componentes (vísceras diversas, huevos, sangre, piel, etc.) que entran en variada proporción dentro del peso vivo del animal, también tienen precios diferentes.

Sin embargo, aún cuando los diferenciales de precios de algunos productos no equivalen a los de mercadeo, las tendencias de dichos diferenciales si pueden indicar a menudo la tendencia del margen de mercadeo.

N. Consideraciones Generales Sobre la Experiencia Acumulada en los Países del Mundo sobre Planificación Nacional

La mayor parte de los países en desarrollo, los de América Latina entre ellos, durante los últimos 20 años han publicado "Planes de Desarrollo Económico", en los cuales el plan sectorial agropecuario ha sido comúnmente uno de sus elementos básicos.

El Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (BIRF), corrientemente denominado Banco Mundial, -y que en buena medida ha sido la agencia financiera para una fracción muy importante de las inversiones en moneda extranjera de estos planes- ha hecho un intento de evaluación en un centenar de países (desarrollados y subdesarrollados), para determinar el grado de éxito que ha tenido la planificación en éstos. A continuación se hace un resumen de los resultados de esta investigación, los cuales servirán para orientar y/o dar énfasis particular a determinados aspectos del planeamiento del desarrollo comercial.

1. Balance negativo de la programación. La historia de la pos-guerra revela que se han presentado más fracasos que éxitos en la aplicación de planes de desarrollo y que a menudo se confunde la formulación de un plan con el proceso de planificación.

Entre los países en desarrollo que poseen algún grado de economía de mercado y sectores privados importantes, solo en uno o dos casos se ha apreciado un éxito relativamente consistente en la ejecución de sus planes. Excepto por cortos períodos de tiempo, la mayoría de los países han fracasado en realizar o cumplir las metas previstas, por modestas que éstas hayan sido, en relación con las metas de ingreso y de producción.

Más grave aún, la situación económica general en estos países parece irse deteriorando cada vez más, en lugar de mejorar. En las naciones asiáticas, donde hay más experiencia acumulada en planeamiento que en otras regiones, las tasas del crecimiento a principios de la década de los años 1960, no solo han sido inferiores a las metas pre-establecidas sino que muestran un deterioro respecto a las de la década precedente. Esta situación no es en general, diferente a la de otros continentes subdesarrollados.

Por otra parte, cabe destacar que mientras la mayor parte de los países que tienen planes de desarrollo no han tenido éxito en su aplicación, ciertos países sin planes nacionales de desarrollo o agencias de planeamiento, han experimentado rápido desenvolvimiento económico. Un ejemplo de ellos en América Latina, lo constituye el caso de México entre 1940 y 1955*, en que mostró una espectacular tasa media de crecimiento entre el 5 a 6 por ciento al año.

En cuanto a los países más avanzados, se puede citar el caso de Alemania Occidental que ha obtenido un acelerado desenvolvimiento económico sin planes, que iguala, por lo menos, al de Francia que si los tiene.

El cuadro general expuesto, no implica necesariamente que los planes de desarrollo no tengan sentido práctico, o que deban ser abandonados, sino que por el contrario, la mala experiencia obtenida en tan numerosos casos debe servir para dar nuevas orientaciones a lo hecho hasta la fecha y rectificar los errores. Al respecto debe mencionarse otro resultado de la evaluación del Banco Mundial: pocos países utilizan la experiencia de sus vecinos. Esto se debe, en parte, a que no se conocen estas experiencias y, más importante aún, a que cada país cree o pretende que su caso es "único" en cuanto a su realidad política, económica y social. Sin embargo, el estudio efectuado revela justamente lo contrario: la mayor parte de los países subdesarrollados de una región tienen problemas muy similares y cometen los mismos errores.

Uno de estos últimos, y que mayores implicaciones ha tenido en el fracaso de los "planes nacionales" es la confusión entre "planes de desarrollo" y el "planeamiento del desarrollo". La planificación, como proceso de desarrollo involucra la aplicación de un sistema racional de alternativas, entre cursos de acción a seguir. Sin embargo, estas acciones deben ser compatibles con la realidad, vale decir, que efectivamente pueden llevarse a cabo tanto en relación con las inversiones, como en cuanto a otras posibilidades de desarrollo. Quienes han confundido (han sido la mayor parte de los países) los planes de desarrollo, con el proceso del planeamiento para el desarrollo, no han diferenciado lo que debe ser el producto del proceso de planificación con el proceso en sí.

Un plan puede jugar un rol importante en el proceso de planificación, cuando hace explícitas las bases de éste y la racional que se aplicará para las políticas y medidas de planificación. Pero, si un plan se prepara antes que el proceso se inicie verdaderamente o es incapaz de generar el proceso, es casi una certeza que tendrá poca significación en la realidad nacional.

2. Apoyo de los gobiernos. Una de las razones fundamentales que han incidido en la no aplicación de tantos planes de desarrollo, han sido la ausencia de un apoyo gubernamental efectivo. Esto que pudiera parecer un contrasentido, ha sucedido así en la práctica por lo siguiente:

---

* Actualmente existe una oficina de planeamiento, pero el gobierno no se ha adherido a los planes de ésta.

(a) Falta de disciplina en la aplicación o ejecución de los planes; y (b) por falta de adopción de políticas apropiadas para desarrollar los planes.

De este modo, el compromiso firme de los gobiernos para llevar a cabo los planes, -condición indispensable para su ejecución-, no ha existido verdaderamente en la mayor parte de los casos.

3. Incentivos. El estudio del Banco Mundial indica que mientras los líderes políticos de una nación no se comprometan y participen en el proceso de planificación, la gran masa ciudadana no mostrará interés en los mismos. Por otra parte, este interés, que logre efectivamente movilizar a la opinión pública en favor de los planes, solo se suscita cuando se ve que éstos serán remunerativos para la población.

La motivación o interés mencionado no ha podido ser obtenido en la práctica, apelando solamente a los sentimientos patrióticos de los ciudadanos o a sus devociones o ideas altruístas o abstractas, ni tampoco mediante panegíricos para determinados grupos o individuos. Así mismo igual fracaso han tenido en este aspecto los controles exagerados del gobierno sobre la actividad económica, o los sistemas de multas y castigos, todo lo cual se ha demostrado inefectivo.

Donde los gobiernos han reemplazado los excesivos controles administrativos por una política de incentivos económicos, el resultado ha sido generalmente la activación de la economía en forma acelerada (el caso de España, por ejemplo).

4. Países de economía centralizada. Desde principios de la década de los años cincuenta, cuando Yugoeslavia reemplazó los controles centrales, basados en el modelo soviético, por una administración descentralizada de la economía, en aquel país se ha evolucionado hacia un sistema de incentivos económicos basados en impuestos, créditos y políticas de precios, mediante el cual la remuneración de las empresas (estatales) y de los obreros, se fundamenta en su eficiencia productiva.

El estímulo a la producción logrado por este medio ha sido tan efectivo, que Checoeslovaquia, en particular, así como también Polonia, Hungría y últimamente la propia Unión Soviética, está haciendo evolucionar su economía hacia el modelo Yugoeslavia.

5. Países de economías mixtas. En contraste con las tendencias mencionadas del bloque socialista, muchos países subdesarrollados, están interviniendo cada vez más sus economías, pero no desde el punto de vista de crear "incentivos" al desarrollo, sino que estableciendo controles directos o ingerencia administrativa cada vez mayor de ésta. El resultado ha sido el de deprimir y retrasar cada vez más su desenvolvimiento económico.

Según los estudios del Banco Mundial, el problema ahora es obtener que los países de economía mixta readopten el sistema de incentivos económicos, que los países socialistas han estado incorporando recientemente.

6. Formulación e implementación del plan. Un aspecto que ha hecho aparentemente mucho daño es la separación conceptual entre planeamiento e implementación. La planificación no puede "despegar" donde ésta termina y la acción para ejecutarla se inicia.

Cada meta de un plan, debe estar necesariamente acompañada de políticas y medidas que hayan sido delineadas específicamente para complementarlas, de lo contrario, no pasarán de ser proyecciones o predicciones sin significado.

La conexión entre las metas de un plan y la política y otras medidas requeridas para obtenerlas, es algo que normalmente no ha sido realizado en los países en desarrollo, existiendo frecuentemente el error de creer que lo más necesario es la inversión, cuando en muchos casos es de igual o mayor importancia tener y aplicar medidas apropiadas de política, administración y organización.

Es frecuente encontrar situaciones en que las agencias u oficinas de planificación centralizadas, carecen de autoridad sobre la política que se formula en otros segmentos del gobierno. Se ha observado, por lo tanto, en muchos países que la política de impuestos, de precios, comerciales, monetarios y de crédito, en lugar de coadyuvar a la realización de los objetivos de los planes, los impiden u obstaculizan.

7. Metas irreales. Las oficinas de planificación normalmente poco pueden hacer en relación con la eficiencia administrativa de los gobiernos y la falta de respaldo político o de la voluntad de desarrollo de los diversos sectores involucrados. Pero, si en la elaboración de los planes, se ignoran estos factores, -como ha ocurrido en la práctica en numerosos casos-, terminan los planificadores por disociar sus actividades y el plan que están formulando, de la realidad nacional.

Esto último es lo que precisamente ha ocurrido en numerosos países subdesarrollados. Los planes se han fundamentado casi exclusivamente en las potencialidades económicas de los países o en las necesidades que establece su crecimiento demográfico; pero casi ninguna consideración se ha dado a la capacidad administrativa del país o a la voluntad del gobierno para llevarlos a cabo. En estos casos, los planes no pasan de ser documentos de simples intenciones, más que instrumentos reales de desarrollo. De ahí que sea poco sorprendente entonces, que los planes o sus metas jamás se realicen, ya que han sido fijadas de acuerdo con lo que se considera deseable, pero no con lo que es probable. El resultado comúnmente son metas tan elevadas, que nunca tienen oportunidad de cumplirse.

8. Proyectos específicos. La debilidad mayor de los países en desarrollo, según lo encontrado por el Banco Mundial, no es la falta de un elegantemente integrado y comprensivo plan de desarrollo, basado en las potencialidades económicas, sino que es la falta de proyectos individuales bien planeados y factibles de realizarse.

Teniendo en cuenta que generalmente toma años identificar y preparar un número suficientemente amplio de proyectos factibles, y que son necesarios para implementar un plan, es ya demasiado tarde para preocuparse de ellos después que se ha preparado el plan o aún cuando éste está en preparación. De tal manera, los planes nacionales generalmente carecen de estudios de pre-inversión de proyectos con que implementarlos. Pocos proyectos se estudian verdaderamente antes que el trabajo de implementarlos comience, con el resultado que muchos proyectos y programas no se lleven a cabo a un costo razonable o en un período adecuado de tiempo.

9. Cambio en la estructura de la planificación. De lo expuesto anteriormente, se deriva que el Banco recomiende estudiar la posibilidad de revertir los énfasis en las actuales secuencias de planeamiento. Los planificadores casi invariablemente han concentrado sus esfuerzos en planes agregativos, en lugar de preparar un número adecuado de proyectos y de ejecutarlos; aún cuando la experiencia ha demostrado que países con proyectos bien preparados, coordinados con procedimientos presupuestarios y controles apropiados, pueden no tener planes nacionales comprensivos, al menos por un tiempo, y sin embargo mantener altas tasas de desarrollo (México, Israel, Puerto Rico).

De ésto se deriva que es de tanta importancia y urgencia, como los planes comprensivos, innovar en la preparación de los proyectos, políticas y controles presupuestarios.

O. Políticas Agraria y de Mercadeo

1. Política agraria. Prácticamente todos los países de América Latina, han elaborado o están en el proceso de hacerlo, programas de desarrollo económico, /6 como uno de los pre-requisitos necesarios para obtener financiamiento externo a través del Banco Interamericano de Desarrollo, el BIRF, u otras agencias crediticias de carácter internacional.

Dentro de la programación del desarrollo económico de los países de América Latina, juegan un rol de importancia extrema los planes destinados a impulsar el desenvolvimiento del sector agrícola, tanto desde el punto de vista estrictamente económico, como en relación a los aspectos sociales.

Es en relación estrecha con los programas mencionados que debe plantearse la acción estatal latinoamericana respecto al mercadeo agrícola.

Ello equivale a decir, en otras palabras, que la programación del mercadeo de agropecuarios, debe estar concebida en estrecha coordinación con las metas y prioridades fijadas para el sector agropecuario y en relación, además, a la evolución que se prevea respecto a la demanda de la población consumidora por dichos productos, desde el punto de vista cualitativo.

La programación del desarrollo agrícola, una de cuyas partes fundamentales es el mercadeo, está ligada en la práctica y en gran medida a la política agraria que un país ha decidido llevar a cabo. Es, desde luego, muy diferente programar el desarrollo del sector agrícola bajo una política que otorga total prioridad a la reforma agraria, por ejemplo, que al simple fomento de la producción, sin tocar los aspectos institucionales tradicionales.

Sin embargo, teniendo en consideración los acuerdos que constituyeron el Título Primero de la Carta de Punta del Este, en Agosto de 1961, y que estableció el Programa de Alianza para el Progreso, dentro del marco de la operación Panamericana, puede suponerse, que en gran parte de los países de Latinoamérica, se intenta orientar la política agraria, con el propósito de:

c. Incrementar el aporte del sector agrícola al ingreso nacional (mejorando la productividad, ampliando y diversificando la producción de consumo interno y para la exportación y mejorando el mercadeo).

b. Lograr una distribución equitativa del ingreso dentro del sector agrícola (uso de la tierra, reforma tributaria, acceso al crédito y asistencia técnica, salarios mínimos, participación de los obreros en las utilidades, etc.).

En base a estas orientaciones socioeconómicas generales de política agraria, deberá ser programado el desarrollo sectorial agrícola, y como complemento indispensable de él, la programación del desarrollo comercial de los productos agropecuarios.

2. Política de mercadeo. En términos generales, los objetivos de una política de mercadeo aplicada a los productos agropecuarios, pueden resumirse como sigue:

a. Mantener y estabilizar un nivel de ingresos (a través de relaciones de precios adecuados) para el sector agropecuario, compatible con el de los demás sectores económicos del país.

b. Estabilizar y contribuir a mantener dentro de límites razonables los precios de los víveres a nivel del consumidor, de las industrias que utilizan materias primas agropecuarias, y para los productos de exportación.

c. Introducir en los procesos del mercadeo la máxima eficiencia operacional y tecnológica posible, para alcanzar un elevado nivel de productividad en los canales o circuitos de mercadeo, para el consumo interno y para la exportación.

d. Desarrollar los estímulos, servicios y controles estatales que sean necesarios para promover la competencia en el sector intermediario, beneficiar a los productores y consumidores y evitar prácticas reñidas con la ética comercial.

La participación estatal en la aplicación de la política de mercadeo es de importancia manifiesta en América Latina, particularmente si se tiene presente la generación extremadamente rápida y acumulativa de los problemas de mercadeo en los países de la región; la falta de dinamismo y bajísimo estado de evolución del sector intermediario tradicional, que se ha demostrado incapaz de asumir adecuadamente sus funciones en los procesos comerciales; las, a menudo, elevadas necesidades de financiamiento para crear la infraestructura comercial necesaria; los requerimientos de capacitación y asistencia técnica en prácticamente todos los niveles del mercado; la necesidad de una adecuada utilización de limitados recursos técnicos y financieros; y la necesidad de desarrollar programas perfectamente integrados desde la producción hasta la distribución final de los productos.

a. Aplicación de la política de mercadeo. Existe todo un conjunto de aspectos que deben ser englobados en la aplicación de una política de mercadeo, para cumplir los objetivos anteriormente enumerados. Aquellos que normalmente requieren especial mención en los países de la región son los siguientes:

1) Infraestructura de mercadeo. Construcción de una infraestructura de mercadeo que permita el desarrollo adecuado de sus procesos y la introducción de modalidades más eficientes en las operaciones comerciales. Ejemplo de la clase de infraestructura mayormente requerida en la región, son los siguientes:

-Vías y medios de transporte. Ello incluye carreteras, particularmente aquellas de la red secundaria y de penetración; adaptación de vehículos para transporte refrigerado y a granel; líneas de ferrocarril y vagones adaptados a los productos; equipos modernos de carga y descarga; corrales de ganado, bodegas y frigoríficos en los terminales, etc., obras portuarias y modernización de muelles de carga y descarga. En ciertos casos especiales, pueden incluirse aeropuertos y aviones de carga en estos programas.

