

CONTRATO

IICA / INDRHI / CSU

INSTITUTO
DE CO
AG

IICA
PM-A1/00
86-013



INSTITUTO NACIONAL DE RECURSOS
HIDRAULICOS (INDRHI)



UNIVERSIDAD DEL
ESTADO DE COLORADO
(CSU)

Contrato No. 86-013
IICA - INDRHI
18/09/86

ESTUDIOS SOBRE LA OPERACION Y SEGURIDAD DEL SISTEMA DE EMBALSES DE VALDESIA

OPTIMIZACION DE LA OPERACION

DE PROYECTOS HIDROAGRICOLAS ^{1/}

J. W. LABADIE ^{2/}

01770000

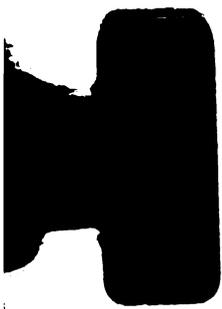
DOCUMENTO No.

49

18/09/86

IICA

IICA



Serie Publicaciones Misceláneas
AI/DO-86-013
ISSN-0534-5391

Centro Interamericano de
Documentación e
Información Agrícola

13 ABR 1987

IICA — CIDIA

OPTIMIZACION DE LA OPERACION

DE PROYECTOS HIDROAGRICOLAS^{1/}

J. W. LABADIE^{2/}

49

18/09/86

1/ Manuscrito preparado para servir de base al dictado de un curso corto del Contrato IICA/INDRHI/CSU financiado por el Banco Mundial (Préstamo 1655-DO)

2/ Ing. Civil, Ph.D, Departamento de Ingeniería Civil, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, USA.

~~CV 000110~~

1001
11-11/00
80-113

00001510

OPTIMIZACION DE LA OPERACION DE PROYECTOS HIDROAGRICOLAS

Por

John W. Labadie
Profesor de Ingeniería Civil
Colorado State University
Fort Collins, Colorado

Santo Domingo, República Dominicana
1986

~~Page 1~~ 1

Traducido por:
Ing. Vinio Floris



DEDICATORIA

A mi Padre Celestial por su amor y guía
continua.

y

A mi esposa Susan, por su amor y estímulo



AGRADECIMIENTOS

Este libro está basado en una serie de clases impartidas a técnicos del Instituto Nacional de Recursos Hidráulicos (INDRHI) y la Corporación Dominicana de Electricidad (CDE) de la República Dominicana. Este curso corto fue patrocinado, a través de un proyecto conjunto, por el Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), Oficina en la República Dominicana, el INDRHI y la Universidad del Estado de Colorado (Colorado State University, CSU), mediante el Contrato IICA/INDRHI/CSU financiado por el Banco Mundial (Préstamo No.1655-DO).

Agradezco a los participantes del curso corto por su paciencia en las largas horas de clases y mi pobreza del idioma español. Sin el estímulo e incentivo de Agustín Millar del IICA, este libro nunca habría llegado a ser realidad. Agradezco, también, el estímulo de los líderes del proyecto H.W. Shen y José D. Salas durante este trabajo.

Un agradecimiento especial para Vinio Floris por su esfuerzo incansable en la traducción del manuscrito en inglés y para Susan Einarsen por la tarea difícil de dactilografiar este libro sin tener ningún conocimiento previo del idioma español.

J.W. LABADIE
Fort Collins, Colorado
18 de septiembre de 1986

PREFACIO

La planificación, manejo y operación de sistemas de recursos hidráulicos, especialmente de los proyectos de aprovechamiento agrícola, es un proceso complejo debido a una serie de factores tales como la incertidumbre de las demandas futuras de agua y del abastecimiento del recurso, variaciones políticas y limitaciones económicas, de datos, conocimiento incompleto de los procesos físicos-biológicos, indefiniciones del impacto de las políticas de agua, limitaciones tecnológicas y conflictos socio-económicos, políticos e institucionales por el uso del recurso.

Para la adecuada implantación de programas de desarrollo de los recursos hidráulicos debe existir: (i) adecuado marco legal y organización institucional, (ii) planes y programas nacionales de aprovechamiento de los recursos entendidos como instrumentos ordenadores del desarrollo, a través de los cuales se define y ecuaciona el compromiso de la participación de los diferentes sectores, (iii) normas, metodologías y procedimientos para encausar la realización de estudios y proyectos en todas las fases del desarrollo, (iv) tecnología adecuada para dar soporte a los programas y proyectos, especialmente de planificación, operación y manejo de los recursos hidráulicos, (v) personal técnico adecuadamente capacitado a todo nivel, gerencial, operación y de campo.

En los proyectos de aprovechamiento agrícola de los recursos hidráulicos, en los cuales el propósito básico es el abastecimiento de agua para producción de alimentos bajo riego, comprende aspectos multivariados e interdisciplinarios que necesitan ser propiamente considerados para dar eficiencia al proceso productivo y obtener la justificación económica a las inversiones. El éxito de estos proyectos radica en la eficiencia de los planes y programas, la infraestructura y servicios provistos por los gobiernos, la participación efectiva de la empresa privada y la adecuada organización de los usuarios.

La meta final es permitir a los agricultores aumentar la eficiencia de uso del agua, aumentar la productividad de los cultivos y reducir los costos de

producción y con ello, maximizar los beneficios económicos a las inversiones en agricultura irrigada.

A nivel de los países latinoamericanos existen limitaciones institucionales y técnicas que impiden el normal desarrollo del aprovechamiento de los recursos hidráulicos, siendo que las mayores limitaciones se encuentran en los aspectos de planificación y principalmente operación de los proyectos. A nivel del sector agrícola, existe la necesidad inmediata de aumentar la eficiencia operacional del proceso productivo bajo riego de los proyectos existentes, lo cual implica, entre otras, en la adopción de técnicas modernas de planificación y de operación.

En los últimos años, a pesar de las complejidades para la administración y operación de proyectos de recursos hidráulicos, en los Estados Unidos se ha producido un avance apreciable en el tratamiento de los problemas operacionales, lo cual en gran parte se debió al uso de herramientas tecnológicas más avanzadas disponibles para la toma de decisiones racionales y que se incluyen en el campo de la llamada "ingeniería de sistemas".

Este libro está llamado a marcar un hito en el desarrollo del aprovechamiento de los recursos hidráulicos en los países de América Latina y del Caribe, precisamente porque presenta de forma objetiva y didáctica el uso de estas técnicas en la búsqueda de soluciones óptimas a los problemas operacionales.

Esta tecnología solo estaba disponible para grandes computadores, pero recientemente, a través de un proyecto conjunto del Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), Oficina en República Dominicana, el Instituto Nacional de Recursos Hidráulicos (INDRHI) y la Universidad del Estado de Colorado (CSU) para la realización del Estudio de Operación y Seguridad del Sistema de Embalses de Valdesia (República Dominicana), se logró desarrollar modelos y programas para uso con microcomputadoras IBM. Este libro, basado en las acciones de transferencia de tecnología y capacitación del proyecto, incluye con

ejemplos el uso y manejo de los modelos y programas. Sin duda, esto constituye un gran avance en la utilización de las técnicas modernas para lograr la tan buscada eficiencia operacional de los proyectos de recursos hidráulicos, especialmente de aquellos de aprovechamiento agrícola.

Este aporte técnico del Dr. Labadie es muy oportuno y viene a cubrir una necesidad no sólo de las unidades de planificación y operación de proyectos de los recursos hidráulicos en los países, representa también, una importante contribución para las universidades latinoamericanas y profesionales interesados en la materia.

Sobre el autor, se trata de un brillante profesional que ha centrado su trabajo en la resolución de los problemas operacionales de los proyectos de aprovechamiento de los recursos hidráulicos. Realizó sus estudios de B.S. y M.S. en la Universidad de California (Los Angeles) y los de Doctorado (Ph.D) con especialización en ingeniería de sistemas en la Universidad de California (Berkeley). El Dr. Labadie es Profesor Titular de Ingeniería de la Universidad del Estado de Colorado (CSU) y en su labor profesional ha participado en proyectos en varios países, entre ellos Bangladesh, Bélgica, Egipto, Filipinas, Italia y República Dominicana.

AGUSTIN A. MILLAR
Coordinador General-Estudios Embalse Valdesia
Especialista en Riego y Drenaje del IICA
Santo Domingo, República Dominicana
Septiembre, 1986

CONTENIDO

CAPITULO	PAG.	
1	INTRODUCCION AL ANALISIS DE SISTEMAS DE RECURSOS DE AGUA	1
	1.1 Introducción	1
	1.2 El Desafío de la Operación de los Sistemas de Recursos de Agua	3
	1.3 Análisis de Sistemas	4
	1.4 Modelos	8
	1.5 Técnicas de Optimización	13
	1.6 Aplicaciones del Análisis de Sistemas	15
	1.7 Objetivos	17
2	OPERACION DE EMBALSES MULTIPROPOSITO: APLICACION DE PROGRAMACION LINEAL	19
	2.1 Introducción	19
	2.2 El Balance Hidrológico en los Embalses	23
	2.3 Descargas de Agua	26
	2.3.1 Aplicación de programación lineal al análisis de energía firme	29
	2.4 Control de Inundaciones	34
	2.4.1 Aplicación de programación lineal al control de inundaciones	39
	2.5 Generación Hidroeléctrica	44
	2.5.1 Aplicación de programación no lineal a la producción de hidroenergía	47
	2.6 Consideraciones Ecológicas y de Calidad de Agua	48
	2.7 Reglas de Operación Óptimas	50
	APENDICE 2.A: INTRODUCCION A LA PROGRAMACION LINEAL	53
	2.A.1 Introducción	53
	2.A.2 Solución Gráfica	54
	2.A.3 El Problema General de Programación Lineal	57
	2.A.4 Solución del Ejercicio	61
	2.A.5 Dualidad y Análisis de Sensibilidad	64
	2.A.6 Uso del Programa NICELP	65
3	OPTIMIZACION DE SISTEMAS DE RIEGO POR MEDIO DE PROGRAMACION LINEAL Y ENTERA	74
	3.1 Introducción	74
	3.2 Óptimo Diseño de Sistemas de Distribución de Agua para Riego	74
	3.2.1 Ejemplo ilustrativo no. 1	74
	3.2.2 Ejemplo no. 2	80

CAPITULO	PAG.
3.3 Optima Programación de Riego por Gravedad via Programación Lineal	90
3.3.1 Formulación del problema	91
3.3.2 Restricciones	94
3.3.3 Comentarios adicionales	100
3.3.4 Estrategia de solución por medio del algoritmo branch y bound	101
3.3.5 Solución por programación lineal	103
3.3.6 Ejemplo de programación de riegos	106
4 MODELAMIENTO DE REDES DE FLUJO PARA LA OPERACION INTEGRAL DE SISTEMAS DE CUENCAS HIDROGRAFICAS	112
4.1 Introducción	112
4.2 Ejemplo de un Problema de Simulación de Redes	113
4.2.1 Definición del problema	113
4.2.2 Formulación de la red y solución gráfica	117
4.2.3 Solución por el método de out-of-kilter	122
4.3 Metodología del Modelo MODSIM	135
4.3.1 Suposiciones básicas	135
4.3.2 Características del modelo MODSIM	137
4.4 Requerimientos de Datos para MODSIM	144
4.5 Ilustración del uso del model MODSIM: Sistema de Valdesia, República Dominicana	148
4.5.1 Introducción y objetivos	148
4.5.2 Descripción de la zona de estudio	149
4.5.3 Información requerida	154
4.5.4 Calibración del modelo MODSIM	160
4.5.5 Operación normal óptima semanal	167
APENDICE 4.A: LISTADO DE LOS RESULTADOS DEL PROGRAMA MODSIM	172
5 INTRODUCCION A LA PROGRAMACION DINAMICA EN LOS SISTEMAS DE RECURSOS DE AGUA	201
5.1 Introducción	201
5.2 Formato General	205
5.3 Algoritmo de Programación Dinámica	211
5.4 Ejemplo Numérico	220
5.5 Solución via CSUDP	228
5.6 Comentarios Adicionales	235
5.7 Aplicación al Embalse de Valdesia	236
APENDICE 5.A: MANUAL DE OPERACION DEL MODELO CSUDP	254
6 TOPICOS AVANZADOS DE PROGRAMACION DINAMICA EN PROYECTOS DE RECURSOS DE AGUA	269
6.1 El Problema Max-Min	269
6.1.1 Ejemplo del uso de max-min via CSUDP	274
6.2 Programación Dinámica Multidimensional	274
6.2.1 El método de las mallas gruesas	283
6.2.2 El método de programación dinámica incremental	284

CAPITULO

PAG.

6.2.3	El método de las aproximaciones sucesivas	287
6.2.4	Ejemplo ilustrativo de cálculo	288
6.3	El Aplicación de la Programación Dinámica Incremental a las Problemas de los Embalses Múltiple: Uso del Programa CSUDP	292
6.4	Solución de Problemas Estocásticos de Programación Dinámica por Medio del Modelo CSUDP	298
6.4.1	Clases de problemas estocásticos y su solución con el CSUDP	298
6.4.2	Ejemplo para el problema de probabilidades independientes	310
6.5	Estudio de Caso del Sistema de Valdesia, Republica Dominicana	317
6.5.1	Operación normal óptima semanal	324
6.5.2	Los resultados	324
	REFERENCIAS	332
	APENDICE 6.A: LISTADO DE LAS SUBROUTINAS Y LOS DATOS PARA EL PROBLEMA DE PROGRAMACION DINAMICA ESTOCASTICA	335

CAPITULO 1

INTRODUCCION AL ANALISIS DE SISTEMAS DE RECURSOS DE AGUA

1.1 Introducción

Muchos de los proyectos de recursos de agua alrededor del mundo están produciendo beneficios por debajo de los esperados debido a la insuficiente atención de las consideraciones operacionales en el planeamiento y diseño. Un caso típico es el descrito por Faux, et al (1986) en el Sistema Integrado de Irrigación del Alto Pampanga (UPRIIS) en las Filipinas. A pesar que éste ha venido funcionando por casi una década, no se han podido alcanzar los niveles deseados de productividad debido a su insuficiente presupuesto y distribución del personal de operaciones, dificultades operacionales en el campo no tenidas en cuenta inicialmente y la falta de un enfoque sistemático integral del mismo.

Especialmente en el caso de escasez de recursos económicos para la fase de construcción, es crucial considerar lo siguiente: (1) los conceptos de sistemas operativos integrados óptimos deben ser incorporados al nivel de planeamiento para reducir dimensiones de ciertos componentes, lo cual redundará en iguales beneficios a menor costo y, (2) los sistemas existentes deben ser operados y administrados a su máximo potencial. Muchos de estos sistemas actuales son afectados por cambios en los objetivos nacionales y regionales, adición de nuevos componentes físicos y en la reordenación de la operación integral de los proyectos de recurso de agua.

Se puede sintetizar que el mejoramiento del sistema operativo es importante para el planeamiento y diseño, producción de los suficientes beneficios para sufragar a tiempo la deuda de construcción contraída y

para asegurar una operación en tiempo real, optimizando el beneficio total del sistema.

Básicamente la operación de los proyectos de aguas incorporan las decisiones de cuanta agua (en cantidad y calidad) va a ser distribuida entre varios usos competitivos en conflicto, en los que se incluyen el municipal, industrial, de irrigación, generación de hidroenergía, navegación, control de contaminación y salinidad, mantenimiento ecológico y recreación. Existen, sin embargo, otros beneficios producto del control de efectos negativos, como es el caso del control de inundaciones. Para satisfacer los objetivos de esta actividad se requerirá mantener algún espacio libre en los embalses, lo cual compete con la generación de hidroenergía y abastecimiento de agua poblacional en el que es deseable el mayor volumen posible.

A diferencia del planeamiento, en la operación de los recursos de agua se supone que la gran inversión de capital ha sido ya planeada o realizada. La labor operacional consistirá en usar las existentes (o planeadas) estructuras e instituciones, aprovechándolas de la mejor manera a través de reglas apropiadas, políticas, guías y procedimientos para obtener los mayores beneficios, dentro de las restricciones legales y políticas existentes. Los términos administración y operación se pueden usar como sinónimos, a pesar que el primero tiende a incluir el aspecto organizacional y el segundo se centra en los asuntos técnicos. Es posible encontrar también ciertas diferencias entre planeamiento operativo y operación en tiempo real. Reconociendo la gran importancia de la administración efectiva y organización de proyectos, este libro se centrará principalmente en los aspectos operativos técnicos.

1.2 El Desafío de la Operación de los Sistemas de Recursos de Agua

El gran desafío de los operadores de aguas, en el desenvolvimiento correcto de sus funciones, se ha visto intensificado debido, principalmente, a los siguientes factores:

1. Es difícil de valorar y comparar los impactos adversos de las decisiones operacionales concernientes al ambiente y los medios físicos, sociales y económicos. Por ello la operación de aguas involucra a varias disciplinas como ingeniería, economía, matemática, ciencias de la computación, ciencias sociales, ciencias políticas y ciencias naturales. Idealmente la labor es llevada a cabo a nivel de grupo de trabajo con especialistas de cada rama.

2. En algunos casos la abundancia de datos disponibles dificulta el escoger aquellos necesarios que serán luego procesados, organizados y analizados. Existe también el caso opuesto donde escasea la información requerida en cuanto a cantidad, calidad y localización (lugar de interés). Si los datos necesarios no están a nuestra disposición, debemos preguntarnos que otros, en cantidad y calidad, pueden ser utilizados.

3. Es difícil para los operadores el pronosticar los cambios en el sistema debido a las variaciones en el ambiente político, social, tecnológico y el sistema físico en sí. El desconocimiento de futuras demandas y ofertas de agua, patrones de clima y condiciones económicas crean también incertidumbre en las decisiones.

4. La creciente toma de conocimiento de la importancia de los recursos de agua por parte de la comunidad colabora como agente de presión en la toma de decisiones de los operadores de aguas.

5. El avance tecnológico computacional es tan acelerado, particularmente en el desarrollo de hardware (máquinas) y software (programas), que frecuentemente confunden al operador en el significado de sus ventajas y de la ayuda que puede prestarle.

Habiendo ya enfatizado la importancia y las complejidades de la administración y operación de los recursos de agua, se puede concluir que es preponderante usar la información relevante y las herramientas tecnológicas mas avanzadas disponibles en la toma de decisiones racionales. Sin embargo, esta tecnología debe ser cuidadosamente escogida para evitar desperdicio de tiempo, dinero y mano de obra en herramientas inapropiadas.

1.3 Análisis de Sistemas

En las últimas dos o tres décadas ha ocurrido una verdadera revolución en la ciencia de toma de decisiones. Mucho de ello tiene sus raíces en el antiguo método de formulación y prueba de hipótesis científicas. Esto ha sido motivado principalmente por los siguientes factores:

1. La aparición de la moderna computadora de alta velocidad que organiza y procesa enorme cantidad de datos en forma rápida, precisa y eficiente.
2. La disponibilidad de equipo digital computacional muy poderoso de muy bajo costo, especialmente en el campo de la microcomputación.
3. El desarrollo de reglas y algoritmos matemáticos sofisticados que permiten, con la ayuda del computador, una rápida y eficiente representación del sistema y análisis de información compleja. Se incluye a ello las técnicas de inteligencia artificial y sistemas

especiales que incorporan información subjetiva y simbólica en los modelos de soporte a la decisión.

Este enfoque en la toma de decisiones se denomina "análisis de sistemas." Antes de tratar de él, definámoslo primero como el conjunto de componentes activos que interaccionan entre si de varias maneras, que reciben ciertos datos de entrada (o los suponen) para producir determinadas salidas. Se puede representar un sistema existente o uno en fase de planificación. La interacción de los componentes puede ser en forma física, económica o social.

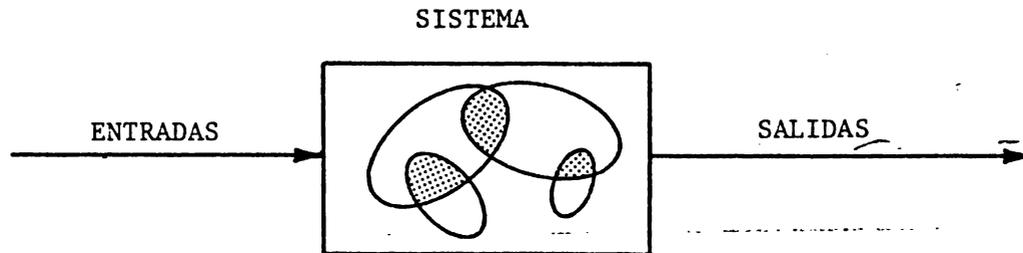


Figura 1.1. Ilustración de un sistema.

Podemos definir análisis de sistemas específicamente en las operaciones como el enfoque racional de toma de decisiones para un sistema en particular, basado en la sistemática y eficiente organización y análisis de información relevante. Esto es llevado a cabo a través de los siguientes pasos (Figura 1.2):

- Paso 1. Completa definición de los problemas operacionales
- Paso 2. Determinación del alcance del sistema, en espacio y tiempo, y recolección de data apropiada.
- Paso 3. Definición de objetivos generales y específicos.

Paso 4. Definición de las formas cuantitativas de medición que evaluarán las diversas alternativas de solución.

Paso 5. Generación de alternativas física, social y económicamente factibles para el sistema y su administración.

Paso 6. Evaluación y selección de la mejor alternativa posible usando la tecnología disponible, tiempo y recursos humanos y financieros.

Paso 7. Revisión, puesta al día y retroalimentación del tal manera de asegurar que los objetivos originales son alcanzados. Se deberá también incorporar la nueva información obtenida.

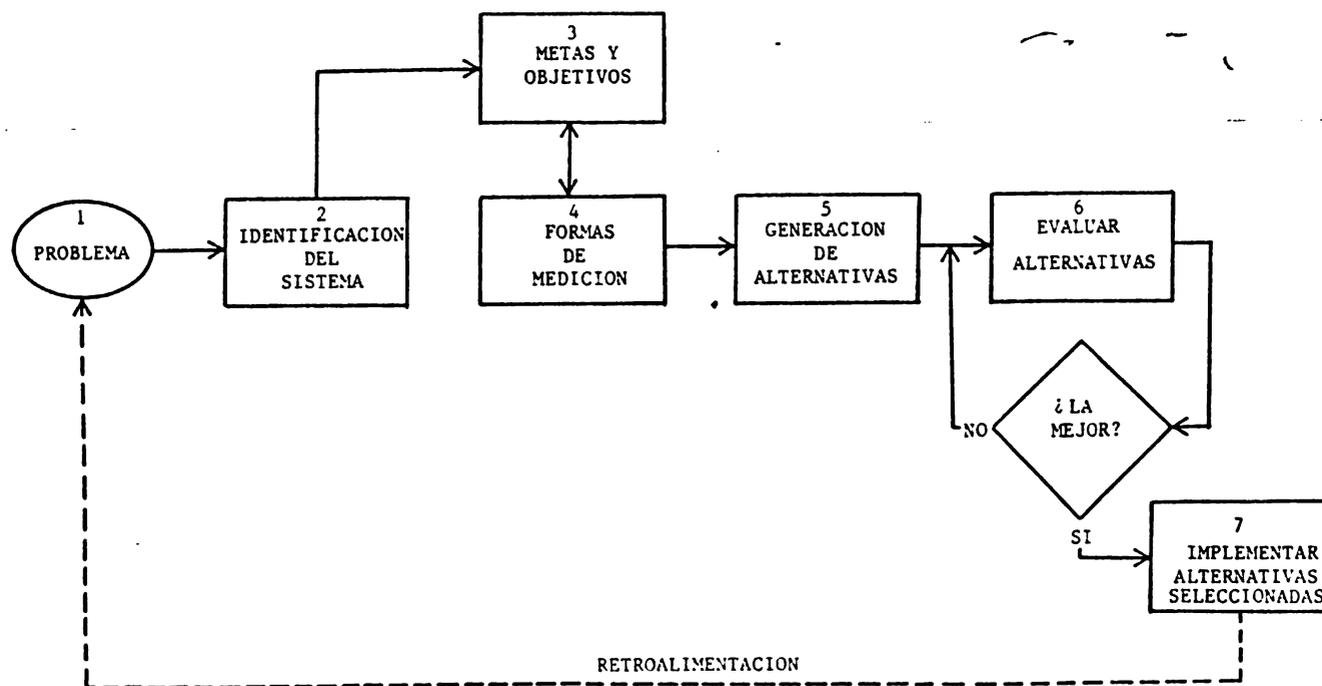


Figura 1.2. Los pasos del enfoque de sistemas.