-Plantas elaboradoras de productos (lecherías, enlatadoras, mataderos, o rastros, molinos, etc.).

-Bodegas y silos o elevadores comunes.

-Bodegas refrigeradas o frigoríficos.

-Centrales de acopio y acondicionamiento para productos agrícolas en áreas rurales, particularmente a nivel de las cooperativas agrícolas.

-Mercados y ferias de ganado en pié.

-Mercados o centrales de abastecimiento mayorista en centros urbanos.

-Supermercados modernos, a nivel detallista que, idealmente, pueden ser de cooperativas de consumidores.

2) Legislación comercial. En la mayoría de los países se requiere una revisión, modernización y codificación de la legislación existente que afecta al comercio e industrialización de los productos agropecuarios. Esto incluye la dictación de nuevas leyes y reglamentos tendientes a evitar situaciones monopólicas en los mercados, garantizar la variedad y calidad de los productos y evitar malas prácticas comerciales. Al respecto, una buena indicación de este tipo de legislación para el mercadeo se dan en el literal R, donde aparecen las principales disposiciones legales vigentes en Estados Unidos de Norte América, sobre la materia.

Debe destacarse también, que en muchos países de América Latina, existen ciertos tipos de leyes o reglamentos que están limitando el desarrollo adecuado del mercadeo, puesto que tienden a introducir monopolios locales que eliminan la competencia, particularmente a nivel departamental, provincial, municipal o comunal, según sea el país que se trate.

3) Tributación y otros gravámenes al comercio. Algo parecido a la situación vigente respecto a los aspectos legales, se hace presente en el régimen tributario que afecta al sector comercial. Aquí también se hace necesario, normalmente, una revisión y modernización encaminada a introducir incentivos y castigos tributarios que implementen adecuadamente la política de mercadeo que persigue el gobierno, a la vez que estimulen la competencia en los mercados nacionales. Dentro de este capítulo, deben revisarse y uniformarse, igualmente, los regímenes de patentes o de derechos comerciales que afecten a los mayoristas, industriales, tiendas al detal, etc., los cuales a menudo tienden a reflejarse en costos operacionales discriminatorios dentro de los mercados nacionales, lo cual no debe ocurrir; o retardan, desestimulan e impiden la introducción de métodos de mercadeo más eficientes. Un caso típico en este sentido, es por ejemplo, la aplicación del pago de patentes comerciales fraccionadas, por giros de negocios o productos especializados, a los supermercados de autoservicio. Esto último retardó la introducción y está limitando la expansión de esta nueva y eficaz modalidad de distribución, en ciertos países.

4) Administración de la política de mercadeo. La activa participación de los gobiernos en la organización de los sistemas y canales de mercadeo tradicionales, requiere a menudo de una reestructuración y coordinación de los diversos organismos estatales que tienen alguna participación o control directo o indirecto, sobre diversos aspectos del mercadeo, y la creación de instituciones o servicios especializados para dar cumplimiento a la política y programas estatales en esta materia.

Es común en los países de la región, que los gobiernos carezcan en gran medida, de los instrumentos de política comercial siguientes:

-Grupos especializados, en las oficinas sectoriales de planeación, para estructurar planes coherentes de desarrollo comercial en base a estudios y diagnósticos competentes de la situación existente en el país.

-Departamentos u oficinas encargadas de la investigación básica, análisis y evaluación de los procesos del mercadeo.

-Servicios para el desarrollo, aplicación e investigación de sistemas de clasificación normalizados para los productos agropecuarios, para el mercado interno y/o la exportación; control de pesas y medidas, etc..

-Servicios de información y estadísticas sobre mercados y precios; perspectivas de oferta y demanda; existencias almacenadas de productos, etc..

-Servicios de asistencia técnica y extensión en mercadeo agropecuario para agricultores, intermediarios y consumidores.

5) Capacitación en mercadeo agropecuario. Uno de los factores que obstaculizan en mayor grado las posibilidades de evolución rápida de los sistemas de mercadeo, -mediante la introducción de eficientes técnicas comerciales-, es la falta casi absoluta de personal profesional y técnico en las diferentes especialidades que demanda una estructura de mercadeo moderna. Incluso, los programas del gobierno encaminados a corregir las deficiencias más notorias de los sistemas comerciales vigentes, carecen de la orientación e impacto requeridos, por la falta de personal entrenado para estos propósitos. De ahí que sea una parte fundamental de cualquier política de mercadeo, el corregir estas deficiencias mediante la organización de cursos regulares sobre estas materias a nivel universitario, a nivel medio o técnico y a través de cursillos para dar entrenamiento en servicio a quienes deben encarar los problemas del mercadeo en las fincas, en el sector intermediario y en los organismos de gobierno encargados de actuar respecto al mercadeo agropecuario.

Un primer y serio intento en este sentido, para países en vías de desarrollo, ha sido la creación por el Gobierno de Colombia -con el concurso del Fondo Especial del Programa de las Naciones Unidas para el desarrollo (PNUD) y la asistencia técnica de la FAO- del Instituto Latinoamericano de Mercadeo Agrícola (ILMA) con sede en Bogotá, Colombia. Las funciones docentes principales de este Instituto son las de especializar a postgraduados universitarios en la organización, planeamiento y ejecución

de programas y proyectos específicos de mejoramiento del mercadeo y en la administración de empresas comerciales agrícolas. Así mismo, en este plantel docente se capacita a técnicos de nivel medio, en la práctica de las funciones y tecnología del mercadeo moderno, con el fin de que puedan actuar a nivel de la empresa privada, las cooperativas y en los servicios y organismos estatales de mercadeo. Estos cursos se complementan, además, con cursillos intensivos de entrenamiento en servicio para funcionarios o empleados de empresas privadas y estatales.

6) Cooperativas de mercadeo. Un aspecto de bastante importancia para la racionalización de los circuitos de mercadeo y supervisión de grupos intermediarios innecesarios y/o introducción de una mayor competencia en los mercados rurales, es la aplicación de una política encaminada a promover la organización de cooperativas agrícolas de mercadeo y de cooperativas de consumidores en ambos extremos de los canales comerciales.

Con este propósito, un instrumento de considerable importancia es el establecimiento de líneas de crédito a largo plazo para la dotación de las cooperativas con las construcciones (bodegas, centrales de acopio y acondicionamiento, frigoríficos, etc.) y equipos necesarios para la adecuada comercialización de los productos, incluyendo en casos determinados la posible construcción de plantas elaboradoras (plantas lecheras*, mataderos, molinos, etc.). Un financiamiento similar deberá ser establecido también para estimular la organización de cadenas de supermercados detallistas de cooperativas de consumidores, en los centros urbanos. Un ejemplo de esta clase de desarrollo son los supermercados de AVIANCA y BAVARIA en Bogotá, Colombia, y las cadenas de supermercados UNICOOP en Santiago de Chile.

P. Planeamiento del Mercado Agrícola

Una vez determinados los objetivos básicos de la política de mercadeo y sus respectivos programas de acción, instrumentos de política a utilizarse y organismos estatales que se responsabilizarán de la puesta en práctica de la política indicada, se requiere estructurar un programa de desarrollo del mercadeo agropecuario, que sea complementario al de desarrollo de la producción agrícola y coordinando con los demás programas sectoriales con los cuales tenga alguna vinculación. Es usual, por ejemplo, que el programa de desarrollo del transporte sea abordado por otro grupo sectorial, e igual cosa ocurre con los programas educacionales o de capacitación.

* Es digno de mencionar el Plan Lechero aplicado en Chile, para dotar de plantas elaboradoras de leche pasteurizada, en polvo, etc.; y de productos lácteos, a las cooperativas de productores lecheros.

El Instituto Latinoamericano de Programación Económica y Social (ILPES)* ha desarrollado -en base a su dilatada experiencia y vinculación con las oficinas de planificación de los gobiernos americanos- una metodología general de planificación para el sector agropecuario, la cual en sus aspectos fundamentales puede aplicarse por igual al mercadeo.

Básicamente, un programa de desarrollo para el mercadeo de los productos agropecuarios se puede dividir en las siguientes partes esenciales:

1. Prediagnóstico y diagnóstico.

2. Formulación y diseño técnico preliminar de los programas de desarrollo a:

   a. Nivel nacional.
   b. Nivel zonal o regional.
   c. Nivel subregional o local (proyectos específicos).

3. Compatibilización y evaluación de los programas de desarrollo.

4. Formulación del programa de desarrollo definitivo.

   a. Proyectos específicos (nivel subregional).
   b. Nivel zonal o regional.
   c. En el agregado nacional.

5. Proyectos de pre-inversión.

6. Ejecución y evaluación.

7. Operación permanente.

1. Prediagnóstico y diagnóstico. En el proceso de la planificación, es habitual que los gobiernos tengan urgencia por evaluar la situación existente en el campo del mercadeo agropecuario, y tener una orientación general sobre sus problemas y así poder concentrar esfuerzos en los aspectos más relevantes para estimular el desarrollo comercial. Así mismo, antes de poder disponer de la información necesaria para realizar un diagnóstico completo y suficientemente profundo del sector del mercadeo, también es de utilidad disponer de antecedentes preliminares al respecto.

   a. Prediagnóstico. Lo anterior se consigue a través de la etapa del prediagnóstico cuyo fundamento, por lo general, es en su mayor parte la información secundaria existente en el país, (estadísticas de precios, de producción, de censos comerciales e industriales, algunos estudios específicos, etc.).

* Con sede en Santiago de Chile y vinculado a la Comisión Económica para América Latina (CEPAL) y otros organismos de Naciones Unidas.

En base al prediagnóstico se puede a veces obtener una visión de conjunto de las principales anormalidades de los sistemas comerciales, lo cual sirve para planificar las investigaciones destinadas a obtener la información primaria que muy a menudo se requiere para un diagnóstico acertado de la situación del mercadeo agropecuario, tanto por productos, como en relación a su estructura geográfica.

Es casi general en América Latina, que no exista la mayor parte de la información estadística y censal requerida* para la evaluación de los procesos de mercadeo, de modo que es preciso, en muchos casos la realización previa de una serie de investigaciones para la realización de los diagnósticos.

b. Diagnóstico. Los aspectos principales a considerar en este capítulo de la programación dicen relación con lo siguiente:

1) Oferta. En base a las proyecciones generales contenidas en el plan de desarrollo de la producción agropecuaria, debe establecerse la localización geográfica de ésta y la estacionalidad probable de la misma.

2) Demanda. Debe establecerse la distribución geográfica en términos cuantitativos y, en lo posible, cualitativos de la demanda interna y externa por los diferentes productos.

3) Volúmenes comercializados. De particular importancia en países donde la programación de población rural es elevada, y parte de ella está compuesta de minifundistas y asalariados que consumen una fracción considerable de la producción local, es establecer con el mayor grado de aproximación posible las cantidades o volúmenes de productos efectivamente comercializados en las diferentes zonas agrícolas de los países. Una vez determinado ésto, es necesario establecer la proporción en que las cantidades comercializadas van a plantas de elaboración y para el consumo fresco.

4) Canales geográficos de mercadeo. Es importante establecer los movimientos y rutas principales que siguen los productos comercializados desde las áreas agrícolas a los centros de consumo, lo cual se puede expresar gráficamente sobre mapas. Ello debe incluir una explicación aproximada de la estacionalidad de la movilización de las respectivas producciones y sus probables variaciones fundamentales en el transcurso de la aplicación del plan de desarrollo.

* Volúmenes de productos comercializados e industrializados; estacionalidad de la producción; censos de comerciantes por tipo de productos y nivel del mercado donde operan; precios a nivel del productor; número, localización y capacidad de instalaciones de mercadeo; censos de transporte; elasticidad de demanda y de ingreso, consumo para población urbana y rural, etc., etc..

5) Circuitos de mercadeo. Los canales o circuitos de mercadeo tratados con anterioridad, deben ser determinados para cada clase o conjunto de productos similares, en relación con los principales mercados consumidores nacionales y puertos de embarque, para los artículos exportables.

6) Márgenes de mercadeo. Los márgenes mencionados en capítulos precedentes deben ser calculados y desglosados por grupos de intermediarios y principales funciones comerciales desarrolladas. Del análisis y evaluación de éstos márgenes se derivarán muchas de las recomendaciones técnico-económicas para introducir mejoramientos en los sistemas tradicionales de mercadeo.

7) Costos de mercadeo. En forma paralela al estudio de márgenes, debe realizarse un análisis de los costos de las funciones y servicios realizados por todos los involucrados en los canales de mercadeo.

8) Análisis de la estructura de precios. La estructura geográfica, estacional y de forma de los precios de cada producto, así como sus fluctuaciones anuales, a los diversos niveles del mercadeo, debe ser analizada. Así mismo, debe establecerse, en términos de poder adquisitivo real, las relaciones de los precios agrícolas entre sí, y respecto al nivel de precio medio de otros sectores de la economía de cada país, particularmente en cuanto al precio de los insumos agrícolas.

9) Análisis institucional. Debe hacerse una evaluación de los aspectos administrativos, operacionales, económicos y tecnológicos involucrados en las operaciones de mercadeo realizadas por los diferentes grupos intermediarios (incluyendo los del sector público relacionados con el mercadeo), así como de las funciones que éstos realizan, inversiones en instalaciones y equipo con que cuentan, etc., etc. Este análisis debe realizarse en relación con los diferentes circuitos de mercadeo determinados regionalmente para cada tipo de productos.

10) Aspectos legales, tributarios y crediticios. Un análisis y evaluación similar debe ser realizada sobre la legislación comercial vigente, tributación y gravámenes que afectan al sector comercial e industrial y sobre la política de crédito al comercio.

11) Identificación de deficiencias y posibles mejoramientos. Tomando como fundamento el resultado de los análisis anteriores, en este capítulo deben quedar perfectamente señaladas las deficiencias de todo orden que afectan el mercadeo de los productos, su importancia relativa y forma de corregirlas, indicando prioridades y la prelación e interacción de las medidas correctoras que se proponen.

c. Formulación preliminar de los programas de desarrollo. Una vez establecidas las innovaciones que es necesario introducir en los sistemas de comercialización y respecto a la elaboración de los productos agropecuarios, se requiere formular el programa de desarrollo del mercadeo propiamente tal, el cual en términos generales, incluye los aspectos esenciales siguientes:

1) Sector público

-A Nivel nacional

Inversiones del sector público en infraestructura de mercadeo indicando participación probable de aportes internos y externos, uso de moneda nacional y extranjera, etc.

Gastos anuales, durante la ejecución de los programas, para la planificación, supervisión, asistencia técnica, capacitación y otros aspectos destinados a implementar los programas, así como gastos corrientes varios.

Rol de los diferentes organismos estatales en el desarrollo de los programas, mecanismos de coordinación y supervisión, disponibilidades de personal y equipo, presupuestos anuales tentativos por programas, etc..

Implementación de los programas, señalando las necesidades anuales de asistencia técnica internacional, capacitación (becas) de técnicos nacionales, etc..

Prioridades, secuencias e interacción entre los diversos programas.

-A nivel regional y subregional o local. En este capítulo deben desglosarse los programas nacionales, indicando su localización y desarrollo previstos a nivel regional y local. En este último caso señalar los proyectos específicos que se piensa llevar a cabo y monto aproximado de los recursos de toda índole que se utilizarán en ellos.

2) Sector privado. Es conveniente que los programas de desarrollo indiquen, siguiendo las pautas anteriores, los programas que realizará el sector privado, con ayuda directa o indirecta del gobierno, y por cuenta propia, que sean complementarios o adicionales a los proyectos del sector público.

d. Compatibilización y evaluación de los programas. Una vez determinada, en su forma preliminar, la magnitud de los programas de mercadeo a nivel nacional, regional o zonal y subregional, se requiere compatibilizarlos con los recursos reales de índole financiera, técnica y de capacidad de ejecución, que

señale para cada sector o subsector económico la Oficina Nacional de Planificación, una vez que ésta evalúe el conjunto de planes o programas de desarrollo sectoriales, en función de los recursos globales que dispondrá el Gobierno en el período del plan.

Es común que el resultado de esta evaluación signifique recortes presupuestarios, a veces importantes, en las asignaciones de recursos que pueden utilizar los diferentes sectores.

e. Formulación del programa definitivo de desarrollo. En base a la asignación de recursos que imponga la Oficina Nacional de Planificación, se requiere a menudo una revisión completa del programa preliminar de desarrollo agropecuario y, por consiguiente, del de mercadeo.