Existen una serie de términos que son usados como sinónimos en la solución de problemas via el enfoque de sistemas. Muchos de ellos

proviene de diferentes disciplinas profesionales que están superpuestas entre sí. Pueden también ser clasificados de acuerdo al grado de asociación artístico o científico con el enfoque de sistemas. A continuación se incluye algunos de estos términos: ingeniería de sistemas, ingeniería de control, investigación de operaciones, ciencia de la administración y cibernética.

En el conocido libro de "Ingeniería de Sistemas" por Hall y Dracup (1970), se enfatiza la contribución de la ingeniería al vasto y multidisciplinario campo del análisis de sistemas de la siguiente manera:

"Se define ingeniería de sistemas como el arte y ciencia de seleccionar un grupo de acciones que satisfacen ciertos objetivos globales de los administradores dentro de un gran número de alternativas factibles (con gran contenido ingenieril) que a su vez tienen restricciones normativas (leyes), morales, económicas, de recursos, de presiones políticas y sociales y de reglas que gobiernan las ciencias físicas, de vida y naturales."

El uso efectivo del análisis de sistemas va de la mano con el empleo del computador digital en la labor operacional. Es un hecho que las herramientas del análisis de sistemas son particularmente flexibles al uso del computador. Los modelos de simulación y optimización no pueden ser eficientemente usados sin que exista un equipo de estas características.

Otra razón por la cual la computadora está ligada al enfoque de sistemas para la administración y operación, es la relacionada al manejo de inmensas bases de datos especialmente en el caso de sistemas complejos. Supongamos, por ejemplo, un sistema hidráulico en operación que requiere de todos los datos históricos hidrológicos y meteorológicos disponibles para la toma de decisiones. Los sistemas de cómputo (hardware y software) colaboran a realizar esta tarea eficientemente.

En el pasado empresas públicas y privadas relacionadas a la administración y operación de recursos de agua, particularmente en países en desarrollo, evitaban el uso de computadoras como sistemas de soporte a la decisión por los altos costos y la falta de expertos en su manejo y programación. Este panorama ha cambiado con la súbita aparición de los microcomputadores. Estos se caracterizan por ser de bajo costo, portátiles, de gran precisión, poderosos y de "uso amigable". Actualmente no existe ninguna razón por la cual no se debe usar la tecnología computacional en el planeamiento operacional y control en tiempo real de proyectos de recursos de agua.

1.4 Modelos

Un aspecto importante del análisis de sistemas, especialmente para generar y evaluar alternativas (i.e., etapas 4, 5 y 6 del enfoque de sistemas), radica en la habilidad de representar sistemas en términos matemáticos, ya sea en forma de postulados, reglas matemáticas o inferencias. Cuando ha sido creado un modelo, que representa el comportamiento de un sistema, se usará el computador para examinar las diversas alternativas estratégicas de operación. El modelo también servirá para representar o simular el prototipo.

La Figura 1.3 muestra los elementos básicos del modelo:

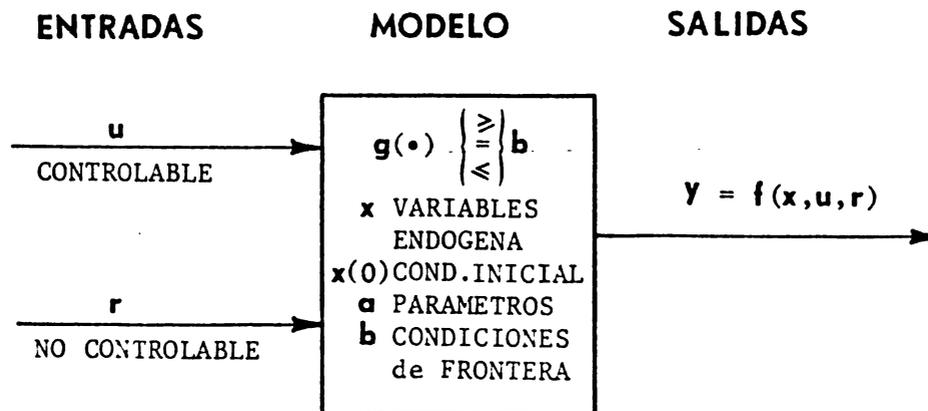


Figura 1.3 Elementos básicos de un modelo.

$u = (u_1, \dots, u_m)$ - vector de variables de entrada controlable;
decisiones independiente o variables de control

$x = (x_1, \dots, x_n)$ - vector de variables dependientes. Las variables de estado son un caso especial de las variables dependientes que a su vez son dependientes de ellas mismas (en tiempo o espacio); ellas describen el "estado" del sistema sin necesidad de conocer su comportamiento en el pasado.

$r = (r_1, \dots, r_k)$ - vector de variables independientes no controlables (determinísticas o aleatorias)

$a = (a_1, \dots, a_p)$ - vector de parámetros característicos del sistema que relativamente no varían y que no son afectados por u y r .

b - condiciones de frontera (restricciones) que pueden ser físicas, técnicas, legales y financieras

$x(0)$ - condiciones iniciales (para las variables de estado)

$y = (y_1, \dots, y_\ell)$ - variables dependientes particulares usadas para la evaluación del desempeño del sistema (salidas).

Consideremos el siguiente modelo para la operación de un embalse a base de su balance de masa (Figura 1.4):

$$V_{t+1} = V_t - Q_t - \text{EVAP}_t + I_t \quad (1.1)$$

condiciones iniciales:

$$V_1$$

condiciones de frontera:

$$V_{\min} \leq V_t \leq V_{\max}, \quad t=2, \dots, T+1 \quad (1.2)$$

$$Q_{\min} \leq Q_t \leq Q_{\max}, \quad t=1, \dots, T \quad (1.3)$$

Resultados:

$$y = \sum_{t=1}^T ((D_t - Q_t)^2 \text{ si } Q_t < D_t \quad (1.4)$$

de lo contrario = 0)

donde D_t = demanda objetivo

$$EVAP_t = e_t \bar{A}(V_t, V_{t+1}) = e_t [A(V_t) + A(V_{t+1})] / 2 \quad (1.5)$$

e_t = coeficiente de evaporación (m/mes)

$A(V_t)$ es el área de la superficie (m^2)

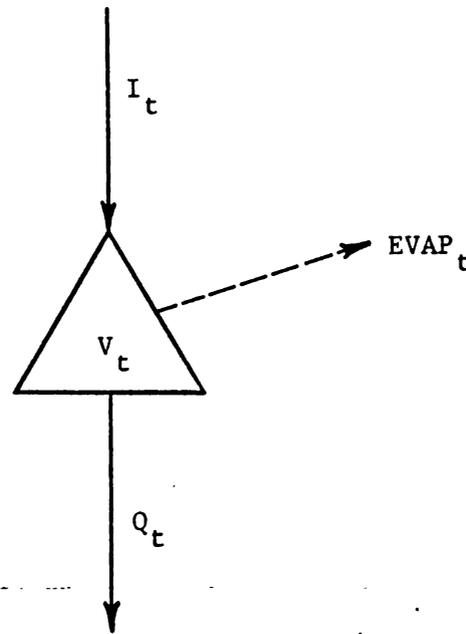


Figura 1.4. Esquema de un embalse y sus componentes.

Para este modelo se define:

$$u \triangleq (Q_1, \dots, Q_T)$$

$$r \triangleq (I_1, \dots, I_T; D_1, \dots, D_T)$$

$$x \triangleq (V_2, \dots, V_{T+1})$$

$$x(0) \triangleq V_1$$

$$a \triangleq (e_1, \dots, e_T)$$

$$b \triangleq (Q_{\min}, Q_{\max}, V_{\min}, V_{\max})$$

$$g(\cdot) \triangleq \begin{cases} V_t - V_{t+1} - Q_t - \text{EVAP}_t(V_t) + I_t = 0 & (1.6) \\ V_{t+1} - V_{\min} \geq 0 & (1.7) \\ V_{t+1} - V_{\max} \leq 0 & (1.8) \\ Q_t - Q_{\min} \geq 0 & (1.9) \\ Q_t - Q_{\max} \leq 0 & (1.10) \end{cases}$$

(t = 1, \dots, T)

$$f(u) \triangleq \begin{cases} \sum_{t=1}^T ((D_t - Q_t)^2 \text{ si } Q_t < D_t & (1.11) \\ \text{de lo contrario} = 0 \end{cases}$$

De acuerdo como son consideradas las entradas controlables r , los modelos se categorizan en determinísticos y estocásticos. Estas pueden ser históricas, pronósticos de series de tiempo o generaciones sintéticas estocásticas multivariadas. También podemos clasificarlos como estáticos o dinámicos, de acuerdo a su relación con el estado del sistema a través del tiempo; y empíricos o físicos, dependiendo de la naturaleza de las funciones $g(\cdot)$. Esta función puede ser algebraica, diferencial o una ecuación integral, siendo la primera bastante común en los ámbitos computacionales. Observar que el problema operacional arriba mencionado puede ser convertido en uno de diseño al incluir el vector b dentro del vector de decisión u . Un modelo de planeamiento de mayor nivel puede ser definido al extraer D_1, \dots, D_T de la entrada no controlable r e incluyendo u . Los resultados del sistema (y) pueden tener valores económicos al satisfacer los beneficios de las demandas en relación con el costo de construcción del embalse como una función de V_{\max} . Los datos económicos deben ser considerados como entradas no controlables en el vector r . Se puede definir que la estructura del modelo y la definición de sus componentes varían dependiendo de su uso en planeamiento, diseño u operaciones.

La calibración y verificación de los modelos es una parte importante del paso 5, donde parámetros desconocidos del vector a son ajustados de tal manera que los resultados concuerdan en lo posible con los datos observados. Se utilizará el análisis de sensibilidad para determinar que parámetros tienen el mayor efecto en los resultados, los cuales requieren especial esfuerzo en su colección. Se han usado también métodos más sofisticados para determinarlos, como aquel que usa el filtro de Kalman (Chiu, 1978).

La construcción de un modelo apropiado, para el estudio de un sistema en particular, es posiblemente una de las más importantes aplicaciones del análisis de sistemas. Existen varios factores que afectan el desarrollo de un modelo, los cuales son:

1. Desconocimiento del por qué el sistema trabaja de la forma que lo hace. Podrían referirse, por ejemplo, a las variables involucradas en la escorrentía como producto de la precipitación en la cuenca.
2. Falta de datos "críticos" (importantes).
3. La influencia de factores impredecibles y de gran variación, como son, por ejemplo, la precipitación, evapotranspiración y descargas.
4. Limitaciones en el sistema de cómputo.
5. Limitaciones en cantidad y experiencia del recurso humano.
6. Limitaciones de tiempo.
7. Limitaciones en el presupuesto.

Depende mucho del esfuerzo del administrador de recursos de aguas el anteponerse a las dificultades que constriñen el modelamiento, siendo siempre recomendable realizar algún tipo de ejercicios previos. Se

puede decir que existe el principio de la relatividad en el modelamiento, de tal forma que si la alternativa administrativa A es comparada con la alternativa B y la primera es considerada superior por un cierto modelo, se puede afirmar que relativamente esto es cierto, aún cuando en el análisis de ambos, en términos absolutos, den resultados no del todo correctos.

Los modelos de simulación pueden ser construidos de tal forma que den respuestas precisas y flexibles pero no pueden decir cual es la mejor. Resuelven la pregunta "que pasa si". Para la obtención de la mejor alternativa se usarán algoritmos sistemáticos de optimización que interactuen o que estén embebidos en la estructura del modelo de simulación (Figura 1.5).

1.5 Técnicas de Optimización

Un sinnúmero de técnicas de optimización han sido aplicadas a la administración de recursos de agua, como son la programación lineal, dinámica y no lineal, teoría de las redes de flujo, programación entera, teoría del control óptimo, teoría de los sistemas de gran escala, teoría de decisión estadística y optimización multiobjetivos cuando los resultados son vectoriales en vez de escalares. Como la administración de los recursos de agua es dinámica por naturaleza, los métodos de programación dinámica y teoría del control óptimo tienen una mayor atracción. También los modelos de redes de flujo son cada vez más usados para simular sistemas complejos porque permiten la distribución precisa de agua (a base de prioridades) con bastante eficiencia computacional.

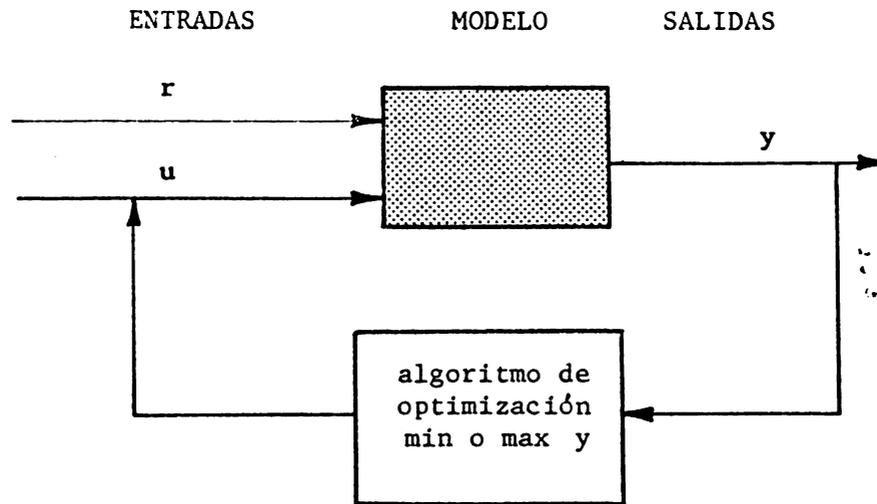


Figura 1.5. Modelo de simulación interconectado a uno de optimización.

La principal desventaja de la optimización es que casi siempre requiere de un modelo de estructura simplificada. Por ejemplo, el uso de programación lineal requiere que todas las relaciones sean lineales. Esto puede significar alguna desviación de la realidad, a pesar que en este caso, el método simplex converge con la mejor solución u óptimo global. Los administradores de aguas son más atraídos por aquellos algoritmos heurísticos que permiten incorporar la realidad de la mejor forma posible pero no garantizando una convergencia global óptima.

Un importante elemento del paso 6 del enfoque de sistemas es el examen de riesgo y confiabilidad de una alternativa operacional escogida. A pesar que ciertos modelos de optimización permiten la inclusión explícita de restricciones de riesgo, es usual usar el método de Monte Carlo para simular la confiabilidad de las estrategias propuestas, en el largo plazo. Si se tienen varios objetivos incommensurables será

necesario realizar métodos de análisis de intercambio multiobjetivo, como el desarrollado por Haimés y Hall (1974).

Muchos modelos de administración y operación de recursos de agua han sido específicamente desarrollados para sistemas particulares. En la medida que este último varíe físicamente (por ejemplo, la incorporación de una nueva estructura) o institucionalmente (por ejemplo, reordenamiento de las prioridades de operación) deberá también ser modificado internamente para reflejar esos cambios. Esto puede ser una dificultad si los creadores del modelo están fuera de la organización o, en el caso de consultores externos, se incurran en altos costos. Por estas razones los "generalizados" son más económicamente eficientes pues no se tiene que reescribir el programa de cómputo. Además los modelos interactivos y conversacionales son fáciles de usar y de editar los archivos de datos, especialmente si los usuarios tienen poca experiencia en computadoras.

1.6 Aplicaciones del Análisis de Sistemas

En las tres últimas décadas las herramientas cuantitativas asociadas al análisis de sistemas han realizado un sustantivo avance. Logros en el área computacional e inteligencia artificial han ampliado la visión para su aplicación en muchos problemas de la administración de sistemas. Se han visto aplicaciones exitosas en el control de sistemas complejos de construcción, planeamiento de considerables inversiones de fondos, administración de misiones espaciales, transporte masivo y automatización de procesos industriales. Significativo progreso se ha observado en el desarrollo de programas de cómputo utilizando avanzadas técnicas de inteligencia artificial y de sistemas especializados dando sorprendentes y exitosas aplicaciones en las áreas de pronóstico médica,

geología exploratoria y educación. Se espera aún mejoras en la medida que se incorpore el proceso humano cognositivo y la experiencia en sistemas computarizados de soporte a la decisión, haciéndolos más atractivos a los administradores de aguas.

Es interesante notar que estas técnicas modernas del análisis de sistemas recién han encontrado su verdadera ubicación en el área de operación y administración de los sistemas de recursos de agua. El análisis de sistemas es aplicado en todas sus faces y niveles a la administración de recursos de agua incluyendo las operaciones diarias en tiempo real. Las primeras aplicaciones eran básicamente orientadas a la creación de bases de datos con fines de control pero el avance en el área de pronósticos hidrólogicos y técnicas computarizadas de control, están permitiendo una automatización completa en circuito cerrado. Estas habilidades y aplicaciones en el control de tiempo real han sido revisadas por Labadie (1985).

Una serie de artículos de sistemas computarizados de soporte a la decisión para el administrador de recursos de agua han sido recopilados por Labadie y Sullivan (1986). En estos se enfatiza el uso de programas y tecnología de instrumental computacional para una variedad de proyectos de pequeña y gran escala en los Estados Unidos de Norteamérica. Se adjunta además desarrollo de programas, selección de computadoras, recolección de datos y control, éxitos, limitaciones y documentación de beneficios y valores de los sistemas en un amplio rango de aplicación. El análisis de sistemas y la tecnología computacional son aplicados a la operación de sistemas hidroenergéticos, despacho de carga, simuladores computarizados de entrenamiento, irrigación por aspersión, recolección avanzada de datos y control de trasvases.

sistemas de distribución de agua de gran escala y la operación de sistemas complejos multiembalses multipropósito.

Las conclusiones en la aplicación del análisis de sistemas y la tecnología computacional son: (1) reducción de los costos operativos (2) incremento de la eficiencia y productividad (3) alcance de objetivos considerados anteriormente como no factibles (4) incremento de la confiabilidad del sistema.

1.7 Objetivos

El objetivo de este libro es el de proveer los elementos fundamentales del análisis de sistemas y su aplicación en la operación de proyectos multipropósito de recursos de agua. El Capítulo 2 se centra en el uso de la programación lineal para problemas operacionales de embalses de abastecimiento de agua, hidroenergía y control de inundaciones. Es presentado aquí el programa de programación lineal para microcomputadores NICELP. El Capítulo 3 muestra como esta técnica puede ser usada para resolver problemas de programación entera en la operación y diseño de sistemas agrícolas de distribución de aguas y programación de riegos. Conforme el enfoque operacional se extiende a proyectos interconectados multipropósitos, el uso de programación lineal se vuelve complicado, costoso y muy consumidor de tiempo (especialmente en la entrada y edición de datos). Un modelo de redes de flujo generalizado denominado MODSIM, desarrollado para el microcomputador IBM PC (o compatibles) es presentado en el Capítulo 4. Este usa un procedimiento de programación lineal especialmente diseñado para actuar con la configuración de redes, las cuales modelan eficientemente muchos sistemas complejos de recursos de agua. Tiene además un programa adicional que permite la entrada de datos en forma fácil y amigable.

Como diversos sistemas no lineales no pueden ser resueltos por los algoritmos de programación lineal, se recurre a la programación dinámica, la cual soluciona problemas que requieren decisiones secuenciales en tiempo y/o espacio. El Capítulo 5 hace una introducción a esta técnica y, a la vez, lo aplica a una variedad de proyectos operacionales. Es presentado el programa CSUDP como una herramienta generalizada para la solución de estos problemas en microcomputadoras. El Capítulo 6 extiende el uso de la programación dinámica a situaciones complejas estocásticas y multidimensionales.

Un estudio de caso, que contiene muchos de los conceptos vertidos en este libro, es ilustrado en los Capítulos 4, 5 y 6. Nos referimos a la evaluación operacional del embalse de Valdesia y su sistema de irrigación, en la República Dominicana. En esta situación real se discute la aplicación del concepto de sistemas integrados a través de un análisis comparativo de la operación histórica versus los posibles resultados del uso de normas operacionales óptimas durante ese mismo período.

Se espera que esta publicación ayudará a los administradores de aguas y al personal de operaciones a entender el enfoque de sistemas y usar sus armas para resolver eficientemente los diversos problemas que confrontan.

CAPITULO 2

OPERACION DE EMBALSES MULTIPROPOSITO:

APLICACION DE PROGRAMACION LINEAL

2.1 Introducción

La clave para optimizar la capacidad de los embalses es utilizarlos para más de un propósito. Sin embargo ello contribuye a crear diversos conflictos entre estos objetivos en el uso del sistema a través del tiempo. El análisis de sistemas y técnicas matemáticas de modelamiento pueden ser usados como herramientas para resolver estos conflictos de operación de embalses con la idea de lograr siempre el mayor beneficio posible.

Se podría afirmar, como regla, que a mayor capacidad del embalse mayores usos potenciales nos puede dar. Los principales usos benéficos son: abastecimiento poblacional, industrial y agrícola; producción de energía, control de inundaciones, control de calidad de agua, recreación, mantemiento ecológico y navegación. Estos usos son dependientes de la habilidad del sistema de embalses multipropósito de alterar la natural distribución espacial y temporal del agua en cuanto a su calidad y cantidad resultando en un cierto beneficio.

Los conflictos en la operación de embalses pueden surgir de diversas maneras; por ejemplo, consideremos el caso del control de inundaciones que está en conflicto con los propósitos de conservación (de niveles altos en el embalse), que son aquellos que requieren que el mismo sea llenado por lo menos una vez en un cierto periodo de tiempo. Algunos de los usos de conservación son abastecimiento municipal, recreación, producción de energía y mantemiento ecológico. Sin embargo, el control de inundación requiere que este embalse sea vaciado durante

un lapso de tiempo ya que así aumentará la probabilidad de poder contener una futura inundación.

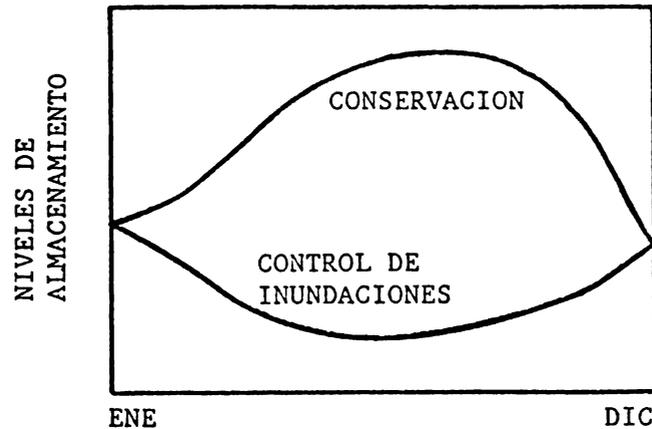


Figura 2.1. Reglas operativas en conflicto.

Los conflictos también pueden generarse entre los mismos propósitos de conservación. Por ejemplo, la producción de hidroenergía requiere mantener niveles altos en el embalse para la eficiente operación de las turbinas. Sin embargo, durante estos meses se ven también incrementadas las descargas de irrigación las cuales obligan a disminuirlo para cumplir con sus demandas.

Los conflictos son particularmente incrementados durante los periodos de sequías. Los volúmenes de agua deficitarios pueden ser distribuidos de diversas maneras durante todo el año. Por lo tanto se debe escoger entre aceptar la sequía ahora o correr el riesgo de encontrarla en el futuro con una mayor magnitud.

En caso de tener varios embalses también existe la disyuntiva en decidir cual de ellos deben abastecer las demandas (disminución de su nivel de aguas) y aquellos que deben retener sus volúmenes de agua. El conflicto último es entre los usuarios individuales cuando ocurre una

DEFICIT
DE
AGUA

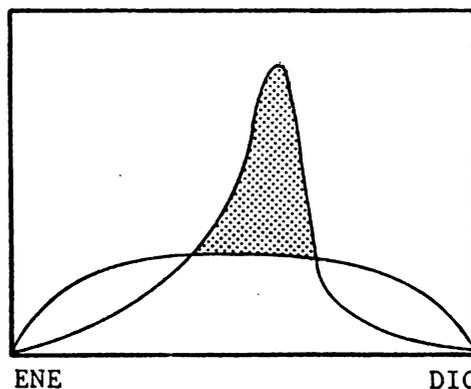


Figura 2.2. Dos diferentes formas de distribuir el agua disponible en un periodo seco.

situación deficitaria, por lo que deberá encontrarse alguna manera de distribuir en forma justa estas deficiencias.

La esencia de la aplicación del análisis de sistemas en embalses multipropósitos es de desarrollar modelos matemáticos que puedan encontrar las normas de descargas o reglas operativas y, que produzcan los mayores beneficios posibles teniendo en cuenta las diversas alternativas operacionales. Estos modelos matemáticos tienen dos propósitos:

1. Ser usados como base consistente y confiable para alcanzar los objetivos de distribución de agua y producción de energía. Esto proporciona confianza a los usuarios e incrementa los beneficios económicos.