En este caso, cuando se trata de reducir gastos, es a menudo más conveniente proceder a la revisión de los planes desde los niveles locales y regionales, de acuerdo a las prioridadades, secuencias de programas e interacción entre éstos, y así llegar, en el agregado de los proyectos revisados, a las cifras y programas nacionales.

f. Proyectos de pre-inversión. Para la obtención del financiamiento internacional que requieren normalmente los programas de desarrollo de los países de América Latina, se requiere la presentación de estudios muy completos de factibilidad y pre-inversión, para su presentación a agencias crediticias como el Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (BIRF o Banco Mundial), el Banco Interamericano de Desarrollo (BID), el Banco Centroamericano de integración Económica (BCIE), Eximbank, USAID, etc., que son quienes canalizan en mayor grado la asistencia financiera a los países en desarrollo.

Tal como se indicó en el estudio del BIRF, mencionado en capítulos anteriores, la falta de elaboración de estos proyectos específicos ha sido uno de los factores importantes por los cuales los países no han sido capaces de obtener buenos resultados en sus planes de desarrollo económico, debiendo darse en el futuro un énfasis creciente a este aspecto básico de la programación.

g. Ejecución y evaluación. Es imprescindible que quede perfectamente bien definida la estructura administrativa estatal que se encargará de ejecutar e implementar los programas de mercadeo, con indicación precisa de la jerarquía y funciones que desarrollará cada organismo a nivel nacional, regional y local, y los mecanismos de coordinación y supervisión que serán empleados.

Igualmente necesaria es la evaluación continuada de la ejecución de los programas de desarrollo comercial, lo cual indudablemente deberá ser realizado por el grupo de especialistas en mercadeo de la Oficina Sectorial de Planificación Agropecuaria.

h. Operación permanente. A diferencia de ciertos programas que pueden ser aplicados para la producción agropecuaria y en otros sectores económicos, la mayoría de los programas de desarrollo del mercadeo, requieren de una orientación, supervisión y control estatal permanente para evitar que muchos de los mejoramientos introducidos puedan retrogradar a situaciones monopólicas o de limitación del libre acceso a los mercados, distorciones de las fuerzas de oferta y demanda; uso de prácticas indeseables en las transacciones comerciales, desmejoramiento gradual de las condiciones de calidad e higiene de los productos, desestímulo a la competencia en aspectos socialmente convenientes, etc., etc..

De ahí que es necesario incluir en los programas de desarrollo del mercadeo la creación de oficinas o departamentos en los ministerios de Agricultura, por ejemplo, especializados en la investigación, asistencia técnica, información, extensión e inspección o control del mercadeo agropecuario, que situen en forma permanente, tanto para los productos de consumo interno como para aquellos destinados a la exportación.

Q. Clasificación*

1. Definición. La clasificación es el proceso utilizado para separar productos en diferentes lotes, llamado "grados", de mayor a menor calidad comercial, cada uno de los cuales lleva su propio nombre y etiqueta.

La calidad puede apreciarse por el tamaño, la forma, el sabor, el grado de madurez, la longitud de la fibra (como en el caso del algodón) u otras cualidades mesurables que afectan el valor comercial del producto.

La clasificación tipificada se obtiene cuando se hace uniforme, entre compradores y vendedores, en todos los lugares y en el tiempo, las especificaciones o normas de calidad de los tipos.

2. La clasificación y el mercadeo. La venta por grados es habitualmente más conveniente para los compradores, más lucrativas para los vendedores y parece una base más racional para el comercio entre ellos.

Los consumidores presentan una gran variación en preferencias e ingresos, éstos quieren y necesitan un rango de calidades distribuídas en categorías. Algunos pueden y quieren pagar por productos de alta calidad, otros deben comprar en forma más económica o pueden preferir, al menos para algunos usos, una calidad de más bajo precio, un grado no dará satisfacción por igual a todos los compradores. El propósito de la clasificación es ofrecer elección

* Clase dada por el señor Jacques Strebelle; especialista del ILMA.

entre distintos grados. No es el propósito de la clasificación asegurar la comercialización de sólo la mejor calidad eliminando la de menor calidad.

La división de los productos agrícolas por calidades es una tarea difícil, así como también cara. Entonces, por qué los grados cuentan con el favor de agricultores, compradores, agencias de comercialización y de los consumidores?

3. Ventajas de la clasificación y calidad. La clasificación por calidad ofrece varias ventajas:

a. Se facilita la comercialización de los productos. Si los grados son efectivamente significativos, porque son aplicados uniformemente y son prontamente comprendidos, se puede comerciar estos productos sin que sea necesaria una inspección detallada. El comprador puede obtener una descripción significativa que se dá en términos que él conoce. O puede procurarse una muestra que puede ser pequeña, ya que representa fielmente al lote completo.

En cualquier caso, ya sea que la venta se lleve a cabo por descripción o por muestra, la transacción puede completarse con mayor rapidez porque el comprador tiene confianza en el sistema de clasificación.

b. Se satisface con mayor exactitud las necesidades del comprador. Por ejemplo, un hospital, puede necesitar manzanas o papas pequeñas de un tamaño y forma más bien uniforme con un mínimo de defectos aún cuando ésto signifique que el precio sea más alto. Otro comprador podrá preferir un mayor tamaño, aceptando una menor uniformidad y tolerará mayores defectos, especialmente si este producto es obtenible a un precio mucho menor. Como la demanda del mercado varía entre localidades y personas dentro de una misma área, todos los compradores pueden obtener la calidad que mejor satisfaga sus necesidades, si la clasificación se lleva a efecto bajo un sistema desarrollado para reflejar estas diferencias.

c. Los precios de mercado tienen mayor significado. La clasificación forma la base para nuevos precios de mercado y permite una comparación inteligente de los precios. Los consumidores pueden transmitir entre sí sus preferencias a productores a través del sistema de precios.

d. La clasificación facilita la buena organización de un servicio de información. Productores, comerciantes y consumidores necesitan, todos por igual, información precisa respecto a existencia, precios y perspectivas de la demanda, para que el mecanismo de la comercialización funcione eficazmente. Una buena información necesita el establecimiento de un sistema de clasificación de esta manera, por ejemplo, los consumidores pueden conocer el precio de su calidad preferida, así como el productor orientar su producción hacia los grados más remunerativos.

e. Las operaciones financieras son más fáciles. La clasificación facilita los arreglos de créditos sobre productos que se envíen o almacenen. Las agencias financieras pueden efectuar préstamos con mayor rapidez y con mayor seguridad de que la garantía adecuada está asegurada porque el valor de los productos puede destinarse con mayor precisión.

f. Se pueden reducir los costos de transporte. Esto es especialmente aplicable a los perecibles. El establecimiento de grados elimina los productos inferiores en las áreas de producción, con lo cual disminuye el volumen transportable.

g. Se mejora el sistema de distribución completo con beneficio para el productor, el comprador y para los intermediarios. Los productos podrán entregarse más fácilmente a aquellas áreas que tengan demandas distintas, si los precios reflejan adecuadamente la demanda resultante de las diferencias en niveles de ingreso, gustos, costumbres, etc.. El establecimiento de grados permite una mayor flexibilidad en el comercio en tiempo y lugares alejados de los centros de inspección. Estimula el establecimiento de mejores métodos de producción y comercialización alentando al producto, e intermediarios a adoptar métodos más cuidadosos y eficaces, a eliminar los desechos y a reducir el deterioro.

El deterioro es un problema menor cuando la mayor parte del desecho es eliminado al comienzo del proceso de distribución. Así también se reduce el riesgo de deterioro adicional. Los grados claramente definidos facilitan los acuerdos entre compradores y vendedores, proporcionando además la base para establecer el valor justo del producto cuando existen reclamos contra compañías de transporte, debidas a pérdidas durante la conducción.

Como, conclusiones al respecto se puede decir que: la clasificación tipificada de los productos agropecuarios es un servicio esencial para facilitar el comercio exterior, interior, mayorista y minorista, lo mismo que el almacenamiento y manejo a través de las distintas etapas de la comercialización. Además del producto, es imprescindible establecer normas para envases una vez se implante el sistema de negociación en base a tipos.

En una economía desarrollada, la clasificación tipificada es esencial, ya que en las Bolsas Mundiales, los granos, fibras y casi todos los otros artículos que forman el objeto del comercio al por mayor, se venden sin previo examen del producto y en la mayoría de los casos ni cún de muestras.

4. Elementos a considerar en la determinación de los grados. El establecimiento de grados presenta varios problemas. Los grados deben dividir los productos de acuerdo a su calidad. Para ésto es necesario medir los factores que van a servir de indicadores de la calidad del producto.

Pero ocurre que es difícil hacer aivisión de acuerdo a calidad especialmente para los productos agrícolas, y muy especialmente para aquellos perecibles.

Qué criterios son útiles para establecer los grados?
Cuántos grados se requieren?
Qué factores deben medirse?

Los criterios a considerar para establecer los grados varían de producto a producto, y deben ser tales que:

a. Los grados deben ser en concordancia con las costumbres de los consumidores y reflejan el deseo de los compradores de pagar más por algunas calidades que por otras. Por lo tanto, los grados deben tomar en consideración las diferencias de precio que los compradores están dispuestos a pagar.

b. La clasificación por calidad debe elevarse de acuerdo a factores que puedan medirse con precisión y uniformidad.

c. Los grados o categorias hechos deben para cualquier producto incluír una parte suficiente del mismo, de manera que la clasificación tiene una real significación para el mercado.

   Se debe evitar por ejemplo fijar una clase de alta calidad donde sea muy poco el producto que podría cumplir los requisitos de este grado.

d. Para facilitar las comparaciones de precio, es necesario también que los diferentes mercados se emplea para los grados la misma terminología precisa y sencilla. Pero se debe anotar que eso no será siempre posible, como, por ejemplo en el caso de los productos elaborados (ganado-carne, trigo-harina).

5. Determinación de los criterios, indicadores de la calidad del producto. Es sin duda un problema bastante difícil, el de determinar los criterios principales de la calidad de un producto, que podrían servir al establecimiento de un sistema de clasificación.

Estas características pueden ser: sabor, color y la consistencia al clasificar la mantequilla; peso, grado de humedad, proteína y porcentaje de impurezas del arroz y del trigo. Las características importantes de calidad para las frutas y hortalizas podrían ser:

a. Tamaño
b. Variedad
c. Uniformidad (tamaño, forma, color ...)
d. Apariencia (color, forma, defectos, manchas ...)
e. Importancia de los defectos (deterioro, enfermedades, daños mecánicos, limpieza).

f. Criterios influyendo la conservación (madurez, firmeza, pudrición y daños).
g. Calidad comestible (sabor, textura, aroma, color, cantidad de jugo).
h. Calidad para cocinar.
i. Calidad nutritiva (vitaminas, minerales, valor calórico).

Entre estos factores, se debe elegir como base para el establecimiento de un sistema de clasificación, algunos fácilmente medibles que tienen una especial importancia para los consumidores, es decir, aquellos para los cuales el comprador pagará un sobre-precio.

Uno de los problemas difíciles concernientes a la medición de algunas de las características de la calidad es el hecho de estimarlas correctamente sin dañar el producto, por ejemplo los huevos deben clasificarse sin romper la cáscara, lo mismo, no se pueden clasificar las papas a base de su calidad de cocción, cuando deben ser vendidas crudas.

6. Metodología para el establecimiento de un sistema de clasificación.

a. Elección de algunos criterios de calidad, pudiendo utilizarse como base para la clasificación. Esta elección se hace (i) por observaciones directas, de las prácticas relacionadas a la clasificación existente en la finca, en los centros de acopio y los mercados mayoristas y minoristas; (ii) por encuestas, de los productores, intermediarios y consumidores para determinar las variedades del producto, las diferencias de precio respecto a la región de producción, a la calidad del producto (tamaño, madurez, sabor, variedad...) así como para investigar los criterios más importantes del punto de vista económico, para los cuales el consumidor está dispuesto a pagar un sobre-precio. Estos criterios más importantes, que podrían servir como base para la clasificación no son siempre fáciles a medir y, por lo tanto, es necesario substituir éstos a otros, representativos de los primeros. La investigación de estos criterios puede hacerse por medio del cálculo de correlación.

$$r = \frac{\mathcal{E}\,(x-\bar{x})\,.\,(y-\bar{y})}{\sqrt{\mathcal{E}\,(x-\bar{x})^2\,.\,\mathcal{E}\,(y-\bar{y})^2}} \qquad (1)$$

r = coeficiente de correlación
x,y = datos observados
$\bar{x},\bar{y}$ = promedio de los datos observados

b. Determinación de la muestra. Se determinó en conjunto de criterios considerados básicos para el establecimiento de la clasificación. De éstos se debe estudiar la heterogeneidad o uniformidad de cada uno con el fin de separar el producto en lotes homogéneos.

Como no se puede medir todas las unidades de un lote a clasificar, se debe tomar una muestra representativa, concerniente a los factores de calidad elegidos (diámetros, peso, contenido de grasa...). Esta muestra debe ser limitada y representativa.

Algunas de las características de ciertos productos pueden medirse satisfactoriamente de este modo, otros no; por ejemplo, puede ser suficiente tomar una muestra pequeña para determinar con precisión el contenido graso de la leche, el peso de los tomates, "chonto" o las impurezas del trigo; pero se necesita una muestra mucho más grande, para probar la dulzura de un lote de sandías o la calidad de cocción de las papas. Pero aún en este caso, puede ocurrir que los resultados no sean indicadores fidedignos porque es difícil medir estas características con exactitud. Por estas razones, se debe evitar el empleo de los métodos subjetivos y utilizar más los sistemas objetivos de evaluación.

El grado de la responsabilidad de la muestra se puede determinar por el cálculo de probabilidad. Este cálculo incluye tres variables: el número de unidades, la varianza y el intervalo de confianza.

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n} \quad (2); \qquad d = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1}} \cdot t. \quad (3)$$

σ^2 = Varianza
d = Intervalo de confianza
t = Factor de probabilidad
x = Valores originales
$\bar{x}$ = Promedio
n = Tamaño de la muestra
N = Tamaño del universo
Generalmente de la fórmula (3) se podrá eliminar el factor

$\frac{N - n}{N - 1}$, para ser casi igual a 1.

c. Heterogeneidad o uniformidad del lote. Para el análisis de la homogeneidad del lote, concerniente a los factores elegidos, como representativos de la calidad del producto se utiliza en general la desviación típica y el coeficiente de variación.

Estos datos nos indican, si las unidades individuales se encuentran cerca del promedio o si fluctúan entre límites amplios.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n}} \qquad c.v. = \frac{\sigma \cdot 100}{\bar{x}}$$

σ = desviación típica
x = valores regionales
$\bar{x}$ = promedio
cv = coeficiente de variación

En el caso de que el material sea heterogéneo, se tiene que establecer varios grupos que se basan en la curva de la distribución de frecuencia. Se quiere lograr grupos homogéneos, que representan cada uno con parte considerable del conjunto. La curva de frecuencia indica, qué límites deben tener los diferentes grupos.

d. Curva de frecuencia. En general el producto varía casi continuamente desde muy baja calidad a muy alta calidad con la mayor parte de la producción concentrada entre estos dos puntos extremos. La representación de esta distribución de la calidad del producto puede configurarse por las curvas de frecuencias de los factores, representativos de ella.

En algunos productos la distribución por calidad se asemeja a la curva de frecuencia normal, como se puede apreciar en el Gráfico No. 1.

En otros casos la distribución puede ser definitivamente oblícua con preponderancia de la calidad baja o de la alta, (Gráfico No. 2).