2. Ayudar en el desarrollo de normas operativas (después que han sido aceptados los objetivos) con el fin de asegurar que el mismo es violado en la mínima forma y que el embalse esta siendo utilizado en la forma más benéfica posible.

La palabra clave en el primer caso es "confiabilidad". Siempre es esperado un nivel de agua y energía que abastezca la demanda. Surgen

pués, los términos de oferta de agua y energía firme. Cuando los objetivos han sido ya establecidas en el planeamiento operacional, se pasa al caso número dos que es denominado operación del embalse en tiempo real. El planeamiento operacional es extremadamente importante. Si es analizado concientemente muchos de los conflictos previamente discutidos pueden ser evitados. El nivel de agua y energía firmes deben ser tales que acepten un riesgo tolerable o una baja probabilidad de déficits en caso de sequías.

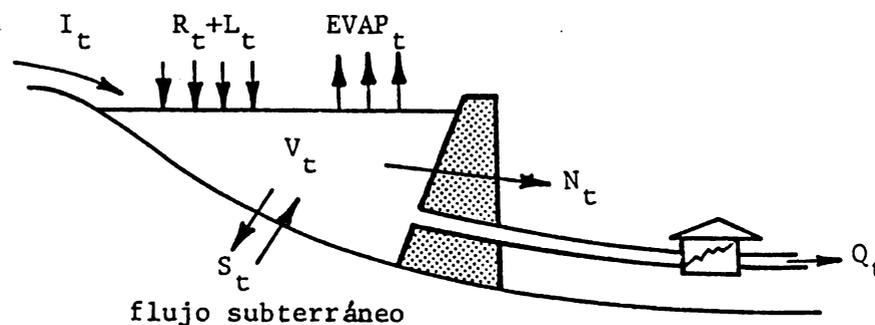
Para decidir cual serán los cantidades firmes tenemos dos posibilidades. La primera está relacionada a niveles tan bajos que la probabilidad de no cumplir con estas demandas es cero. En este caso, si bien el riesgo es mínimo, el sistema está siendo usado por debajo de su verdadero potencial. Por otro lado, mayores valores de niveles de energía y agua traen mayores riesgos en cuanto a los beneficios esperados, creando futuros conflictos cuando ocurren situaciones de sequía. Obviamente el resultado óptimo se encuentra entre estos dos extremos. Es difícil afirmar que la aplicación del análisis de sistemas garantizará la solución de estos conflictos en mención, sin embargo, sienta las bases para la toma de decisiones.

Los modelos matemáticos de sistemas de embalses pueden ser categorizados de la siguiente manera: modelos determinísticos, que usan descargas pronosticadas o el análisis del periodo crítico; y los modelos estocásticos que usan el análisis de Monte Carlo y la teoría estadística de decisión. Este capítulo se centra básicamente en el análisis determinístico, mientras que el Capítulo 6 da una introducción a las metodologías de optimización estocástica.

2.2 El Balance Hidrológico en los Embalses

Analicemos el balance hidrológico o balance de masa para un embalse típico. Para el planeamiento operativo es suficiente un incremento de tiempo mensual pero para los estudios en tiempo real se requerirá a nivel semanal, diario y hasta horario.

Hagamos el balance hidrológico de almacenamiento en el embalse al comienzo del mes $t+1$ igualándolo al almacenamiento al final del mes t (todos los términos del lado derecho de la ecuación están referidos al tiempo t), más las descargas de entrada, más las precipitaciones directas al embalse y otras entradas provenientes de pequeños afluentes, menos la evaporación, menos las descargas para abastecimiento poblacional y energía, menos las descargas vertidas al canal natural y las descargas no controladas vertidas y las pérdidas por percolación. Se puede incluir los volúmenes de entrada o salida de flujo subterráneo.



I_t = descargas de avenida

$R_t + L_t$ = precipitación pluvial más descargas secundarias

V_t = almacenamiento

Q_t = descargas para la generación de hidroelectricidad

N_t = descargas al lecho del río y vertidos (si hubiesen)

Figura 2.3. Balance hidrológico en un embalse.

Matemáticamente el balance hidrológico pueden ser escrito de la siguiente manera:

$$V_{t+1} = V_t + I_t + R_t + L_t - \text{EVAP}_t - Q_t - N_t \quad (2.1)$$

El almacenamiento siempre es expresado en unidades de volumen (por ejemplo, en millones de metros cúbicos) pero los otros términos pueden estar referidos a ciertas tasas de flujo, tales como metros cúbicos por segundo multiplicados por el tiempo en que son usados (para este caso igual a un mes).

El volumen total de evaporación durante el mes es una función del almacenamiento en el embalse durante ese mes. Esta puede ser expresada mediante un índice en centímetros por mes, por ejemplo. Dada la relación área-volumen para el embalse se puede encontrar una curva que nos permita calcular la superficie de almacenamiento en el embalse en función del almacenamiento total.

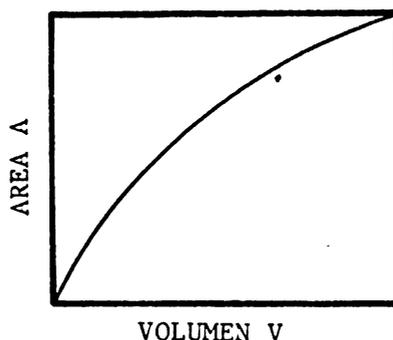


Figura 2.4. Curva área-volumen de un embalse.

Entonces la evaporación para cualquier mes es fácilmente computada de la siguiente manera:

$$\text{EVAP}_t = e_t \cdot \bar{A}(V_t, V_{t+1}) \quad (2.2)$$

Donde:

$EVAP_t$: evaporación total para el mes t.

e_t : índice de evaporación

$\bar{A}(V_t, V_{t+1}) = [A(V_t) + A(V_{t+1})]/2$: superficie promedio del embalse durante el mes t

Deberán corregirse los caudales si la estación de medición no está ubicada cerca del embalse en estudio o las descargas de la misma han sido modificadas justamente por su existencia. Analizando las descargas históricas de avenida podemos encontrar el periodo crítico, pudiendo usarse estos datos para la futura operación del embalse pero, teniendo en cuenta los cambios que afectan estos flujos aguas arriba de la cuenca (Figura 2.5).

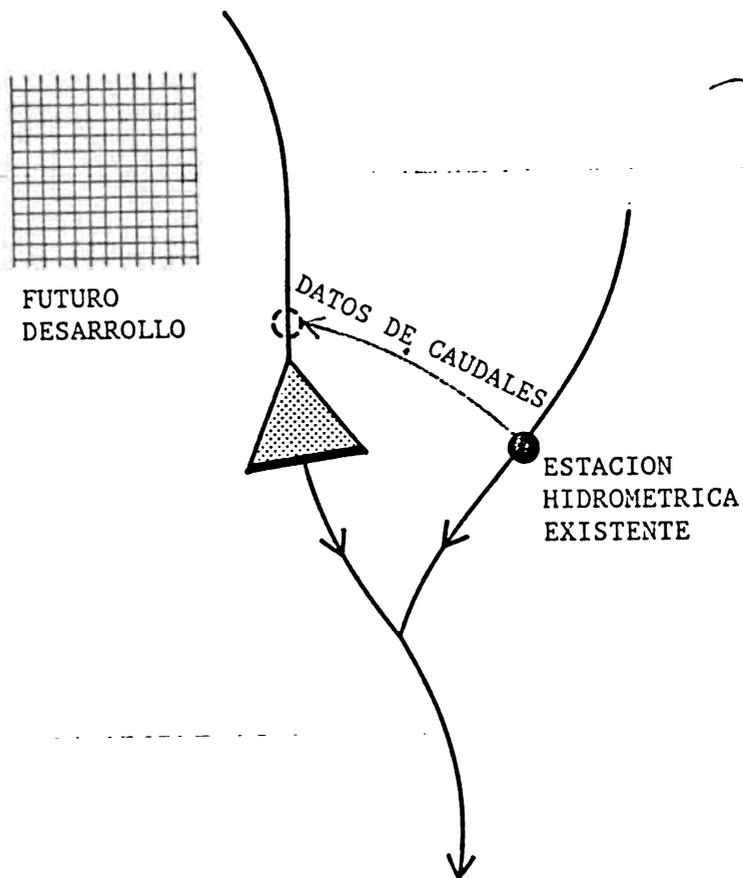


Figura 2.5. Transferencia de información entre estaciones hidrométricas.

Se requerirá estimar la precipitación directa sobre el reservorio y las descargas locales que confluyen en él, el área de la cuenca y un coeficiente de escorrentía (basado en algún uso futuro del suelo) y el desarrollo de la cuenca.

2.3 Descargas de Agua

Un embalse puede ser dividido en varios niveles operativos a través del año. La máxima capacidad almacenada generalmente corresponde al nivel del vertedero. El espacio comprendido entre el volumen de almacenamiento normal y el nivel máximo del embalse es reservado para el control de inundaciones. La capacidad que existe entre el almacenamiento mínimo y el almacenamiento normal representa el volumen activo disponible para los propósitos de conservación. El almacenamiento que está por debajo del mínimo es el llamado volumen muerto y está destinado solamente para la deposición de sedimentos, garantizar un nivel mínimo de carga de agua en las turbinas y mantenimiento ecológico. Se debe considerar también un cierto volumen temporal que es derivado a través del vertido de demasias.

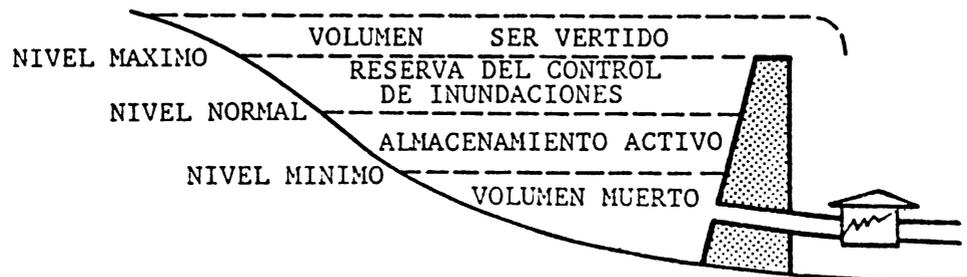


Figura 2.6. Diferentes niveles de almacenamiento en un embalse típico.

El volumen muerto, llamado $V_{\text{mínimo}}$, es fijado generalmente por las características del embalse y de la central hidroeléctrica. La elevación normal sin embargo, puede variar de acuerdo a los estudios de planeamiento operacional. La capacidad que está por encima del nivel normal la denominaremos $V_{\text{máximo}}$ la cual está reservada para el control de inundaciones. Entonces, la capacidad disponible V_{activa} será igual al $V_{\text{máximo}}$ menos el $V_{\text{mínimo}}$. El volumen que se ubica entre la máxima capacidad y el nivel del vertedero lo llamaremos V_{vertido} o $V_{\text{inundación}}$ en el caso que se refiera al volumen del control de inundaciones.

Si suponemos que el embalse es usado principalmente con fines de abastecimiento poblacional, el método más común para el estudio de demandas es el de la curva masa, originalmente desarrollada por Rippl en 1883. En este enfoque se escogen las descargas de entrada para un periodo crítico. La evaporación y otras pérdidas son acumuladas en la figura. Es relativamente simple determinar graficamente la máxima oferta firme para un determinado V_{activo} .

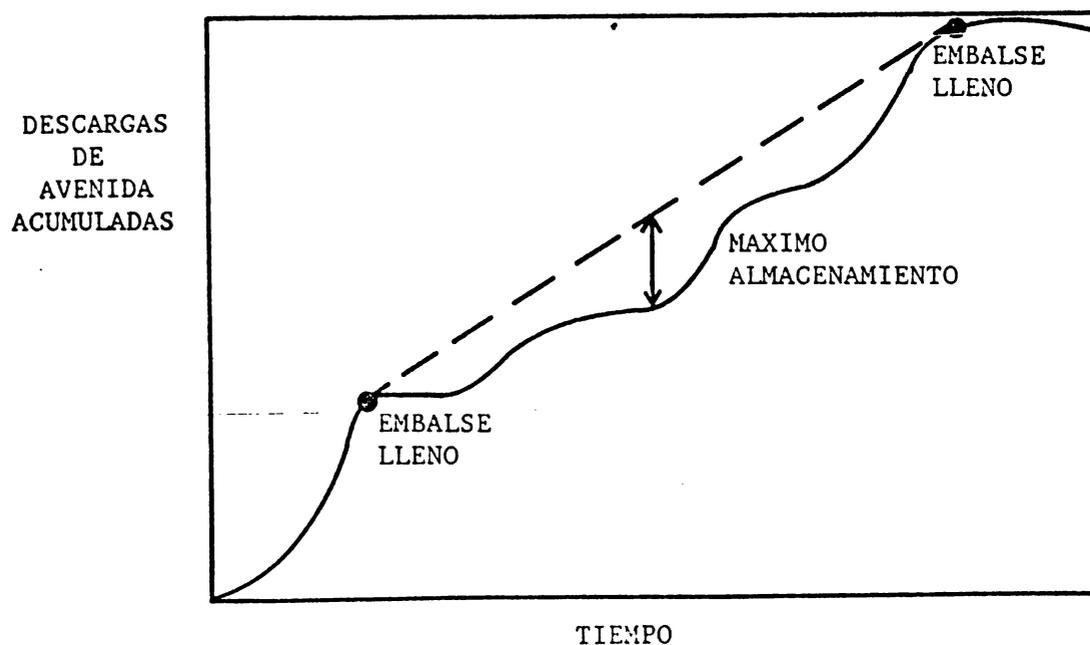


Figura 2.7 Curva masa para un periodo crítico.