Gráfico No. 1

Distribución hipotética normal de calidad

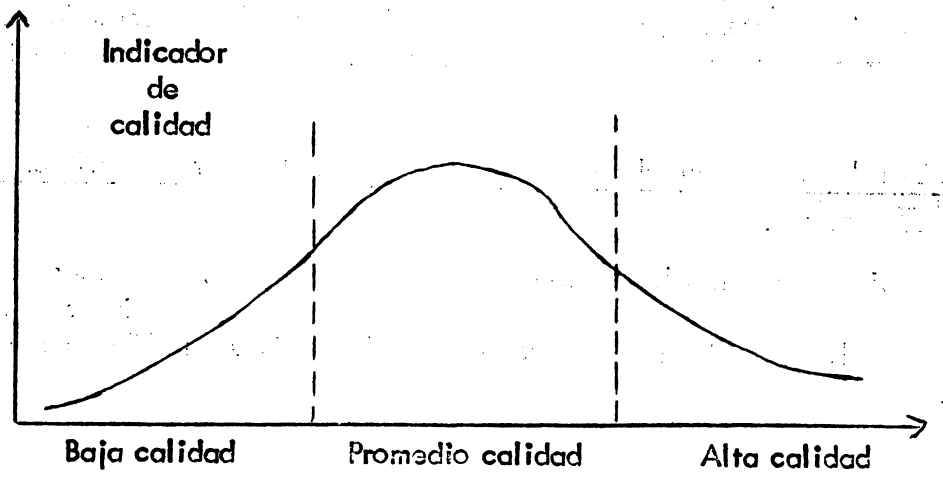
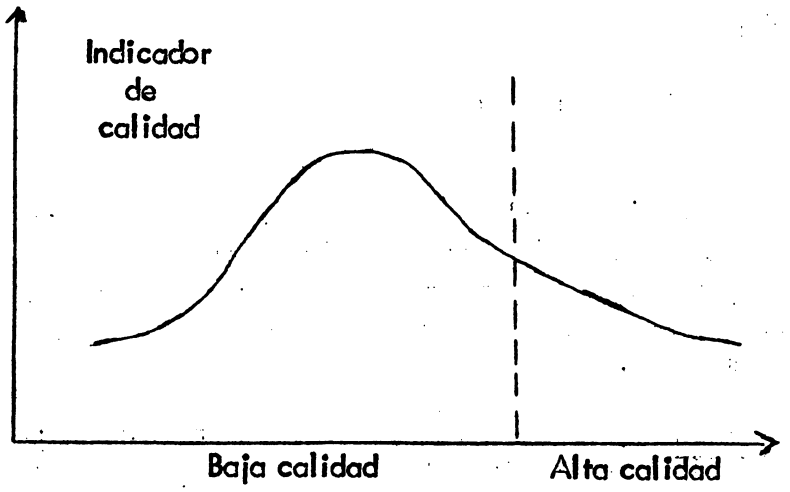


Gráfico No. 2

Distribución hipotética asimétrica de calidad



e. Determinación de límites de calidad. La determinación de límites de calidad para los productos agrícolas es difícil y los grados deben fijarse en forma más o menos arbitraria, de manera a lograr grupos homogéneos que sean suficientemente diferentes, pudiendo corresponder a precios diferentes.

Para los frutos y hortalizas se puede hablar de grupo homogéneo, cuando el coeficiente de variación para los factores de calidad considerados es menor de 10 por ciento.

Además, para la determinación de los límites y del número de grados se debe considerar (i) para el mercado interno las prácticas concernientes a la clasificación existente, e (ii) para el mercado externo los sistemas de clasificación existentes en otros países, es decir, las exigencias del mercado exterior.

R. Aspectos Legislativos Principales que Afectan el Mercadeo Agropecuario en Estados Unidos de Norte América

1. Legislación antimonopolio (Sherman Antitrust Act. 1890). Tendiente a evitar colusiones de intereses, que impliquen la aplicación de prácticas monopólicas limitativas a la libre negociación en los mercados.

2. Legislación contra prácticas que afectan la libre competencia. (Clayton Act. 1914). Previene lo siguiente: (i) la discriminación de precios; (ii) adquisición de acciones de firmas competidoras; (iii) interconexión de directorios o consejos de distintas empresas; y (iv) acuerdos o contratos que obliguen al comprador a adquirir exclusivamente de una firma. Leyes posteriores (Antimerger Act. 1950), ampliaron la legislación anterior, en el sentido de prohibir la adquisición de acciones o intereses con el objeto de ir a la creación de monopolios o de disminuír la competencia.

3. Legislación contra fraudes comerciales o prácticas impropias. (Federal Trade Commission Act. 1914). Margina la ley a quienes aplican prácticas fraudulentas en el mercadeo, tales como adulteración de productos; otorgar descuentos o beneficios de excepción a firmas que no expendan productos de la competencia; dar premios especiales a expendedores de tiendas para forzar la venta de determinados artículos; diseminar falsedades a través de la propaganda; utilizar marcas comerciales que no son propias y etiquetado falso en las mercaderías.

4. Legislación para evitar falsa competencia de precios. (Robinson Patman Act. 1936). Se aplica al comercio interestatal, y prohibe ventas a precios artificialmente bajos para eliminar la competencia; establece limitaciones a los descuentos por ventas en grandes volúmenes (que solo deben reflejar diferencias por concepto de menores costos de elaboración y comercialización); prohibe dar tratamientos preferenciales, a menos que éstos se den a todos los compradores equitativamente; etc.. Sin embargo, esta legislación permite rebajar los precios a una firma para competir con los precios legítimos de sus competidores.

5. Legislación sobre comercio legítimo (Fair Trade Laws). La mayor parte de los Estados tienen estas leyes, cuya finalidad es permitir se mantengan los precios al detal establecidos por las firmas, bajo marcas comerciales específicas.

6. Legislación sobre prácticas comerciales ilegítimas (Unfair Trade Practice Acts.). Son complementarias a las leyes anteriormente citadas y restringen el margen en que una firma puede disminuír sus precios, requiriendo que el precio al detal represente el costo más un porcentaje mínimo, que va del 4 al 12 por ciento (promedio: 6 por ciento). También establece un mínimo de 2 por ciento para el comercio mayorista, como margen sobre el costo de la mercadería. Sin embargo, se establecen excepciones para productos perecederos, cierre o quiebra de firmas y alimentos de producción marcadamente estacional.

7. Legislación para garantizar la calidad e higiene de los alimentos (Food and Drug Act. 1906: Food, Drug and Cosmetic Act. 1938). Las disposiciones contenidas en estas leyes tienen por finalidad asegurar la calidad y estado sanitario de los alimentos en relación con su limpieza, estado de conservación y genuinidad del producto. También ofrece protección al consumidor contra el uso impropio

de marcas comerciales, de envases y especificaciones del contenido, obligando a una correcta mención del peso, medida o cantidad y de los ingredientes del contenido. Estas leyes son complementadas por el Servicio Público de Sanidad (Public Health Service) que tiene la responsabilidad de establecer códigos sanitarios uniformes, y por las agencias estatales o locales, que inspeccionan los productos.

8. Legislación aplicada por la Secretaría de Agricultura. Dentro de esta categoría de leyes y reglamentos, deben mencionarse aquellos establecidos por el Departamento de Agricultura de los Estados Unidos, que son principalmente los siguientes:

9. Legislación sobre empacadores y ferias de ganado. (Packers and Stock-yards Act). En relación con el ganado, carnes y aves, se trata de asegurar una competencia libre y abierta en los mercados mediante:

a. Garantizar a los productores de ganado y aves que reciban un precio representativo de las condiciones del mercado; protegerlos contra cargos o tarifas excesivas y servicios inadecuados en los mercados públicos o ferias de ganado.

b. Proteger a los consumidores de prácticas comerciales impropias en el mercadeo de carnes y aves.

c. Proteger a quienes actúan en el mercadeo e industrialización del ganado, aves y carnes, de prácticas discriminatorias, impropias o engañosas, o de acciones monopolísticas de sus competidores.

10. Legislación sobre el mercadeo de frutas y hortalizas frescas y congeladas. (Perishable Agricultural Commodities Act). Su finalidad es asegurar prácticas comerciales justas en el mercadeo de estos productos, evitando actos impropios o fraudulentos como marcas comerciales falsas, engaños en cuanto a clasificación, origen y otras características del producto. Asimismo, se establece la manera como deben hacerse los embarques, recibo de estas mercaderías y la forma de pago de las mismas.

11. Legislación sobre instalaciones de almacenaje. (U.S. Warehouse Act). Determina las condiciones que deben cumplir las instalaciones de almacenamiento para asegurar la conservación adecuada de los productos. Las instalaciones de almacenaje deben obtener una licencia especial, y existe un servicio de inspecciones, sobre una base voluntaria, para quienes requieran de él. Los recibos obtenidos por los productos almacenados en las bodegas o elevadores con licencia, pueden ser objeto de transacciones comerciales, o ser utilizados para obtener crédito con pignoración del producto.

12. Legislación sobre transacciones a consignación. (Produce Agency Act). Prohibe prácticas fraudulentas en relación con operaciones comerciales a consignación en el caso de productos perecederos.

13. Legislación sobre envases o empaques. (Standard Containers Act). Establece las características (capacidades) que deben cumplir los envases o empaques (canastos, cajas, barriles, bandejas, etc.), para evitar engaños.

14. Legislación sobre Bolsas de Productos. (Commodity Exchange Act). Regula las transacciones y formas de determinación de los precios en las Bolsas de Productos, para evitar manipulación de los precios, embotellamientos provocados del mercado, y la difusión de informaciones erróneas que puedan afectar los precios. Provee, además, garantías a quienes usen las Bolsas para protegerse de las oscilaciones de precios, de fraudes o manipulaciones falsas y, también, garantiza ciertos margenes a los comerciantes. Además, se obliga a las Bolsas a proporcionar información completa sobre las transacciones realizadas.

15. Legislación sobre cooperativas de mercadeo. (Capper-Volstead Act. 1922). Destinada a promover que los productores, en forma cooperativa, acopien, elaboren, preparen para el mercado, manipulen y vendan sus productos en el comercio interestatal.

16. Legislación sobre Acuerdos y Ordenes de Mercadeo. (Agricultural Adjustment Act. 1933; Agricultural Marketing Agreements Act. 1937; Agricultural Act. 1961). Orientada a obtener un ordenamiento mayor en el mercadeo de alimentos, otorgando a los productores el medio de influir en mayor grado sobre los precios. Mediante estos acuerdos (afectan solo a los firmantes) y las Ordenes de Mercadeo ("Market Orders", que son obligatorias), se uniforman ciertos procedimientos comerciales relacionados con: calidades, precios, madurez de los productos, cuotas de venta, control de excedentes, mantención de reservas, inspección de los productos, especificaciones para los envases. Por último, esta reglamentación también impide las prácticas incorrectas en el comercio y señala la agencia que administrará la Orden. Cada Orden se aplica a un producto específico.

Un aspecto interesante es que las Ordenes de Mercadeo pueden incluir disposiciones para realizar investigaciones y proyectos de desarrollo con el fin de promover el mejoramiento de los sistemas de mercadeo vigentes y el consumo de los productos.

BIBLIOGRAFIA

1. ABBOTT, J.C. Problemas de la comercialización y medidas para mejorarla. FAO. Guía de Comercialización no. 1. 1958. 294 p.

2. BAKKEN, H.H. Theory of markets and marketing. s.l., Mimir, 1953.

3. BOLETIN ECONOMICO DE AMERICA LATINA (Chile) v. 1- ; 1956- . Semestral. Comisión Económica para América Latina (CEPAL). Santiago.

   5 (1960). Suplemento Estadístico.

4. BOLETIN INFORMATIVO (Chile) v. 1- ; 196 ?- ; Irregular. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, Santiago.

5. BURDETTE, R.F. y ABBOTT, J.C. La comercialización del ganado y de la carne. FAO. Guía de Comercialización no. 3. 1960. 228 p.

6. CARTA DE Punta del Este; establecimiento de la Alianza para el Progreso dentro del marco de la operación panamericana. II. Desarrollo económico y social. In Agudelo Villa, H. La revolución del desarrollo; origen y evolución de la Alianza para el Progreso. México, D.F., Roble, 1966. pp. 411-419.

7. CENTER OF LATIN AMERICAN STUDIES, LOS ANGELES. Statistical abstracts of Latin America. Los Angeles, University of California, 1962.

8. COMISION ECONOMICA PARA AMERICA LATINA. El sistema colombiano de trasportes. In _____. Análisis y proyecciones del desarrollo económico. III. El desarrollo económico de Colombia. México, D.F., Naciones Unidas, 1957. pp. 321-347.

9. _____ et al. Los granos básicos en Centroamérica y Panamá. Guatemala, Secretaría Permanente del Tratado de Integración Económica Centroamericana, 1963. 2 v. (SIECA/IFE/D.T.1)

10. _____. Trasporte. In _____. Estudio económico de América Latina, 1963. Nueva York, Naciones Unidas, 1964. pp. 95-122.

11. _____. El trasporte en América Latina. Nueva York, Naciones Unidas, 1965. 348 p.

12. FOYTIK, J. Grados y standards para la comercialización de las hortalizas frescas en Chile; algunos aspectos económicos. Santiago de Chile, Programa Chile-California, 1966. p. 28.

13. INSTITUTO LATINOAMERICANO DE MERCADEO AGRICOLA. Principios y práctica de la comercialización de productos agropecuarios. Bogotá, ILMA, 1964? Conferencia no. 13.

14. KOHLS, R.L. Marketing of agricultural products. 2 ed. New York, MacMillan, 1961. 424 p.

15. MILNE, A.M. The economics of the inland trasport goudau. s.l., 1955.

16. ORDOÑEZ, E.R. Aspectos diversos del trasporte en Colombia. Bogotá, 1966.

17. ORGANIZACION DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA AGRICULTURA Y LA ALIMENTACION. La comercialización de frutas y hortalizas. FAO. Guía de Comercialización no. 2. 1958. 237 p.

Preparada con el asesoramiento de un equipo de técnicos de los Países Bajos.

18. SALAZAR MONTOYA, J. El trasporte en Colombia. Bogotá, Presidencia de la República-Comité Nacional de Planeación, 1958. 292 p.

19. SAMPER, D. Los trasportes en Colombia. I. El trasporte un servicio público. II. El territorio. Economía Colombiana (2 época) 23(67):9-20. 1964.

20. _____. _____. III. Carreteras. IV. Plan Vial. Economía Colombiana (2 época) 23(68):25-34. 1965.

21. _____. _____. V. El trasporte y el desarrollo. VI. Ferrocarriles. Economía Colombiana (2 época) 23(69):33-43. 1965.

22. _____. _____. VII. Vías fluviales. Economía Colombiana (2 época) 23(70):33-40. 1965.

23. _____. _____. VIII. Los trasportes aéreos. IX. Integración del trasporte en Colombia. X. Organización Nacional del trasporte. Economía Colombiana (2 época) 24(71):19-26. 1965.

24. SHEPHERD, G.S. Marketing farm products; economic analysis. 3 ed. Ames, Iowa State College Press, 1955. 497 p.

25. STEWART, G.F. y ABBOTT, J.C. La comercialización de los huevos y de las aves de corral. FAO. Guía de Comercialización no. 4. 1961. 214 p.

26. STREBELLE, J. y WIERER, K. Seminario sobre clasificación de productos perecederos en el marco de las asignaturas nos. 100A-124 y 125. Bogotá, Instituto Latinoamericano de Mercadeo Agrícola, 1967. p. irr.

27. TAYLOR, H.C. Outlines of agricultural economics. New York, MacMillan, 1931.

28. TOUSLEY, R.D., CLARK, E. y CLARK, F.E. Principles of marketing. New York, MacMillan, 1962.

29. U.S. DEPARTMENT OF AGRICULTURE. Argentine wheat marketing practices and facilities. USDA. Foreign Agricultural Service. FAS-M-95. 1960. 30 p.

30. _____. Estimaciones de consumo para 1958. USDA. Foreign Agricultural Service. FAS-M-104. 1960.

31. UNION PANAMERICANA. Problemas generales del trasporte en América Latina. Washington, D.C., Organización de los Estados Americanos, 1963. 48 p.

32. _____. Investigaciones de los factores que afectan los costos de trasportes. Washington, D.C., Secretaría General de la Organización de los Estados Americanos, 1964. 94 p.

33. _____. Farm to market roads in Latin America. Washington, D.C., Organización de los Estados Americanos, 1964.

34. WIERER, K. Análisis de los costos del trasporte intraregional en el Departamento del Meta. Bogotá, 1968 (manuscrito).

35. _____. Bases económicas para mejorar la organización y las instalaciones de mercadeo con el fin de acelerar el desarrollo agrícola en los proyectos de colonización en Colombia. Bogotá, Instituto Latinoamericano de Mercadeo Agrícola, 1967. 202 p.

36. _____. Estadística y sus aplicaciones a la investigación en mercadeo agrícola; ejercicio de laboratorio del curso. Bogotá, Instituto Latinoamericano de Mercadeo Agrícola-Departamento de Capacitación, 1967. p. 75.

SISTEMAS DE DETERMINACION DE PRECIOS MINIMOS DE GARANTIA (PRECIOS DE SUSTENTACION) PARA PRODUCTOS AGRICOLAS

(Jorge Torres)

SISTEMAS DE DETERMINACION DE PRECIOS MINIMOS DE GARANTIA (PRECIOS DE SUSTENTACION) PARA PRODUCTOS AGRICOLAS*

Con el propósito de evitar las naturales depresiones de precios que prevalecen en épocas de cosechas en las zonas rurales y oscilaciones anuales exageradas en los mismos debidas a cambios bruscos en las áreas sembradas -agravadas por estímulos o desestímulos erráticos originados por los cambiantes precios recibidos por el agricultor- los gobiernos han establecido programas destinados a garantizar al agricultor un nivel mínimo de ingresos por unidad producida que propenda a evitar las variaciones indicadas en precios y áreas de siembra de un año a otro, que se traducen en una situación constante de incertidumbre que no propende al desarrollo adecuado de la producción y a elevar el grado de eficiencia de la misma.

Originalmente, en la mayor parte de los países latinoamericanos, los precios de sustentación han sido implantados sobre la base de cálculos de costos de producción. Este sistema ha sido abandonado, sin embargo, en varios países, especialmente aquellos con larga experiencia en la materia, debido a las siguientes consideraciones:

1. Existencia de una variación considerable en cuanto a la importancia relativa de los factores que componen el costo (insumos) en las diferentes áreas de producción de un país, o entre las fincas de diferentes tamaños en una misma área, entre aquellas de igual magnitud.

2. Como los precios mínimos de garantía -si han de cumplir una función básica de incentivo a la producción- deben determinarse y anunciarse antes de conocerse los resultados de las cosechas, es imposible determinar el costo real de una tonelada del producto sin saberse el rendimiento unitario que se obtendrá de ese cultivo. Por otra parte, aun cuando se establezca un rendimiento medio sobre el cual basar el cálculo de costos, el precio final que se obtenga como base de sustentación puede estar totalmente desligado del nivel de precios del resto de la economía, y aún de los otros productos agrícolas, en especial cuando existe un cierto grado de inflación en los precios internos. Además, si

* Tomado de: Comité Operativo, Fomento Agrícola y Abastecimiento Urbano, Ministerio de Agricultura, Oficina de Planeamiento. Bogotá, Colombia.

se consideran, para los efectos de este cálculo, rendimientos medios de años anteriores, sólo se consigue proteger e incluso acentuar la ineficiencia productiva y la aparición de zonas marginales de producción y/o desplazamiento de cultivos, sobre una base totalmente antieconómica.

3. La falta de registros contables apropiados a nivel de las fincas o la posibilidad de alteración de los mismos por parte de los productores, no permite conocer con exactitud la cantidad y el valor real de los insumos utilizados en la producción, a la vez que es muy difícil asignar en forma equitativa los costos fijos a las diversas explotaciones dentro de una misma finca.

4. En el sistema de fijación de precios en base a costos promedios, en países donde la eficiencia general es baja resulta impracticable hacer actuar el concepto de costos de oportunidad, el cual está directamente ligado al mejor aprovechamiento de los recursos productivos.

5. Finalmente, el empleo de costos de producción para establecer precios, resulta administrativamente lento y costoso debido a la dilatada gestión que requiere para obtener información fidedigna y representativa; a la disparidad de criterios que pueden esgrimirse en relación a la valorización de gastos e inversiones y su ponderación en el costo global -en especial cuando existen sectores considerables de agricultores de subsistencia- en donde no existe prácticamente, en muchos casos, el costo de oportunidad del trabajo personal de éstos. Por tales razones, en algunos países han sido abandonados los métodos de determinación de precios mínimos de garantía para el agricultor en base al concepto teórico e inexistente de "costos medios", que en realidad no son representativos de nada, y desvinculan peligrosamente las relaciones naturales que deberían existir entre los precios agrícolas entre sí y de éstos con los vigentes para el resto de la economía nacional. Ello es particularmente crítico en la economía de los países en desarrollo, donde en forma constante se están produciendo variaciones en los niveles de precios y cambios a veces fundamentales en las relaciones de oferta y demanda de los diversos bienes económicos que actúan en el mercado. Es por esta razón que se han ideado métodos o sistemas para establecer precios orientados a subsanar las deficiencias, rigidez y problemas del método antiguo de costos y que garanticen al sector agrícola mantener el valor adquisitivo real de los precios a que vende sus productos -factor muy importante en épocas de inflación- lo que es de vital importancia para asegurar la necesaria capitalización de las empresas agrícolas y, por consiguiente, la factibilidad de aplicar con éxito programas de fomento basados en la utilización de insumos como fertilizantes, semillas mejoradas, pesticidas, mecanización, la adquisición de sementales, obras de microinfraestructura, etc., que involucran un mayor desembolso (ya sea directo o a través del crédito) por parte de los agricultores.

El objetivo de los métodos más modernos de fijación de precios de sustentación es:

1. Introducir un sistema estable y casi automático de cálculo que evite la larga y compleja confrontación anual de opiniones, intereses y presiones de toda índole, propias del sistema en base a costos de producción.

2. Reflejar en el precio calculado las variaciones que experimentan de un año a otro los precios de los principales insumos físicos de producción y mano de obra agrícola.

3. Vincular, igualmente, este precio con los niveles de precios de la economía en general y de la agricultura en especial, con el objeto de evitar, por una parte, una gradual o incluso violenta (según sea la tasa de inflación) descapitalización de la agricultura a través de precios relativos desmejorados, o bien, evitar incentivos falsos de precios que promuevan sustituciones de cultivos en forma artificial y no fundamentada en efectivas ventajas económicas.

4. Ganar la confianza de los agricultores y del comercio sano para hacer inversiones al saberse que habrá un sistema confiable y rutinario de reajuste de precios, tendiente a asegurar que el capital invertido no se verá mermado en su valor adquisitivo real cualquiera que sea la desvalorización del signo monetario.

5. Introducir en el sistema un ajuste gradual de los precios a medida que se incrementa la eficiencia productiva general del cultivo, manifestada en una tendencia creciente de los rendimientos unitarios. De esta manera se obtiene, también, una adaptación progresiva de la estructura de producción hacia un tipo de agricultura más eficiente, por eliminación paulatina de productores que no evoluciona favorablemente en sus métodos de trabajo y en la desaparición de áreas no adaptadas para el cultivo.

Los sistemas analizados, primitivamente fueron aplicados en todas partes tomando como base de los índices algún período de años considerados como favorables en general para la agricultura. Sobre estas bases se construyen las series de índices utilizadas en el cálculo y a través de la combinación de cifras de éstas para un año determinado (en el que se determina el precio de sustentación), se establece el precio equivalente en valor real al precio para el producto en el período base. En EE.UU. de N.A., por ejemplo, el período de base utilizado fue el de 1910-1914 y sirvió de punto de partida en la definición del concepto de "paridad" en la Ley Agrícola de 1933. En Chile se utilizó por algunos años como período base el quinquenio 1934-1938. Sin embargo, en 1956 se modificó en parte este método con el fin de evitar la falta de elasticidad y adaptabilidad a las condiciones económicas cambiantes, que lleva aparejada la elección de una base pretérita de comparación, como era el caso del período 1934-1938. Las razones que se tuvieron en cuenta para hacer el cambio fueron las siguientes:

1. La base histórica de comparación supone que se han mantenido estáticas la eficiencia productiva, los rendimientos, las condiciones de la demanda del producto en particular y niveles de vida de la población.

2. Consecuencia de lo anterior es que los precios determinados en función del período histórico de comparación tienden a fomentar la productividad en áreas marginales y producir sustituciones antieconómicas entre los diversos cultivos, aún cuando no en forma tan pronunciada como el sistema de costos medios de producción.

3. Los precios fijados en esta forma se desligan peligrosamente de los procesos económicos recientes y pueden provocar reajustes de precios del producto, de un año a otro, que sean un factor agravante de una inflación o de un proceso deflacionario.

4. Debido a que, como ya se mencionó, se suponen estáticas las condiciones de productividad, este método no tiende a fomentar la introducción de técnicas mejoradas o disminución de los costos de producción en el sector agrícola.

5. En el sistema hasta entonces empleado se debían hacer estimaciones de las variaciones del nivel general de precios al momento de la cosecha que podían introducir errores graves en el cálculo.

6. Finalmente, la elección de bases históricas de comparación origina discusiones interminables entre los grupos interesados en la determinación de los precios, respecto a cuál período es el más indicado.

En razón de las consideraciones anteriores, en 1956 se empezó a aplicar como período base de comparación de los índices utilizados el promedio móvil decenal más reciente en lugar del período histórico base 1934-1938. Este afinamiento del método introdujo una base de comparación dinámica y evoluaciona a través del tiempo evitándose así la rigidez del sistema anterior. Las principales ventajas de esta nueva base de comparación son las siguientes:

a. Evita fluctuaciones demasiado bruscas de un año a otro en los precios. Esto es muy ventajoso en una política de precios agrícolas que tienda a producir efectos significativos en la producción triguera, de acuerdo con las necesidades del país. Además deja de ser el precio del trigo un factor activo de inflación, cuando ésta es acelerada. Por otra parte, tiende a proteger al agricultor de caídas bruscas de precios en época de deflación.

b. Propende al establecimiento de un período más acorde con la realidad económica, ya que toma en consideración la tendencia general de las relaciones de precios derivados de los cambios que normalmente se producen en los sectores de oferta y demanda en los países en desarrollo.

c. Con el sistema de promedios móviles se ha facilitado considerablemente el acuerdo entre los sectores interesados con respecto a la base o período de comparación a utilizarse.

d. Los errores en que puede incurrirse en la extrapolación de los índices utilizados al momento de la cosecha se atenúan considerablemente mediante este sistema.

e. Finalmente, el hecho en que la mayor parte de los países sub-desarrollados las estadísticas e índices de precios son, por lo general, relativamente inseguros y están constantemente siendo objeto de revisiones y mejoramiento, hace que el sistema de promedios móviles sea, técnicamente, el relativamente más exacto.

Cálculo del precio de producto A

El método de cálculo, como se mencionó, se basa en el concepto de que los precios de garantía al agricultor deben guardar relación con:

1. Las oscilaciones anuales de los principales componentes de los costos de producción (insumos) tales como valor de los salarios, fertilizantes, semillas, etc.

2. Las variaciones que experimentan los precios al detalle (costo de vida) y al por mayor de los principales artículos, combinados en un índice especial de precios.

3. Se toma como base para construír los índices señalados el promedio de los últimos diez años, con lo cual se introduce una necesaria movilidad de la base de comparación, la cual siempre estará vinculada con las tendencias recientes de la economía.

Ejemplo para iniciar el Sistema de Cálculo

De las Tablas I y II se puede deducir lo siguiente:

1. Para el año de 1966 se puede estimar un alza del nivel general de precios por lo menos idéntica al período precedente, vale decir: 10.22 por ciento.

2. Los insumos o factores de costo agrícola experimentan un alza reciente de: 37.44 por ciento.

3. El precio de sustentación del producto A para el año de 1966, debería ser reajustado en un 23.83 por ciento, cifra ésta que corresponde a un valor medio entre el alza registrada por los insumos (37.44 por ciento) y el nivel general de precios (10.22 por ciento).

La forma simple de cálculo, indicada, sólo es para ilustrar las bases del sistema, pues puede ser necesario -según sea el país y producto involucrados- establecer reajustes de precios por deterioros acumulados de años anteriores en el valor del producto estudiado y estimaciones adicionales en relación a la proyección que se cree tendrá el proceso inflacionario la temporada venidera que es cuando se aplicará el precio de garantía establecido por este procedimiento.

TABLA II

EJEMPLO DE UN PROMEDIO DECENAL DE INDICES DE PRECIOS

AÑOS	Indices Decenales		Indices recalculados			Precios de producto	
	Precios al consumidor	Precios al por mayor	Base 100 - Promedio 1956/65		Indice General de Precios	Precio Producto A	Indice producto A Base 100 Promedio 1956/1965
			Consumidor	Por mayor			
1947	185	1915	85.3	89.4	87.6	450	96.8
1948	186	1922	86.3	89.7	88.0	452	97.2
1949	187	1930	86.7	89.7	88.4	454	97.7
1950	189	1940	87.7	90.5	89.1	455	97.9
1951	192	1975	89.1	92.2	90.6	458	98.5
1952	198	2080	91.8	97.1	94.4	465	100.0
1953	216	2220	100.2	103.6	101.9	465	100.0
1954	240	2380	111.3	111.0	111.1	470	101.1
1955	265	2440	122.9	113.8	118.4	480	103.2
1956	298	2630	138.2	122.7	130.5	500	107.6
Suma	2156	21432				4649	
Promedio	215,6	2143,2				464,9	

Porcentaje de aumento del Indice General de Precios:

entre 1954 y 1955 = 6.57%

entre 1955 y 1956 = 10.22%

entre 1956 y 1957 = 10.22% (estimado)

porcentaje de aumento del precio:

entre 1954 y 1955 = 208%

entre 1955 y 1956 = 4.26%

ESTUDIO DE MERCADO Y COMERCIALIZACION

(Jorge Torres)

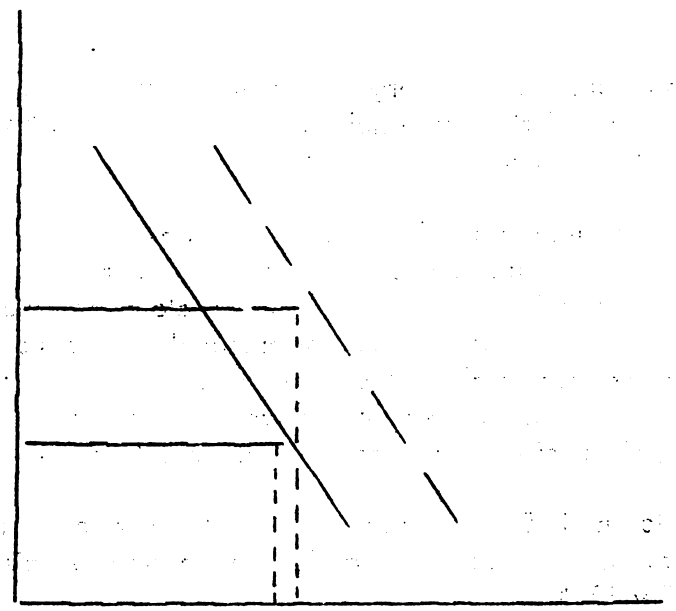
ESTUDIO DE MERCADO Y COMERCIALIZACION

Guillermo Grajales V.

A. Demanda

1. Definición, concepto, área y características de la demanda agrícola.

Generalmente se define la demanda como "las distintas cantidades de un producto que los compradores están dispuestos a adquirir a diferentes precios y en un momento determinado". Este concepto se puede expresar a través de línea, cuyos diferentes puntos representan las distintas cantidades del producto que los consumidores puedan adquirir a distintos precios, permaneciendo constantes los precios de bienes sustitutos y complementarios, gustos, innovaciones técnicas, la población y el ingreso y su distribución. Ello lleva, igualmente, implícito una relación inversa entre precios y cantidades demandadas, es decir, si el precio es alto una gran cantidad de compradores están dispuestos a comprar menos que cuando el precio es bajo. Lo anterior nos está señalando que en casi todos los casos las curvas de demanda presentan una inclinación descendente de izquierda a derecha, tal como se ilustra en el siguiente sistema de coordenadas:



En el gráfico anterior cuando el precio P_1 la cantidad demandada es Q_1 ($Q_1 < Q_2$). Una disminución del precio de P_1 a P_2 se traduce en un aumento de la cantidad demandada. Se pasa de Q_1 a Q_2 sobre la misma línea de demanda D D.

Generalmente s e interpreta en forma errónea los conceptos de cambio en la demanda y cambio en la cantidad demandada.

Un cambio (aumento o disminución) de la demanda se obtiene cuando los consumidores están dispuestos a comprar una cantidad mayor al mismo precio, o compran el mismo volumen a un precio más alto. Esto se puede observar en el gráfico anterior en el cual las curvas DD y D'D' prevalecen en unidades sucesivas de tiempo. En la primera curva al precio P_1 la cantidad demandada es Q_1 y en la segunda curva al mismo precio P_1, la cantidad demandada es Q_3. El desplazamiento de la curva de DD a D'D' puede deberse a distintos factores entre ellos cambios en los gustos de los consumidores, sus ingresos, población, etc.

Por su parte cambio en la cantidad demandada hace relación a un movimiento a lo largo de la misma curva de demanda, tal como ocurre cuando el precio P_1 baja al precio P_2 sobre la misma curva de demanda DD.