La mayor crítica hecha a este enfoque es que es difícil considerar la variación de las demandas de agua en el tiempo. Por ello, habrá que definir un coeficiente de uso de agua a_t que representa la fracción del total del agua firme demandar durante el año (W). La suma de estos a_t durante todo año debe ser igual a 1 y a_t veces W representa la demanda durante el mes t .

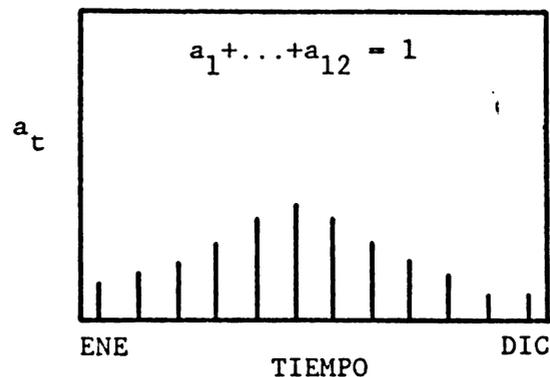


Figura 2.8. Distribución mensual de los coeficientes de uso de agua.

Un enfoque alternativo a la curva masa es la formulación de un problema de optimización cuyo objetivo sería el maximizar W (demanda total de agua firme). Entonces, en el balance hidrológico anteriormente mencionado es reemplazada la oferta de agua Q por a_t veces W . Asumamos también que las descargas a través del canal natural N no son consideradas. Se puede también incluir un término de descarga adicional, representado como q , que define a todas aquellas descargas secundarias.

$$\text{Problema de Optimización : Maximizar } W \quad (2.3)$$

sujeto a:

$$V_{t+1} = V_t + I_t + R_t + L_t - \text{EVAP}_t - a_t W - q_t - N_t \quad (2.4)$$

$$V_{\min} \leq V_t \leq V_{\max} \quad , \text{ (para todos los periodos } t) \quad (2.5)$$

$$V_{\text{act}} = V_{\max} - V_{\min} \quad (2.6)$$

$$V_1 = V_{T+1} \quad (2.7)$$

$$W, q_t \geq 0 \quad (2.8)$$

El balance hidrológico debe ser mantenido. Este representa todas las restricciones para cada periodo t en el modelo de optimización. Se necesitan también algunas restricciones adicionales que definan el almacenamiento activo, el cual se encuentra entre cero y V_{act} , cuando V_{act} es igual a V_{max} menos V_{min} . La restricción (2.7) ha sido incorporada para asegurar que el almacenamiento al inicio y final del periodo crítico sean iguales. Pueden también ser incluidas restricciones de las descargas totales.

El modelo de optimización encontrará el valor máximo de W para el periodo crítico, dado V_{act} . El beneficio puede ser estimado multiplicando las ofertas de agua firme y no firme por sus respectivos precios. Hay varias maneras de resolver este problema. A continuación es descrito un procedimiento de programación lineal mientras que otro con programación dinámica es presentado en el Capítulo 6.

2.3.1 Aplicación de programación lineal al análisis de energía firme.

El problema de optimización definido por las ecuaciones 2.3 a 2.8 puede ser resuelto por el método simplex de programación lineal. En el apéndice de este capítulo se hace una introducción a este método. Para el siguiente ejemplo se asume $T=4$. Todos los términos constantes son colocados en el lado derecho de la ecuación y sólo los coeficientes asociados con la variables son colocados en el lado izquierdo (espacios en blanco representan valores iguales a cero). El número total de restricciones, para este caso, es de 13.

3. Recalcular los valores de $EVAP_t$ mediante la ecuación 2.2 a base de los almacenamientos obtenidos.
4. Resolver el problema de programación lineal nuevamente hasta que los almacenamientos resultantes difieran minimamente con los anteriores.

Para lograr la convergencia del caso se requiere usualmente tres o cuatro iteraciones.

Los datos a continuación han sido tomados del embalse Pozzillo, Catania, Italia:

Trimestre (3 mo.) t	Coefficiente de uso de agua a_t	Evap. (m/tri) e_t	Descargas de avenida ($10^6 m^3$ /tri) I_t
[May - Jul] 1	0.54	0.772	0.5
[Ago - Oct] 2	0.43	0.694	0
[Nov - Ene] 3	0	0.241	17
[Feb - Abr] 4	0.03	0.290	51.8

Las descargas de avenida correspondera a un periodo critico seco. La relación área-volumen para el embalse es:

$$A_t = 0.65 V_t^{0.5}$$

donde A_t está en $10^6 m^2$ y V en $10^6 m^3$. Otros datos adicionales son:

$$V_{\text{vert}} = 150 \times 10^6 m^3$$

$$V_{\text{max}} = 120 \times 10^6 m^3$$

$$V_{\text{min}} = 25 \times 10^6 m^3$$

El nivel V_{max} se ha fijado arbitrariamente como el nivel inferior para control de inundaciones. Se fijaron restricciones en las descargas pero no son importantes para este ejemplo.

Se inicia ignorando la evaporación lo cual da un máximo de oferta de agua firme W de $69.3 \times 10^6 \text{m}^3$ (la solución por el programa NICELP).

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE	VALUE	OPPORTUNITY COST
1	DECISION	120	0
2	DECISION	0	1
3	DECISION	83.078	0
4	DECISION	0	1
5	DECISION	53.279	0
6	DECISION	0	1
7	DECISION	70.279	0
8	DECISION	0	1
9	DECISION	120	0
10	DECISION	69.3	0
11	SLACK CONSTRAINT 1	36.922	0
12	SLACK CONSTRAINT 2	66.721	0
13	SLACK CONSTRAINT 3	49.721	0
14	SLACK CONSTRAINT 4	0	1.387779E-17
15	SURPLUS CONSTRAINT 5	33.078	0
16	SURPLUS CONSTRAINT 6	3.279001	0
17	SURPLUS CONSTRAINT 7	20.279	0
18	SURPLUS CONSTRAINT 8	70	0

MAXIMUM OBJECTIVE VALUE= 69.3

Se toma luego el almacenamiento resultante y se recalcula la evaporación promedio para cada trimestre. A continuación se muestran los resultados donde W se ha reducido a 56.76.

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE	VALUE	OPPORTUNITY COST
1	DECISION	120	0
2	DECISION	0	1
3	DECISION	84.3796	0
4	DECISION	0	1
5	DECISION	55.9228	0
6	DECISION	0	1
7	DECISION	71.73281	0
8	DECISION	0	1
9	DECISION	120	0
10	DECISION	57.76	0
11	SLACK CONSTRAINT 1	35.6204	0
12	SLACK CONSTRAINT 2	64.0772	0
13	SLACK CONSTRAINT 3	48.2672	0
14	SLACK CONSTRAINT 4	0	2.775558E-17
15	SURPLUS CONSTRAINT 5	34.3796	0
16	SURPLUS CONSTRAINT 6	5.9228	0
17	SURPLUS CONSTRAINT 7	21.7328	0
18	SURPLUS CONSTRAINT 8	70	0

MAXIMUM OBJECTIVE VALUE= 57.76

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE	VALUE	OPPORTUNITY COST
1	DECISION	120	0
2	DECISION	0	1
3	DECISION	84.2668	0
4	DECISION	0	1
5	DECISION	55.7324	0
6	DECISION	0	1
7	DECISION	71.5424	0
8	DECISION	0	1
9	DECISION	120	0
10	DECISION	58.08	0
11	SLACK CONSTRAINT 1	35.7332	0
12	SLACK CONSTRAINT 2	64.2676	0
13	SLACK CONSTRAINT 3	48.4576	0
14	SLACK CONSTRAINT 4	0	2.77558E-17
15	SURPLUS CONSTRAINT 5	34.2668	0
16	SURPLUS CONSTRAINT 6	5.732399	0
17	SURPLUS CONSTRAINT 7	21.5424	0
18	SURPLUS CONSTRAINT 8	70	0

MAXIMUM OBJECTIVE VALUE= 58.08

Los nuevos almacenamientos todavía difieren de los previos por lo que habrá que reestimar la evaporación a base de los últimos volúmenes. Es relativamente fácil editar la evaporación (valores de la mano derecha) en NICELP. El siguiente W es de 58.08, haciéndose obvio que la próxima iteración dará una cifra similar. La experiencia ha demostrado que tres iteraciones son suficiente para la mayoría de problemas.

2.4 Control de Inundaciones

Con el fin de analizar los beneficios del control de inundaciones se requieren los datos de valores extremos máximos de avenida. Distribuciones de frecuencia pueden ser determinadas para cada mes, las cuales relacionan las descargas máximas con la probabilidad que ocurra una inundación con un caudal igual o mayor que el fijado. Esta es llamada la probabilidad de excedencia p.

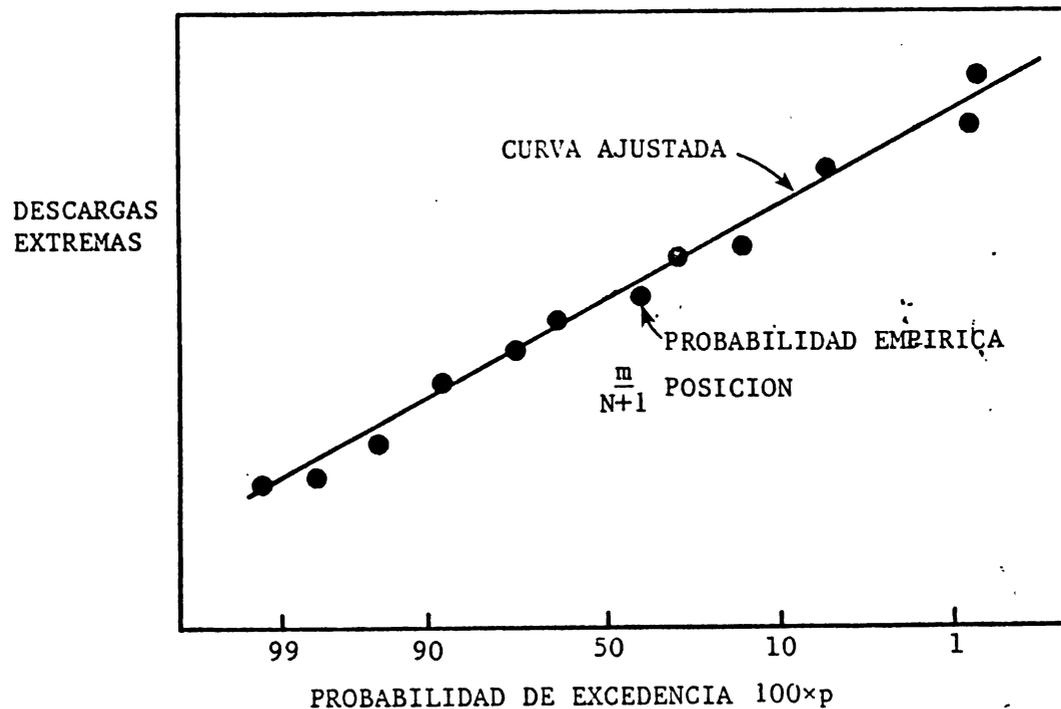


Figura 2.9. Análisis probabilístico de máximas avenidas.

La inversa de la probabilidad mensual de excedencia, $1/p$, es el tiempo esperado en años de la ocurrencia de un flujo de agua de una cierta magnitud o mayor durante un mes dado. Este es el denominado tiempo de retorno.