En un estudio de mercados y comercialización intervienen distintos agentes económicos: productores, intermediarios y consumidores y son, estos últimos quienes generan una demanda verdadera, llamada también demanda básica. La demanda que generan los intermediarios es la llamada Demanda derivada. Si ellos no están seguros de que pueden vender a los consumidores a un precio más alto, todo el volumen de lo comprado, no estarán dispuestos a comprarlo a los productores. Por lo general ellos adquieren un carácter olegopsónico, al menos a nivel local, lo cual les permite fijar precios a la producción ofrecida.

Con relación a las características de la demanda agrícola conviene señalar los siguientes aspectos:

a. Es relativamente constante a lo largo del tiempo para la mayoría de los productos, frente a una oferta estacional, lo cual señala períodos de exceso de oferta, alternados conépocas deficitarias.

b. La demanda de productos agrícolas tiene menor ponderación en los presupuestos familiares a medida que se modifica el nivel de ingreso (Ley de Engel). Asimismo sufre alteración su composición. En efecto al analizar series de ingreso y consumo para un país dividido por grupos de ingresos se observa que los porcentajes gastados en alimentos bajan, a medida que sube el ingreso, el gasto, sinembargo, en términos monetarios aumenta. Esto también se puede observar entre países, si se clasifican éstos en distintos niveles de ingresos.

Así, por ejemplo en U. S. A. menos del 25 % del ingreso medio total se gasta en alimentos, en Asia entre el 50 a 70 %, y en algunos países de América Latina entre 40 y 60 %.

Por su parte los factores que influyen en el cambio de la composición de

productos agrícolas demandados se asocian estrechamente con el grado de urbanización de los países.

Si se analizan las cifras sobre evolución de la población urbana y rural en Latinoamérica, su población total y rural por países suministrados por CEPAL y los consumos medios de algunos alimentos por grupos de países según el porcentaje de población urbana suministrados por FAO, se puede apreciar que en los países en los cuales la población es predominantemente urbana, existe un menor consumo per cápita, de granos y leguminosas que en aquellos donde la población rural es de importancia. Paralelamente el consumo de alimentos protéicos, de frutas y verduras, es mayor en los países considerados urbanizados.

Estas tendencias también se han observado en U. S. A. en donde entre 1909 y 1959 los consumos medios de granos y tubérculos bajaron entre un 25 % y 50 %, en circunstancias de que el consumo de frutas, verduras y huevos aumentó cerca de un 25 %. Estos cambios en la composición de los productos agrícolas demandados tienen su incidencia en el mercadeo de productos agropecuarios, ya que:

- Se requiere mayor técnica y rapidez en la comercialización de productos más perecibles que en el caso de los granos.

- El transporte y el almacenaje se hace más costoso pues son productos de menor peso específico que los granos.

- Crea cuellos de botella en los canales de comercialización tradicionales, los cuales no evolucionan rápidamente ante la nueva composición de los productos que movilizan.

2. Tipos de demanda

Existen distintos tipos de demanda que permiten explicar y justificar la existencia en el mercado de una nueva unidad de producción o la ampliación de una ya existente.

a. Demanda insatisfecha: Esta se puede reconocer mediante dos tipos de indicadores. El primero hace referencia al comportamiento de los precios. En los casos en los cuales existe demanda insatisfecha y no hay controles de precios, éstos alcanzan niveles muy altos originando utilidades excesivas. Por su parte el segundo indicador hace relación con la existencia de determinadas intervenciones que permiten establecer controles de precios, y racionamiento.

Demanda por sustitución. La nueva oferta puede desalojar parte de la ya

existente, creando así una demanda por sustitución a través de una mejor calidad y/o un menor precio en base a una innovación tecnológica que permita reducir costos y desplazar así a las firmas marginales. En este caso no solo puede ocurrir una redistribución del mercado, sino una ampliación del mismo, vía menores precios.

Conviene señalar la sustitución de la demanda de un bien, en base al comportamiento de los precios de los sustitutos, tal es el caso del comportamiento de las cantidades demandadas de carne de res y de pescado, en base al desarrollo de sus precios relativos. Así mismo es de interés adelantar en esta sección que los cambios en los precios de los bienes complementarios - leche y café pueden también modificar la demanda del bien pero en sentido inverso a como lo hacen los precios de los bienes sustitutos.

El concepto de demanda de sustitución puede hacer igualmente referencia a sustitución de importaciones en el caso de que la oferta desplazada provenga de importadores.

Demanda potencial. El concepto de demanda potencial hace relación a la demanda que se lograría si se cumpliesen ciertas condiciones, que actualmente no se presentan en el mercado. Sin embargo en una economía de mercado este concepto no tiene mucho sentido. Así la demanda potencial estimada en base a los requerimientos nutricionales de la población solo sirve como punto de referencia con relación a la demanda actual.

Demanda de servicios gratuitos. La demanda por servicios gratuitos - educación, hospitales, carreteras, etc. - descansa en la política y recursos del estado sobre qué servicios debe pagar el consumidor y cuáles debe financiar el mismo Estado.

El hecho de que estos servicios no tengan precio en el mercado no implica que no tengan demanda. En un modelo en el cual no existiesen restricciones de orden político la provisión de éstos recursos debería hacerse en función del incremento del producto Bruto Nacional. De todas maneras se converge el problema de asignación de recursos. *

Demanda interna y externa. En el primer caso se hace relación a la demanda doméstica o nacional, la cual por lo general se protege en base a medidas arancelarias, prohibición de importaciones y se caracteriza por pertenecer a un mercado menos exigente que el mercado externo en cuanto a calidad y grado de competencia.

---

* IBARRA, José "Asignación de Recursos, Programación Lineal y Teoría Económica. Instituto Latinoamericano de Planeación Económica y Social (ILPES) Chile 1962.

Finalmente conviene señalar los conceptos de demanda final cuando el bien no va a ser transformado en períodos posteriores y se dirige al consumidor y el de demanda dependiente o atada en el caso de que la cantidad demandada de un bién esté en función de la demanda final de otro bien y del cual entra a formar parte en el proceso de producción.

3. Factores de la demanda

Cuando en términos de la teoría económica se habla de demanda, se entiende, a menos que se especifique otra cosa, demanda percápita. Para el análisis del mercado de un proyecto se requiere hablar de la demanda total de una economía y por lo tanto en este caso, una de las principales variables que entran en la determinación de la demanda, lo constituyen los aspectos demográficos. El tamaño y la composición de la población son los factores que es necesario considerar en primer término, y desde un punto de vista dinámico, la tasa de crecimiento de la población.

Otro de los factores que puede influir sobre el volumen total de la demanda de un determinado bien es el hecho de las posibilidades de exportación del producto. El análisis de las posibilidades de exportación requiere sin embargo un tratamiento especial ya que se trata de demanda de otros paises y de comparación de situaciones económicas.

Hablando de la demanda individual, esta puede considerarse como una función en la que la demanda D, es una variable dependiente del comportamiento de algunas variables independientes. En términos generales los principales factores que influyen en la formación de la demanda son: 1) El nivel de ingresos de los consumidores y su distribución; 2) El precio del producto; 3) el precio de los bienes sucedáneos y 4) El gusto de los consumidores. La influencia que cada uno de estos factores tenga sobre la formación de la demanda, varía en los diferentes productos y en los diferentes sitios de consumo. Además es bueno tener en cuenta que en todos los casos, diversos factores obran simultáneamente en el proceso de la determinación de la demanda.

En concordancia con lo anterior es posible escribir la ecuación:

$$D = f\,(Y,\ P,\ Pa,\ G \Longrightarrow)$$

Es decir que la demanda de un bien es una función del ingreso de los consumidores, del precio del producto, del precio de los productos que lo sustituyen y del gusto de los consumidores.

a. Ingreso

El ingreso es una de las variables más fuertes que determinan el volumen

de la demanda. En mayor o en menor escala la demanda de todos los bienes está positivamente relacionada con el ingreso y solamente algunos productos llamados " Bienes inferiores " sufren una disminución en la demanda cuando aumenta el ingreso de los consumidores. Ejemplos de estos bienes en los Estados Unidos son las papas y la manteca de cerdo; en México se mencionan las tortillas como bienes inferiores.

En el análisis de la relación que puede existir entre el ingreso y la demanda es necesario distinguir los aspectos estáticos de los aspectos dinámicos. En el primer caso se considera un momento dado y por lo tanto podemos observar que dentro de una sociedad los grupos de menos ingresos tiene diferente demanda que los grupos de mayores ingresos. Este tipo de observaciones puede deducirse de una encuesta entre consumidores de diferentes niveles de ingreso, en tal forma que se vea en qué grupo está concentrada la demanda; solamente en el caso de los bienes inferiores se notará una concentración en los niveles inferiores del ingreso.

Desde el punto de vista del análisis dinámico es necesario observar cómo va cambiando la demanda de un bien cuando varían los ingresos a través de un período de tiempo, independientemente del estrato de ingresos en que se encuentre concentrada la demanda del producto. Un último factor que puede anotarse dentro de la consideración del ingreso como determinante de la demanda, es la correlación entre los niveles de demanda (la mayoría de los casos usando cifras de consumo) y de ingreso en diferentes paises; este tipo de análisis sirve para indicar a qué nivel se encuentra el país considerado con respecto a los demás paises, pero las conclusiones que se derivan de una observación pueden ser de diversas índoles según el caso. En términos generales se dice que el ingreso tiene menor influencia sobre la demanda en el caso de los bienes necesarios. Para los Estados Unidos se estima que dentro de pocos años la demanda de productos agrículas será constante y no tendrá variaciones motivadas por el cambio en los ingresos; en cambio cada vez es más fuerte la influencia del ingreso sobre la demanda de bienes superfluos.

b. Precio de Producto

Desde luego que el precio de un bien influye sobre la demanda del mismo. El mecanismo a través del cual se lleva a cabo esta influencia es el de la utilidad del consumidor. La utilidad marginal (es decir la utilidad de la última unidad) va disminuyendo a medida que la persona aumenta el consumo. Así por ejemplo la primera taza de café en en día, produce en el consumidor una cierta cantidad de satisfacción; la segunda y la tercera taza del día producirán cada una, diferentes cantidades adicionales de satisfacción o utilidad, pero si se continúa aumentado el consumo, se llegará a un cierto nivel (5, 10, o 15 tazas según el consumidor) al cual el café no proporcionará

ninguna utilidad y por el contrario se encontrará un punto en el cual haya una utilidad negativa o sea una molestia. El consumidor racional busca maximizar la utilidad que obtenga de los bienes que compra con el dinero a su disposición y por lo tanto, está dispuesto a pagar más dinero por una mayor utilidad. Si aceptamos la ley de la utilidad marginal decreciente, tenemos que aceptar que el consumidor racional sólo comprará cantidades adicionales de un bien si el precio va siendo menor, con el objeto de que ese menor precio compense la menor utilidad de los bienes adicionales.

La influencia que tiene el precio sobre formación de la demanda varía con los diferentes productos. Como regla general puede decirse que mientras más necesario sea el bien, menor será el efecto que tiene un cambio en su precio sobre la cantidad demandada. Un cambio de un 50 % en el precio de la sal de cocina posiblemente no modifique la actitud de los compradores, pero ese mismo cambio en un producto menos necesario puede hacer variar el criterio de muchos compradores.

Otra segunda regla general se refiere al precio unitario del bien y el porcentaje del ingreso que el bien represente dentro del presupuesto del consumidor. Mientras mayor sea el valor del bien o del servicio, mayor será la respuesta de los consumidores a un cambio en el precio. Por ejemplo un cambio en el precio de la vivienda (bien sea alquilada o comprada) tendrá un mayor efecto que un cambio en el precio de un producto como los palillos para los dientes.

e. Precios de otros Productos

Los cambios en los precios de los productos que pueden reemplazar un bien tienen cierto efecto sobre la demanda del bien estudiado. En la misma forma puede decirse que un cambio en el precio de un producto, permaneciendo constantes los precios de los sustitutos, puede afectar la demanda; es decir, que el concepto importante es la variación de la relación de precios.

Los cambios en la demanda tenderá a ser más fuertes mientras más cercanos sustitutos sean los productos cuya relación de precios se a modificada. Como ejemplo puede mencionarse el caso de los aceites vegetales comestibles que tienden a sustituirse unos por otros dependiendo de la relación de precios existentes. El número de sustitutos tiene también influencia sobre la magnitud de la respuesta a un cambio de precio.

Los cambios en los precios de productos complementarios como se señaló atrás, pueden también modificar la demanda pero en sentido inverso a como lo hacen los cambios en los precios de los sustitutos.

d. Gustos de los consumidores

Aún cuando las preferencias de los consumidores tienen una gran repercusión sobre la demanda de un producto, el efecto es difícilmente mensurable. Un cambio en las preferencias de los compradores (moda) puede tener graves repercusiones sobre la demanda de un bien como es el caso de las prendas de vestir.

Es bueno anotar que las preferencias pueden dentro de ciertos límites ser encauzadas por el sector de la producción mediante adecuadas campañas publicitarias.

4. Proyección de la demanda

Uno de los objetivos básicos del proyecto es el de colocar en el mercado una cantidad determinada a precios remunerativos. Cuando no se cuantifica la demanda, que se supone existe en el mercado - en base a precios elevados, controles, racionamiento, etc. - se hace referencia a una demanda proyectada en forma implícita. Pero si dicha demanda se cuantifica como veremos más adelante, se hace alusión a una demanda proyectada en forma explícita. De todas maneras es preferible contar con un estimativo de la cantidad que se va a demandar.

Clases de elasticidad

a. Elasticidad precio

Cuando se conocen las definiciones de los conceptos más importantes que entran en juego en el estudio de mercado, se pone de manifiesto la importancia que tal concepto tiene cuando se analiza la demanda.

El concepto de elasticidad es muy importante para el estudio de los mercados, puesto que permite estimar dentro de ciertos márgenes de confianza las posibles respuestas de los consumidores frente a cambios en las variables que determinan su demanda. Cada una de las variables que determinan la demanda tiene un coeficiente de elasticidad; así, hay coeficiente de elasticidad-precio, ingreso, cruzada (con relación a los precios de otros productos).

La elasticidad se define como el cambio porcentual que se realiza en la demanda con motivo de un cambio porcentual en una de las variables que la determinan. Su expresión matemática consiste en representar la relación de un cambio infinitesimal de los precios en un punto de la curva. Pero es posible hacer mediciones reales de elasticidad sin necesidad de conocer las características de la curva.

Pasamos pues de estas consideraciones preliminares al concepto numérico, descartando el tratamiento de variaciones infinitesimales.

En una primera aproximación podríamos expresar:

$$\text{Elasticidad} = \frac{\text{Variación porcentual de la cantidad}}{\text{Variación porcentual del precio}}$$

Un incremento en P, por ejemplo, se expresaría ΔP que porcentualmente es $\Delta p/p$. Este incremento en P, provocaría en la curva de demanda un decremento en Q que porcentualmente sería $\frac{\Delta Q}{Q}$

La relación existente entre ambas, que es la elasticidad precio, se expresaría:

$$E = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta Q}{P}} \equiv \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}$$

Por ser normalmente negativa la curva de la demanda el coeficiente de elasticidad tendría signo negativo.

En la relación de las variaciones del precio y la cantidad, pueden suceder tres casos en general explicados así:

1) $\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta P}{P}$, la relación será igual a la unidad

2) $\frac{\Delta Q}{Q} > \frac{\Delta P}{P}$, la relación sería mayor que la unidad

3) $\frac{\Delta Q}{Q} < \frac{\Delta P}{P}$, la relación sería menor que la unidad

Estas tres expresiones aproximadas que hemos localizado toman los siguientes nombres:

Si es igual a 1, se denomina elasticidad unitaria

Si es mayor de 1, se le denomina Demanda Elástica
Si es menor que 1, se le denomina Demanda Inelástica

Ahora bien, tenemos una idea de la elasticidad y tenemos por otro lado una fórmula general para calcularla en forma aproximada, Cómo calcular entonces la elasticidad promedio en un tramo ?

Para ello existe un pequeño problema: si bien es fácil determinar $\triangle Q$ y $\triangle P$ como una diferencia entre los puntos Q_o y Q_1 y P_o y P_1 por el otro lado tenemos que para P y Q existen dos valores, (inicial y final) entonces el problema es cuál de los dos tomaremos. Existe una solución para ello, que consiste en tomar valores medios representativos, ello se ve claramente en las siguientes dos fórmulas:

$$E = \frac{\dfrac{\triangle Q}{(Q_o + Q_1).1/2}}{\dfrac{\triangle P}{(P_o + P_1).1/2}} \quad \text{o bien } E = \frac{\dfrac{\triangle Q}{(Q_o+Q_1)}}{\dfrac{\triangle P}{(P_o + P_1)}}$$

En este caso se estará obteniendo un promedio de la elasticidad a lo largo de un tramo de la curva de la demanda.

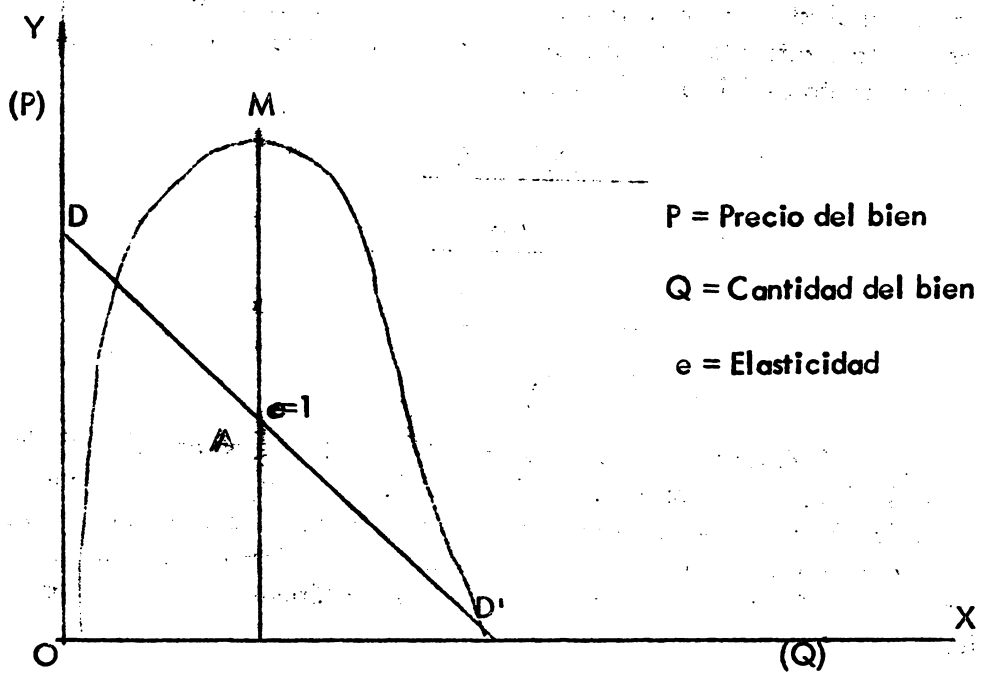
Es necesario también ligar el concepto de elasticidad con el de ingreso total del proyecto (entendiendo este como el producto del precio por la cantidad) y para ello es de utilidad el siguiente cuadro acompañado con el gráfico No. 2 que vaya demostrando cada una de las aseveraciones: (en el cuadro se trata del concepto de elasticidad, arco).

Variación	Demanda Inelástica	Elasticidad igual a 1	Demanda Elástica
Aumento del precio	Aumento del ingreso	Ingreso no cambia	Ingreso disminuye
Baja del precio	Disminución del ingreso	Ingreso no cambia	Ingreso aumenta

Estas relaciones entre la elasticidad-precio de la demanda y su resultado en el ingreso total, tienen gran importancia y además de su valor como instrumento de análisis en los proyectos.

En el gráfico No. 2 hemos representado una curva de la demanda DD' en la forma de Línea Recta. La elasticidad en este caso varía desde cero en el punto D' hasta infinito en el punto D, pasando por un punto A en el cual es igual a 1. Una elasticidad igual a uno indica que un cambio porcentual en el precio traerá como consecuencia un cambio en la cantidad demanda, de la misma magnitud relativa. Los ingresos totales o sea el producto de la cantidad por el precio pueden representarse gráficamente por la parábola OMD'. la cual tiene un valor máximo en unidades monetarias. Se observa que este valor máximo coincide con el punto de la curva de demanda en donde la elasticidad es igual a 1. Puede también deducirse de este gráfico que cuando la elasticidad es menor que la unidad (por - ción de la curva DD' a la derecha de A) los ingresos totales disminuirán frente a una baja de precios y aumentarán con una alza en los mismos; en cambio si la situación corresponde a un punto localizado a la izquierda del punto A (Elasticidad mayor que la unidad) un aumento en los precios hará bajar los ingresos totales y viceversa.

RELACIONES ENTRE ELASTICIDAD E INGRESO TOTAL



b) Elasticidad ingreso de la demanda

El cambio porcentual de la demanda debido a un cambio porcentual en los ingresos es lo que se denomina coeficiente de elasticidad - ingreso de la demanda -.

La fórmula para el cálculo de la elasticidad está dada por la expresión:

$$Ey = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta Y}{Y}}$$

Cuando el coeficiente tiene un valor inferior a la unidad, se dice que los cambios en la demanda son proporcionalmente menores que los cambios en los ingresos. Si por el contrario el valor del coeficiente es superior a la unidad el cambio en la demanda habrá sido relativamente superior al cambio del ingreso. Este último caso se representa generalmente con los artículos suntuarios, una vez que los consumidores han satisfecho sus necesidades básicas. Los productos alimenticios generalmente tienen elasticidades menores que uno. (Ley de Engel).

El concepto de la elasticidad ingreso es también un concepto en un punto en una línea de correlación, pero para ciertos casos prácticos, resulta útil hablar de la elasticidad a lo largo de un segmento de la curva. Como en el caso de la elasticidad precio, es bueno hacer un promedio del segmento y por lo tanto es útil esta fórmula.

$$Ey = \frac{\frac{\Delta Q}{(Q_o + Q_1)}}{\frac{\Delta Y}{(Y_o + Y_1)}}$$

En donde Q_o é Y_o corresponde a las cantidades y los ingresos del período base, y Q_1 é Y_1 los valores del período final. Si se dispone de la ecuación de la línea de correlación ingreso demanda y se desea obtener el valor del coeficiente de elasticidad en un punto determinado, es posible hacer uso del cálculo diferencial y en tal caso la fórmula para calcular sería:

$Ey = \frac{dQ}{dY} \quad \frac{Y}{Q}$ en donde $\frac{dQ}{dY}$, representa la derivada de la cantidad con respecto al ingreso

c. Elasticidad cruzada, llamada también elasticidad de substitución, mide los cambios que se producen en la demanda de un bien como respuesta a los cambios

en los precios de otros productos. Para calcular esta elasticidad se usa la siguiente fórmula:

$$Ec = \frac{\frac{\Delta Qa}{Qa}}{\frac{\Delta Pb}{Pb}}$$

En este caso, Qa es la cantidad del bien A y Pb el precio del producto B.

Los efectos que se causen en la demanda de un bien por cambio en el precio de otro, varían según la relación que existen entre los productos. Si se trata de productos complementarios tales (como automóviles y gasolina) el coeficiente serán negativo porque un alza en el precio de la gasolina por ejemplo podía determinar una baja en la demanda de autos y viceversa.

Si los productos son substitutivos el coeficiente de elasticidad será positivo aceite comestible de maní y de algodón y por ejemplo: un alza en el precio de uno determinará un aumento en la demanda del otro.

Metodología empleada en el cálculo de la demanda

Planteamientos

- Al proyecto le interesa el futuro
- Los datos representan el pasado
- Organizando los datos se puede estimar una tendencia
- Con la tendencia, podemos extrapolar datos y obtener un estimativo
- La forma más conveniente para apreciar el comportamiento de los datos es representándolos gráficamente
- Aunque al introducir una curva matemática se procura que ésta pase lo más cerca posible del conjunto de puntos representados siempre se medirán diferencias entre las ordenadas de la curva y los valores reales.
- Algunas diferencias serán por exceso y otras por defecto
- Tanto la elección de la curva, como la estimación del grado en que

ésta representa la tendencia de los datos, requiere el uso de herramientas matemáficas que pueden ir desde las muy simples hasta las extremadamente complicadas.

- Las herramientas matemáticas se agruparán en:

Elementos para extrapolación de tendencias

Elementos para evaluar el grado de bondad del ajuste de la curva matemática con los datos.

- Cuando se observan dos fenómenos puede ocurrir:

Que sean completamente independientes d uno del otro.

Ej.: La producción de arroz y el consumo de cigarrillos.

Que estén íntimamente relacionados entre sí, de tal modo que para cada valor de uno de ellos aparezca un valor del otro.

- Esto corresponde al concepto matemático de función; variable dependiente y variable independiente. Ej.: La presión y su volumen.

Que entre los fenómenos haya una interdependencia más o menos causal, de tal modo que los valores de uno expliquen con mayor o menor precisión los del otro.

Se dice que estos fenómenos están correlacionados
Se habla entonces de la variable explicativa
Ej.: La venta de productos alimenticios crece con el aumento de la población.

Proyecciones de la demanda

Las proyecciones se basan en el comportamiento anterior y en las perspectivas del futuro. Como primer paso debe tenerse en cuenta la clasificación de los productos cuya demanda vaya a proyectarse, así:

- Bienes de consumo

- Bienes de capital

- Bienes intermedios o de demanda dependiente

1) Bienes de consumo

La proyección de los bienes de consumo se puede hacer principalmente atendiendo los siguientes factores:

- Tendencia de la serie histórica de la demanda

- Estimación de la demanda atendiendo a la función demanda ingreso.

En el caso de la tendencia de la serie histórica de la demanda se debe tener especial cuidado en dos casos: primero que los datos históricos cubran un período de tiempo suficientemente representativo de las diversas condiciones que pueden influir sobre la demanda futura y en segundo lugar que las cifras hayan tenido un comportamiento bastante regular a lo largo del período. Períodos muy cortos o datos muy variables pueden conducir a conclusiones muy alejadas de la realidad. De otro lado, debe tratar de establecerse el motivo de las variaciones fuertes con el objeto de preveer la posibilidad de que estos sucesos se repitan. Como última aclaración debe tenerse presente que las proyecciones a muy largo plazo encierran mucho más riesgo de error que aquellas hechas a plazos prudenciales.

El sistema de emplear los coeficientes de elasticidad ingreso de la demanda con el objeto de proyectar la demanda futura es bastante aceptado, aún cuando su validez depende de la validez de los pronósticos del ingreso. En algunos paises se dispone de datos estadísticos suficientes para pronosticar el comportamiento futuro del ingreso. Sinembargo, en la mayoría de los paises este es un factor que no puede preverse con seguridad; a veces es útil la hipótesis de que los ingresos de los consumidores tendrán en el futuro un comportamiento similar al que tuvieron en los períodos inmediatamente anteriores.

Existen tres sistemas para calcular el coeficiente de elasticidad ingreso de la demanda. El primero consiste en la correlación de los consumos per-cápita con los ingresos per-cápita de diferentes países de que se conozca información y para un año dado; la curva de correlación puede dar un coeficiente,elasticidad ingreso, aun cuando muy poco confiable. El segundo sistema es el de relacionar el ingreso per-cápita de un país en los últimos años, con la demanda del producto estudiado durante el mismo período; los resultados así obtenidos pueden utilizarse con mayor grado de confianza. El mejor método para obtener un coeficiente de elasticidad ingreso consiste en determinar la demanda en diferentes grupos de ingresos, estableciendo luego una correlación entre niveles de ingreso y demanda. Este sistema tiene la ventaja de aislar factores tales como cambios en los precios y otros que afectan las cifras. Desde luego que este sistema suele ser más costoso debido a que es necesario emplear encuestas entre los consumidores.

2) Bienes de capital

La proyección de la demanda de bienes de capital debe basarse en las cifras de los siguientes factores:

- Biens de capital en uso y su tasa de reposición
- Posibilidades de expansión de la capacidad instalada
- Posibilidades de innovaciones tecnológicas en los procesos productivos
- Cambios estructurales que pueden presentarse en la economía
- Cálculo de las relaciones técnicas

3) Bienes de consumo intermedio o de demanda dependiente

En este caso se han incluído aquellos productos que no van a manos de los consumidores directamente, sino que sirven como un factor de producción (materia prima o servicio para los productores) o cuya demanda depende de la demanda de otro bien.

Para proyectar la demanda de estos bienes, el primer paso consiste en determinar a cual bien de consumo final están ligados y en qué proporción en base a los coeficientes entra a favorecer parte de los bienes de consumo. Una vez que se hayan proyectado las respectivas demandas de los productos finales será fácil hacer una estimación del bien en estudio.

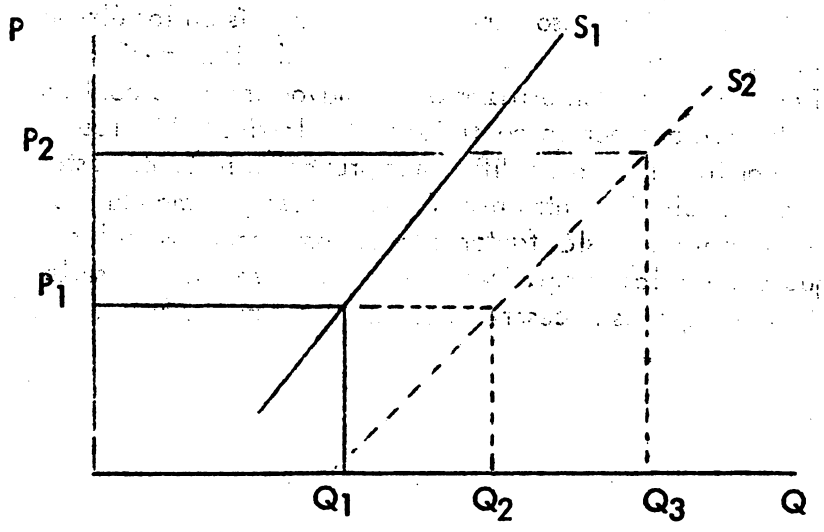
En el caso de que se trate de pocos compradores del producto (industriales) es particularmente útil la encuesta en la cual se pregunta el criterio de los usuarios sobre el comportamiento futuro de la demanda.

B. Oferta

1. Definición, concepto

Oferta es la cantidad de un bien que los productores u oferentes están dispuestos a llevar al mercado de acuerdo a los precios que pueden alcanzar en un momento dado.

Gráficamente se puede expresar así:



La relación entre precios y cantidades ofrecidas es directa, o sea, cuando los precios son mayores los oferentes estarán dispuestos a colocar mayores cantidades en el mercado y viceversa. Si se observa la curva S_1, al precio P_1 se ofrece la cantidad Q_1 si el precio pasa a P_2 la cantidad ofrecida crece a Q_2. Es un movimiento a lo largo de la misma curva. Ha ocurrido un cambio en la cantidad ofrecida.

En cambio si se observa las curvas de oferta S_1 y S_2, ha ocurrido un desplazamiento o aumento de la oferta, los agricultores estarán dispuestos a ofrecer más a los mismos precios o a vender el mismo volumen a un precio más bajo que en la situación inicial S_1.

Al igual que la demanda, la oferta puede representarse como una función en la cual las principales variables son el precio y los costos de producción. Cada una de estas variables actúan simultáneamente sobre la determinación de la oferta; su efecto varía según el caso de que se trate, un alza en los precios estimula la oferta en todos los casos pero una baja de precios algunas veces no tiene un efecto de disminución de la oferta debido a que los productores están atados a su sistema productivo y no pueden abandonar fácilmente su empresa. El factor tiempo es pues muy importante en cuanto a la respuesta de la oferta frente a cambios en las variables que la determinan. Para el cálculo que es necesario hacer sobre la oferta cuando se está elaborando un proyecto, se deben considerar principalmente la producción interna y las importaciones. Para la estimación de la oferta futura se deben tener en cuenta los siguientes factores: área total, planes de aumento de la producción, variación en los rendimientos medios y su respectivo ajuste teniendo en cuenta la variación de existencias y el comercio exterior.

Bienes de consumo, intermedios, de capital y servicios gratuitos.

Algunos tratadistas clasifican los bienes teniendo en cuenta su proximidad para el consumo final. Así se habla de bienes de consumo a aquellos que están listos para satisfacer una necesidad y que no van a sufrir más transformaciones en el proceso productivo. Por su parte los bienes o servicios intermedios son los que se requieren para ser empleados en la producción de otros bienes. Aunque se afirma que su demanda estará afectada por el ingreso, ella está más bien en función directa de los bienes en cuya producción participa.

Por su parte los bienes de capital definidos como aquellos bienes que se usan para producir otros bienes y que no se transforman en el proceso productivo - herramientas, máquinas, etc. - plantean un problema especial en el estudio del proyecto, como fué visto en la sección anterior.