Existen diferentes distribuciones de frecuencia que pueden ser utilizadas para un análisis de máximos extremos y, asimismo, diferentes papeles de probabilidad que ayudan a aproximar la distribución de frecuencia acumulada como una línea recta para estimar los parámetros de la distribución. A veces es necesario usar más de una línea si los parámetros varían al ser incrementados los caudales máximos. La carencia de datos máximos extremos obligan a usar otros calculados para regiones similares.

Después de haber sido desarrolladas las curvas de frecuencia para cada mes, los beneficios del control de inundaciones pueden ser estimados en función del almacenamiento disponible. A continuación se detalla este procedimiento (Figura 2.10):

1. Identificar zonas potenciales que pueden sufrir daños por inundaciones (áreas agrícolas, asentamientos humanos, etc.).

2. Identificar un rango razonable de máximas avenidas. Por ejemplo, supongamos una inundación con un tiempo de retorno de 10 años puede ser contenida por el canal natural, asumiendo que el reservorio no ha sido construido todavía. Si la máxima inundación probable tiene un retorno de 200 años, entonces el estudio de máximas extremas estará en el rango de los 10 a los 200 años de tiempo de retorno.

3. Asumamos un hidrograma generalizado conservador y, a base de él, desarrollemos hidrogramas individuales para cada flujo pico.

4. Determinar curvas de daños probables (unidades monetarias) en función de los niveles de agua en zonas donde el peligro es inminente. Se recomienda una curva para cada mes especialmente si hay daños potenciales en cultivos agrícolas.

5. Suponiendo que el embalse no ha sido todavía construido, hacer un estudio de tránsito de avenidas para cada uno de estos hidrogramas a través del canal natural y, determinar las curvas descarga-altura en varias zonas críticas del río, existiendo para ello una serie de técnicas disponibles... A continuación se estimarán los daños totales.

6. Repitamos el paso 5 pero ahora con embalse incluido. Nuevamente se hará un estudio de tránsito de avenidas asumiendo niveles iniciales de almacenamiento para el control de inundaciones, V_{inun} , el cual es

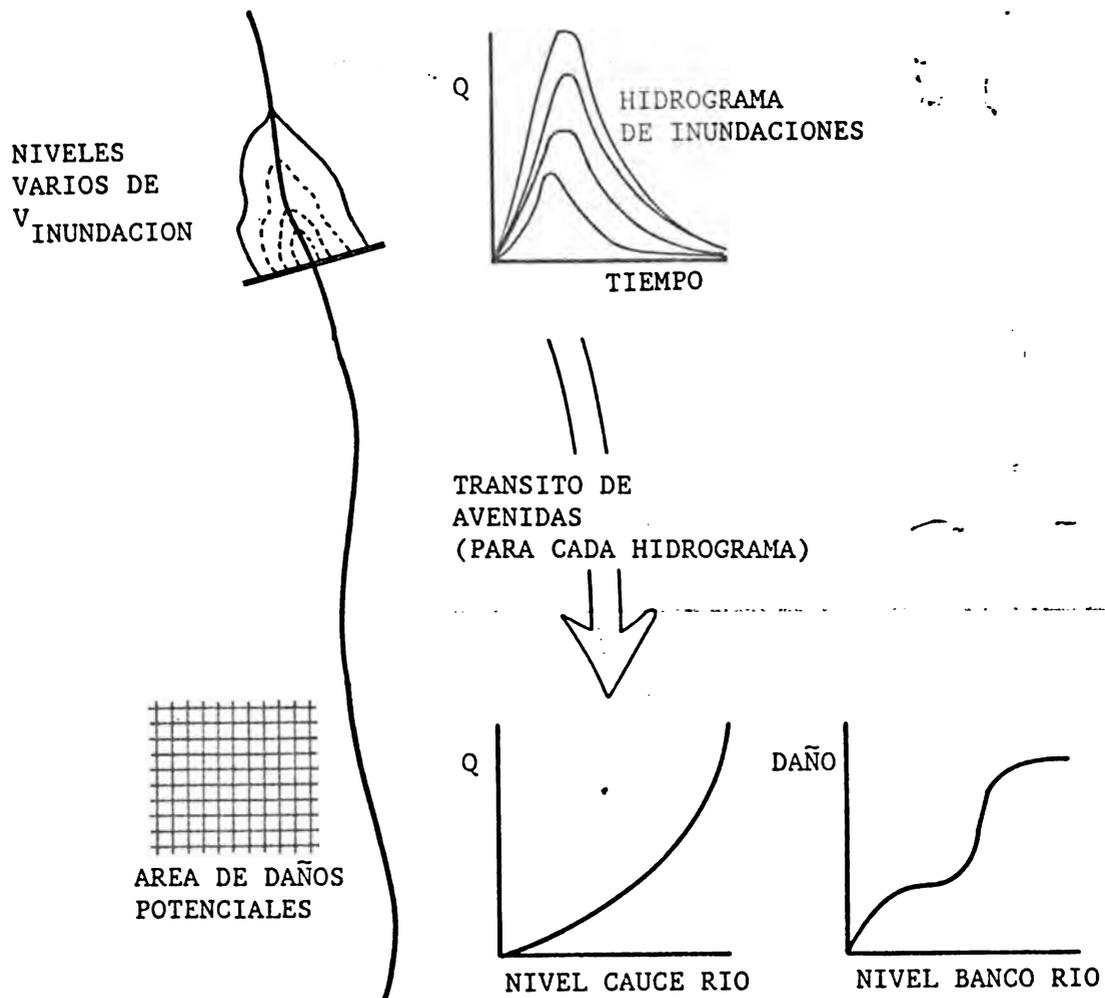


Figura 2.10. Procedimiento del cálculo de los beneficios del control de inundaciones.

igual al V_{vert} menos el nivel de almacenamiento promedio para ese mes. Al hacer el análisis del tránsito de avenidas debe ser considerado los niveles que sobrepasen el nivel del vertedero.

7. Los daños computados con el reservorio menos los daños sin él, darán un estimado de los beneficios mensuales del control de inundaciones para el rango de flujos y zonas de inundación considerados.

8. Los beneficios totales esperados, para cada uno de los niveles de la reservas de inundación V_{inun} , es simplemente el área debajo de la curva que relaciona los beneficios con la probabilidad de excedencia. El resultado de este análisis será una curva que muestre el almacenamiento del control de inundaciones del embalse en función de los beneficios respectivos.

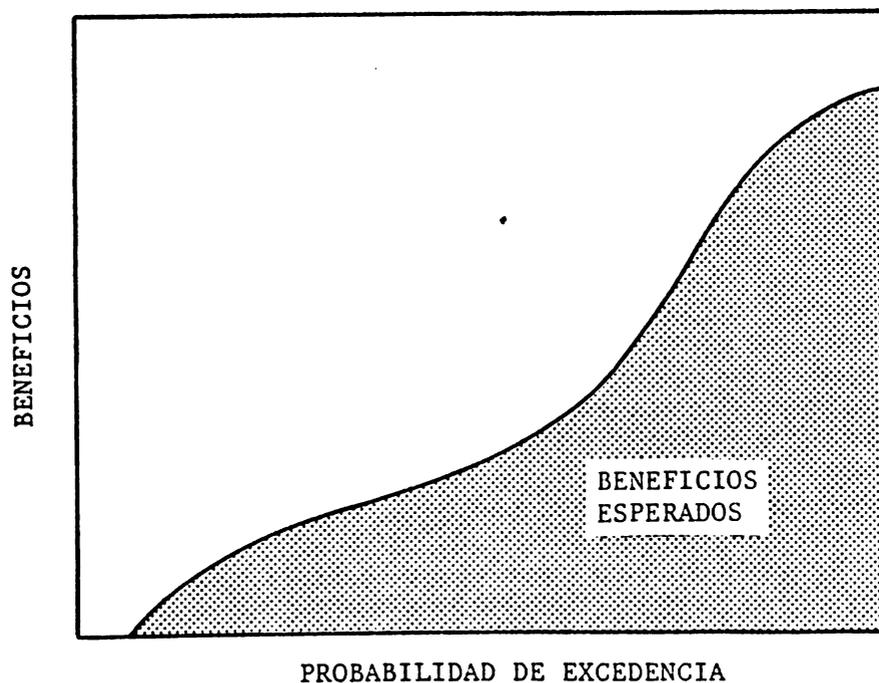


Figura 2.11. Curva de beneficios esperados en función de la probabilidad de excedencia.

A pesar de haber explicado el procedimiento en forma general esta da una idea de como se puede estimar los beneficios del control de inundaciones. Existen programas de computadoras que toman en cuenta estas consideraciones y realizan todos estos cálculos rapidamente.

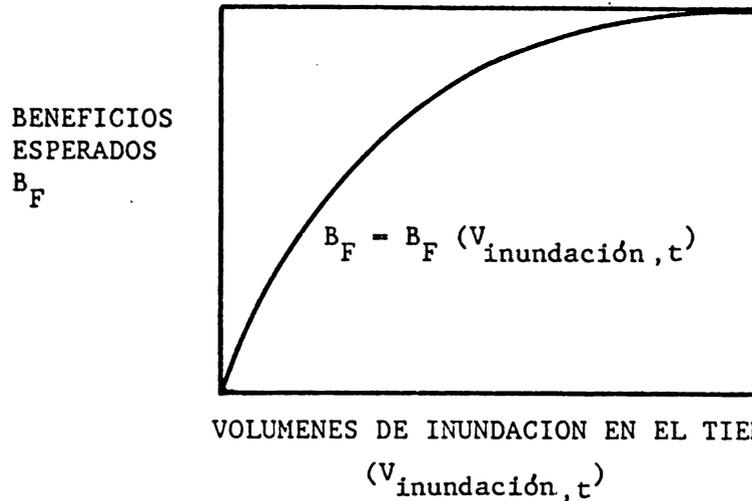


Figura 2.12. Beneficios del control de inundaciones para diferentes niveles en el embalse.

2.4.1 Aplicación de programación lineal al control de inundaciones

Habiendo evaluado el análisis de los beneficios esperados asociados al espacio libre dejado en los embalses para control de inundaciones, el siguiente paso en el planeamiento operacional es el análisis de los impactos negativos en los otros usos. Como ejemplo se considerará nuevamente el problema de programación lineal expresado en las ecuaciones 2.3 a 2.8. Supóngase una variación en el almacenamiento máximo V_{max} para una estación, manteniendo constante las otras restantes. Es relativamente sencillo editar el archivo de datos del programa NICELP y generar unos gráficos que muestren como W es afectado por los cambios del nivel del almacenamiento del control de inundaciones para cada estación del año. Análisis económicos posteriores se necesitarán para determinar la disminución de los beneficios de

abastecimiento de agua confiable en contraste con los ingresos por control de inundaciones. Pueden también añadirse otras pérdidas por dejar de generar hidroenergía.

Consideremos nuevamente el ejemplo de oferta firme resuelto por NICELP. A continuación es mostrado el término de la mano derecha en su iteración final (ver apéndice de este capítulo para una mayor explicación del término de la mano derecha).

	RANGE OF CONSTRAINING VALUES		
	LOWER	PRESENT	UPPER
CONSTRAINT 1	84.2668	120	INFINITY
OBJECTIVE VALUE	58.08	58.08	58.08
CONSTRAINT 2	55.7324	120	INFINITY
OBJECTIVE VALUE	58.08	58.08	58.08
CONSTRAINT 3	71.54241	120	INFINITY
OBJECTIVE VALUE	58.08	58.08	58.08
CONSTRAINT 4	114.2676	120	155.7332
OBJECTIVE VALUE	58.08	58.08	58.08

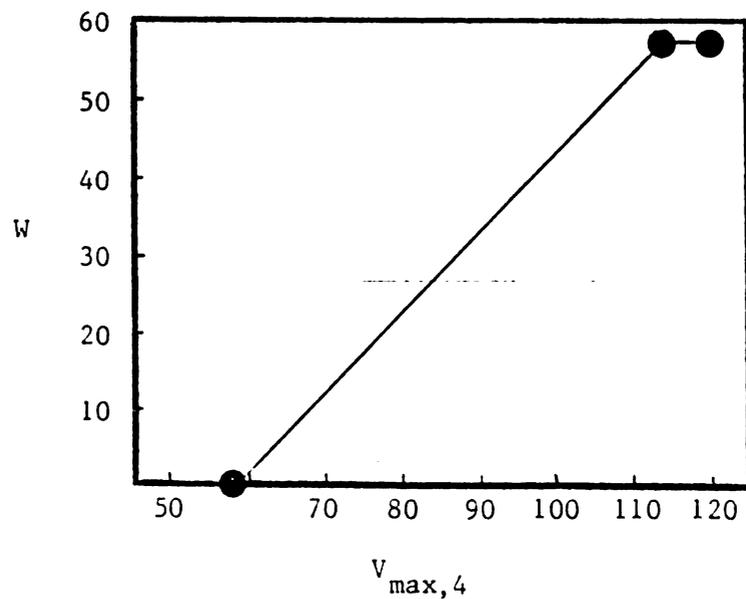
Es obvio que el cuarto trimestre es el más sensitivo a los cambios de V_{\max} . El límite inferior es $114.27 \times 10^6 \text{m}^3$ para la solución final, el cual era de esperarse por las grandes descargas de avenida. Si se decide ampliar el espacio para contener las máximas avenidas impactará negativamente en la oferta de agua firme. Niveles por encima de 114.27 no tienen ningún efecto, por lo tanto se escogió 110. Al ejecutar nuevamente NICELP, W es reducido en $53.68 \times 10^6 \text{m}^3$. Notar en el término de la mano derecha de la restricción 4 muestra una reducción lineal de W a año conforme se reduce el nivel de control de inundaciones en 57.93. Los resultados son mostrados en la Figura 2.13.