Existen determinados servicios que se deben incluir al referirse a las unidades productoras. Si bien ellos no tienen precio en el mercado no significa que no tengan demanda o que sea materia de mercado.

Un ejemplo se podría encontrar en la demanda insatisfecha de servicios sanitarios que constituye una seria dificultad para estimar su cuantía y evaluar los recursos que se dedican a ella. Sin embargo existen algunos procedimientos que permiten tener una idea de la magnitud del problema.

El concepto de servicios gratuitos es bastante relativo pues para satisfacer su demanda se emplean recursos implicando por ello un costo de oportunidad.

Características de la oferta agrícola.- Una característica especial de la agricultura es no estar geográficamente concentrada, esto supone que es una actividad que se desarrolla en pequeña escala y por muchas unidades independientes, en todas las áreas aptas para desarrollarla.

Otra característica de la producción agrícola está dada por su especialización y diversificación simultánea. Así mismo las condiciones ambientales variables en que se desarrolla la agricultura determinan que los agricultores no tengan un control permanente sobre la cantidad y calidad de su producción.

Uno de los problemas al cual debe enfrentarse el especialista en comercialización agrícola consiste en ajustar la producción en el tiempo, es decir mantener la oferta de un producto a través de todo el año, el que solamente es producido durante parte de él; este problema deriva de la estacionalidad de la producción de la mayoría de los productos agropecuarios.

Los productos de la granja tienden a ser muy voluminosos y pesados en relación con su valor, en comparación con muchos artículos; problema éste que exige facilidades amplias y especializadas de transporte y almacenamiento.

De lo anterior se deduce que si no fuera por los grandes adelantos técnicos, muchos productos agrícolas no podrían trasladarse lejos de su lugar de origen.

Un elevado número de productos agrapecuarios tienen un período de duración relativamente corto. Esta circunstancia incide desfavorablemente en el mercado, determinando a veces fluctuaciones grandes de precios, derivados principalmente de la falta de relación entre las cantidades ofrecidas y demandadas.

Cuanto más perecedero sea un producto alimenticio, mayor será la urgencia con que debe venderse, y por lo tanto más débil será la capacidad de negociación del vendedor.

Otra modalidad de la producción agrícola que influye en la caracterización del mercado de los productos agropecuarios es el lapso entre la decisión sobre qué producir y el momento en que los productos están listos para su venta.

Considerando este aspecto, el lapso para obtener un producto puede ser breve, intermedio y largo.

Cualquiera que sea la duración de ese período de tiempo crea incertidumbre en la producción y mercadeo de los productos agropecuarios ya que el agricultor junto con decidir el uso de sus recursos productivos, debe calcular el probable precio que obtendrá por sus productos al momento de la cosecha por cuanto el precio que finalmente logre es independiente de su decisión de producir.

Los errores que se cometan en este campo constituyen una fuente de inestabilidad en la producción, en los precios y en los ingresos que se perciban por las cosechas.

En resumen, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores podremos comprender por qué la naturaleza de la producción agrícola y las características especiales de los productos agropecuarios, determinan condiciones especiales de mercadeo para dichos productos, diferentes a las de otros bienes de la actividad económica.

2. Tipos

La curva de la oferta de una unidad agrícola representa las cantidades máximas de producto que esa empresa desea producir para vender por unidad de tiempo. Conviene señalar en este caso los excedentes comercializables a nivel de la unidad agrícola. Dicho excedente se obtiene en términos generales ajustando la producción a nivel de la finca por los consumos animal y humano a nivel del predio, parte de la producción que se destina a insumos dentro de la misma finca y pérdidas por manipulación a nivel del productor.

Por su parte la oferta total de un bien es la suma de las cantidades producidas por las diferentes unidades agrícolas durante un cierto período de producción. En otras palabras, la oferta agregada es la sumatoria de las ofertas individuales a los distintos precios y en un período determinado.

Conviene asimismo hacer algunas consideraciones sobre la oferta a corto y largo plazo. En términos generales la oferta en el corto plazo tiene características de rigidez. Existe una baja elasticidad de la oferta de los productos agrícolas en el corto plazo. Muchas razones se exponen con animo de explicarla. Algunos dicen que la respuesta de los agricultores al incremento en los precios de los productos agrícolas es atenuada por la transferencia de trabajo del sector agrícola al sector no agrícola. Existe también el concepto de incertidumbre sobre la duración de los altos precios de los productos agrícolas, lo que incide en el aumento del área sembrada. En el corto plazo también influyen otros factores para la restricción de la oferta aun en períodos de alzas de precios y ello hace relación a la limitación de capital disponible para la inversión. Se afirma que las instituciones

tituciones crediticias se muestran renuentes a otorgar préstamos a los agricultores cuando consideran que la época de precios altos para los productos agrícolas es transitoria.

Inclusive el agricultor participa de esta incertidumbre en el sentido de mostrarse indeciso a solicitar préstamos por considerar la época de bonanza como transitoria. Otros agregan el razonamiento de que los costos fijos son relativamente importantes en la agricultura lo que hace que los agricultores estén dispuestos a producir en el caso de que el precio recibido sea el menos igual al costo variable en que incurre al producir.

En el largo plazo los agricultores pueden considerar todos sus costos fijos como variables y las decisiones de producción se adaptarán al nivel de precio esperado.

En otras palabras el coeficiente de elasticidad de la oferta con respecto al precio en el largo plazo tiende a ser relativamente elástico.

3. Factores que afectan la oferta

En la parte de Diagnóstico se presentaron las condiciones que afectan la producción y ellas se clasificaron así:

a. Condiciones físicas
b. Condiciones biológicas
c. Condiciones económicas
d. Condiciones sociales
e. Condiciones institucionales

Asímismo, conviene señalar las principales actitudes y factores que por parte de los intermediarios y productores afectan la oferta tanto en el corto como en el largo plazo.

En períodos a largo plazo los agricultores tienen más influencia sobre la oferta que los intermediarios.

Los factores en los cuales los intermediarios tienen mayor influencia, son:

- El volumen almacenado o disponible para vender
- Los costos de almacenamiento
- Su opinión sobre los precios actuales y su relación con los precios futuros.
- Su opinión - de los comerciantes - sobre el volumen disponible y su relación con el volumen futuro.
- Disponibilidad de espacio para almacenaje y ventas en el futuro.

- Condición de los stocks almacenados
- Disponibilidad de información sobre el mercado

Por su parte los agricultores tiene mayor influencia sobre:

- Opinión de los agricultores sobre el precio que esperan recibir y sobre las acciones de otros productores.
- Su evaluación sobre ganancias potenciales de un producto con respecto a otro.
- Costos de mercadeo hasta los mercados primarios.

4. Proyecciones:

Si bien en la parte de proyección de la demanda se describieron con algún detenimiento los instrumentos básicos y los métodos más comunes en la proyección, conviene asimismo hacer algunas consideraciones sobre la proyección de la oferta.

En general existen distintas formas de proyectar la oferta desde métodos muy simples hasta la elaboración de modelos de regresión.

Primer método.- En base a una serie histórica se toma el promedio de la tasa de crecimiento anual y dicha tasa se le aplica al último valor de la serie histórica. Este sistema de proyección sin embargo presenta deficiencia en los casos de alteraciones derivadas de tasas negativas y positivas.

Algunos proyectistas ajustan la estimación hecha en base a la tasa de crecimiento histórico por las probables producciones de proyectos de habilitación de tierras.

Segundo método.- El promedio de los años anteriores, sirve para estimar la producción del año inmediatamente siguiente.

Tercer método .- Cálculo de la tendencia.- Otra forma de hacer proyecciones para el futuro es mediante el cálculo de tendencias de la producción de los años anteriores recientes. Uno de los métodos más comunes para calcular una tendencia es el de los mínimos cuadradas, teniendo en cuenta que éste pierde bastante exactitud como instrumento de proyección si la serie histórica es muy corta.

El tipo más simple de curva es la línea recta que se describe por una ecuación del tipo $Y_c = a + b X$ en la que X es la variable independiente y Y_c es el valor de la tendencia de la variable dependiente. En este caso a y b son las constantes puesto que una vez que se determinen, su valor no cambia.

Cuarto método .- Otro método se basa en el promedio de los años anteriores más el promedio de los índices de años que están sobre la base que para este caso es el promedio, o sea el promedio de producción de los años anteriores se hace igual a 100.0.

Quinto método .- Se puede hacer uso también del coeficiente de la elasticidad de la oferta con respecto al precio. Por ejemplo si este coeficiente es de 0,5 significa que cuando el precio de los productos agrícolas crece al 1% la oferta crece al 0.5 %.

Si la oferta agrícola en el año base fué de 100 y se espera que los precios por pagar a los agricultores para el próximo período crezcan en 10 % la oferta crecerá en un 5 %. Si el coeficiente sigue siendo 0,5.

Sexto método .- Existen funciones de producción del tipo $Q = AK^{\alpha}T^{\theta}$ en donde Q representa la oferta, α y θ son los coeficientes de elasticidad del producto con relación al capital y al trabajo respectivamente.

En otras palabras, si el capital aumenta en 1% la producción aumentará en α. En otros términos, sería calcular la derivada parcial del producto con respecto al capital o con respecto al trabajo.

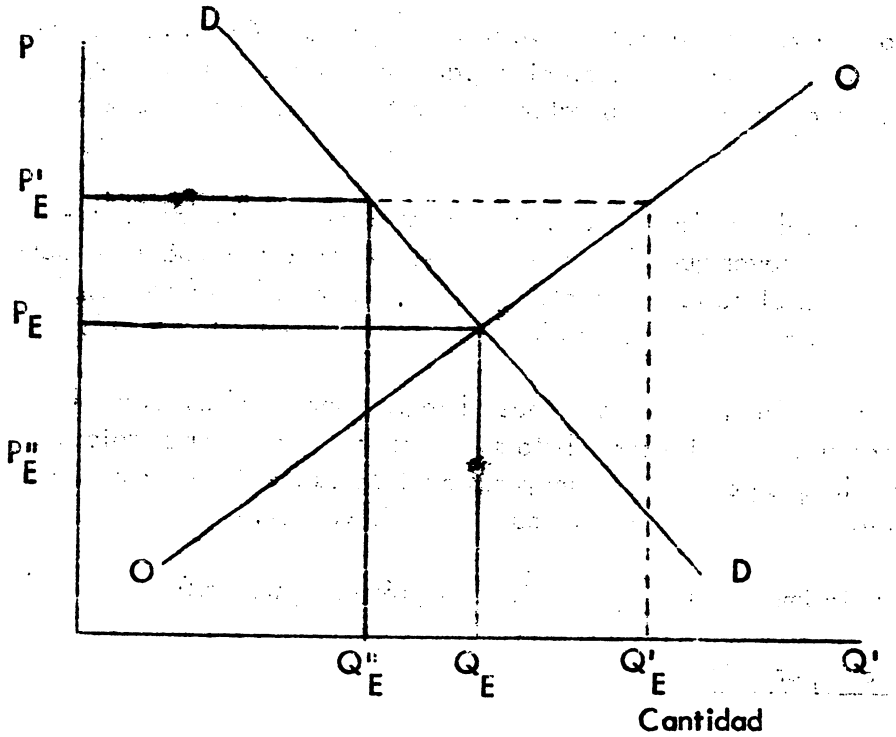
Asímismo, se puede ajustar una función de regresión entre el número de hectáreas sembradas para el período t + 1 con los precios pagados en el período t.

C. Balance de la oferta y la demanda

1. Determinación del precio en libre competencia

La teoría de la formación del precio explica como la oferta y la demanda determinan el precio del bien y la cantidad de él que es transada en el mercado. No obstante de que la oferta y la demanda se comportan en forma inversa las dos se encuentran en equilibrio en aquel momento en el cual a un precio dado llamado precio de equilibrio, la cantidad ofrecida es igual a la cantidad demandada.

El gráfico siguiente ilustra la forma como se determina el precio de un producto.



En el gráfico aparece la curva demanda D D, descendente de izquierda a derecha y la curva de oferta O O, ascendente de izquierda a derecha. El mercado está en equilibrio cuando la cantidad Q_E se vende al precio P_E. Si el precio se modificara a P'_E la cantidad ofrecida a ese nivel de precios será Q'_E. En otras palabras a ese nuevo precio los vendedores ofrecerán una cantidad mayor, que los compradores desean adquirir. Por ello los oferentes deberán bajar el precio. Como consecuencia de la baja del precio la cantidad demandada aumentará y la cantidad ofrecida será menor, hasta llegar a la situación en la cual las cantidades demandadas y ofrecidas coincidan con el precio de equilibrio P_E.

Un razonamiento similar podrá hacer el participante en el caso de que el precio baje a P''_E, llegando nuevamente al punto de equilibrio.

El conocimiento de la teoría de formación del precio es útil en los programas de planificación de la producción y el mercadeo, pero es de poco valor para problemas individuales de precios.

Cotización de precios en mercados imperfectos

Existen algunas situaciones en el mercado en las cuales un agricultor está en condición de controlar la producción total del producto que va al mercado.

Lo anterior constituye un caso de competencia imperfecta, en el cual el agricultor puede determinar el precio del mercado que le reporte la mayor ganancia.

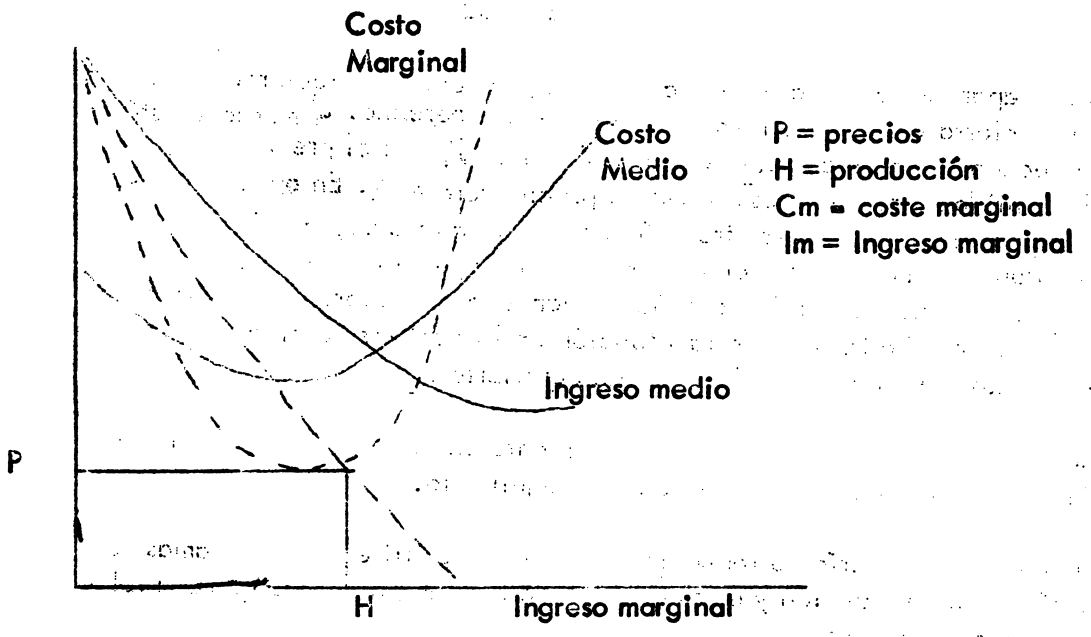
Estas son máximas cuando el agricultor adopte un volumen de producción tal que su ingreso marginal sea igual a su costo marginal. En otras palabras cuando el ingreso que le origina la última unidad producida, es equivalente al coste erogado para producirla.

Las ganancias aumentan, si y solo si, las unidades adicionales producidas hacen crecer a los ingresos en un monto mayor que el coste margind, llegando a un máximo cuando el ingreso marginal es igual al coste marginal. Por el contrario el beneficio disminuye si una unidad adicional hace aumentar más los costos que el ingreso marginal.

En el fondo interesa determinar la producción en que el ingreso marginal es igual al costo marginal, sin olvidar que para el monopolista su demanda es la demanda total de la industria, implicando ello que para colocar mayores cantidades en el mercado, tendrá que disminuir el precio de todas las unidades que pretende vender.

El equilibrio en competencia imperfecta se puede ilustrar gráficamente, así:

Equilibrio en competencia imperfecta



Condiciones del equilibrio de Competencia Imperfecto
Equilibrio en monopolio

Ingreso marginal = coste marginal

Im = Cm