Figura 2.13. Curva de intercambio para W versus $V_{\max,4}$.

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE	VALUE	OPPORTUNITY COST
1	DECISION	110	0
2	DECISION	0	1.030928
3	DECISION	76.64258	0
4	DECISION	0	1.030928
5	DECISION	50	0
6	DECISION	0	0
7	DECISION	65.81	0
8	DECISION	4.399589	0
9	DECISION	110	0
10	DECISION	53.68041	0
11	SLACK CONSTRAINT 1	43.35742	0
12	SLACK CONSTRAINT 2	70	0
13	SLACK CONSTRAINT 3	54.19	0
14	SLACK CONSTRAINT 4	0	1.030928
15	SURPLUS CONSTRAINT 5	26.64258	0
16	SURPLUS CONSTRAINT 6	0	1.030928
17	SURPLUS CONSTRAINT 7	15.81	0
18	SURPLUS CONSTRAINT 8	60	0

MAXIMUM OBJECTIVE VALUE= 53.68041

	RANGE OF CONSTRAINING VALUES		
	LOWER	PRESENT	UPPER
CONSTRAINT 1	76.64258	120	INFINITY
OBJECTIVE VALUE	53.68041	53.68041	53.68041
CONSTRAINT 2	50	120	INFINITY
OBJECTIVE VALUE	53.68041	53.68041	53.68041
CONSTRAINT 3	65.81	120	INFINITY
OBJECTIVE VALUE	53.68041	53.68041	53.68041
CONSTRAINT 4	57.93	110	114.2676
OBJECTIVE VALUE	4.915847E-07	53.68041	58.08



Estos niveles tienen que ser ajustados posteriormente por cambios en la evaporación. Este tipo de cálculos para periodos largos pueden ayudar para establecer niveles apropiados de control de inundación en relación con el abastecimiento confiable de agua. Además, para estos casos, las aproximaciones sucesivas automáticamente ajustan la evaporación.

Para la operación en tiempo real del control de inundaciones existen generalmente tres preocupaciones:

1. Asegurar que no peligre la seguridad de la presa.
2. Uniformizar la distribución temporal de las descargas para minimizar los caudales picos en zonas, aguas abajo, que presentan peligros de ser inundadas.
3. Regreso rápido al nivel de control de inundaciones en el embalse, después que ha ocurrido una crecida.

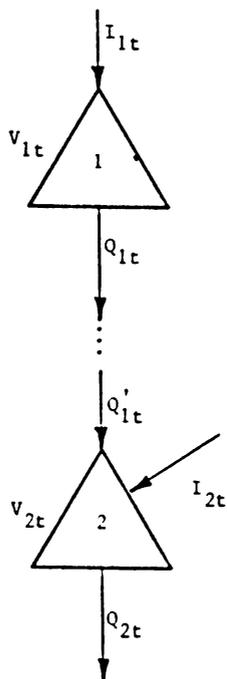


Figura 2.14. Dos embalses operados en serie.

El siguiente caso es para dos embalses en serie operados para control de inundaciones.

Las descargas de avenida pronosticadas para 5 periodos de tiempo costoso (unidades arbitrarias):

$$I_i = [6 \ 2 \ 5 \ 4 \ 0] \quad i=1,2$$

otros datos adicionales son:

$$V_{i1} = 0 \quad i=1,2$$

$$V_{\min} = 0$$

$$V_{\max} = 7$$

Debido a los reducidos intervalos de tiempo se requiere un análisis del tránsito de avenidas entre los embalses. El objetivo es evitar vertidos en los embalses y minimizar el flujo pico aguas abajo del embalse 2. Es usado para ello el método de Muskingum:

$$Q'_{1,t+1} = 1/3 Q'_{1t} + 1/3 Q_{1t} + 1/3 Q_{1,t+1}$$

Los coeficientes han sido previamente calculados. La formulación de programación lineal es:

$$\begin{aligned} & \min Q_{\text{pico}} \\ \text{s.a.} \quad & V_{1,t+1} = V_{1t} - Q_{1t} + I_{1t} \\ & V_{2,t+1} = V_{2t} - Q_{2t} + Q'_{1t} + I_{2t} \\ & Q'_{1,t+1} = 1/3 Q'_{1t} + 1/3 Q_{1t} + 1/3 Q_{1,t+1} \\ & 0 \leq V_{i,t+1} \leq 7 \quad (i=1,2) \\ & Q_{2t} \leq Q_{\text{pico}} \end{aligned}$$

$$(t=1, \dots, 5)$$

$$V_{i1} = 0 \quad i=1,2$$

donde Q_{pico} es la variable cuyo límite superior en el embalse 2 se desea minimizar. Este problema ha sido ejecutado via NICELP con un total de 26 variables y 30 restricciones. La solución final es:

$$V_1^* = [0 \ 6 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7]$$

$$Q_1^* = [0 \ 1 \ 5 \ 4 \ 0]$$

$$V_2^* = [0 \ 1.964 \ 0.262 \ 3.34 \ 7 \ 7]$$

$$Q_2^* = [4.035 \ 4.035 \ 4.035 \ 4.035 \ 2.56]$$

Como se aprecia, la mínima descarga pico es 4.035. La norma óptima mantiene lleno el embalse aguas arriba, como era de suponerse. Estos resultados están basados en datos pronosticados, pero conforme se obtenga más información se pueden generar otros y ejecutar nuevamente el problema de programación lineal. Este es un ejemplo sencillo pudiéndose extenderse el caso para problemas más complicados siempre que se disponga de una relación lineal de tránsito de avenidas. Para grandes embalses deberá hacerse un análisis de tránsito de avenidas dentro de los embalses. Detalles de la operación de las compuertas hidráulicas para control de inundaciones requiere de otros métodos, como programación dinámica del Capítulo 5.

2.5 Generación Hidroeléctrica

La estimación de los beneficios de la generación de energía son más sencillos que la del control de inundaciones. Los mayores ocurren cuando se está produciendo energía firme durante las horas del día en que la

demanda por energía está en su máximo. La principal ventaja de la hidroenergía, con respecto a los otros métodos de producción de energía eléctrica, está en su flexibilidad de respuesta a las horas pico.

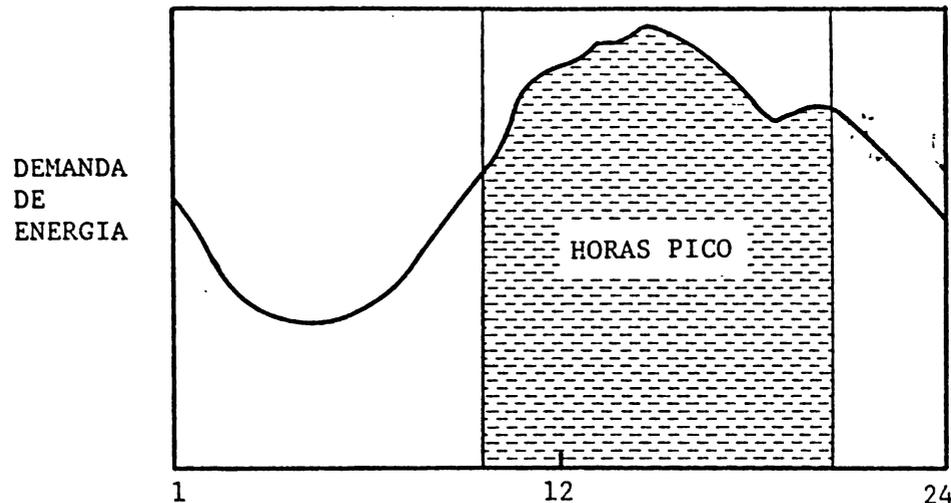


Figura 2.15. Curva diaria de demanda de energía.

La ecuación de potencia en términos de kilovatios es igual a una constante K , multiplicada por el promedio de la descarga de agua y, multiplicada por la carga promedio de agua sobre las turbinas. En la constante se incluye la densidad del agua y la eficiencia de las máquinas hidráulicas. Se debe considerar las variaciones en la eficiencia de las turbinas a diferentes cargas de agua y descargas.

$$\text{POTENCIA} = Kqh \quad (2.9)$$

La eficiencia de las turbinas varían por sí mismas con la carga y descargas, o sea, $K = k(Q,h)$.

Dada la curva altura-volumen podemos decir que la energía firme total, en kilovatios-hora, es función de la descarga promedio a través de la turbina y del almacenamiento promedio en el reservorio, por el total de número horas pico.

$$E_t = KQ_t \bar{h}(V_t, V_{t+1}) \Delta t \quad (2.10)$$

donde : $\bar{h}(V_t, V_{t+1})$ = carga promedio de agua = $[h(V_t) + h(V_{t+1})]/2$

Δt : número de horas pico para el periodo considerado

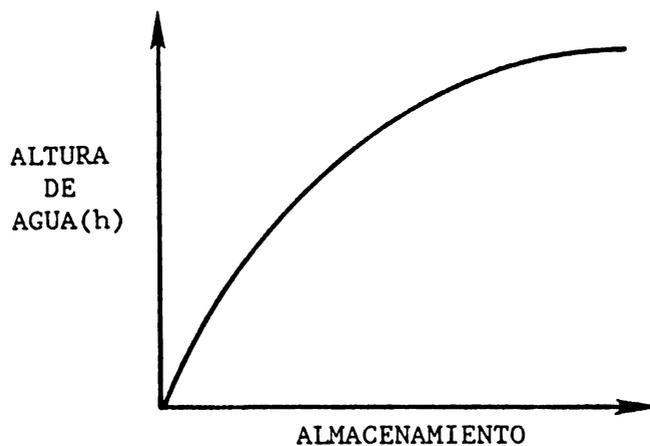


Figura 2.16. Curva típica de altura-almacenamiento en un embalse.

Supongamos también que el coeficiente de distribución de energía, b_t , está disponible para cada mes, es decir, si la energía firme total para todo el año es E , la parte demandada en el mes t será b_t veces E . El beneficio de la producción de energía total anual será igual el precio de energía firme veces E . Se puede realizar posteriormente un análisis similar para determinar la generación de energía confiable para el proyecto. Beneficios adicionales se obtendrán bombeando al embalse, agua ya turbinada durante las horas que no son de demanda pico.

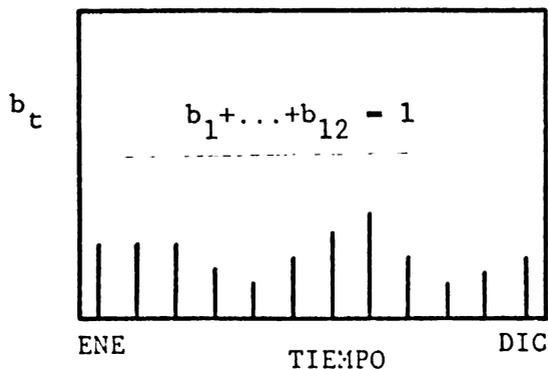


Figura 2.17. Distribución mensual de los coeficientes de uso de energía.

2.5.1 Aplicación de programación no lineal a la producción de hidroenergía

La optimización de hidroenergía es complicada porque su ecuación tiene un alto grado de no linealidad y no convexidad. Sin embargo, es posible formularla aproximadamente. Por ahora considérese una valor de K constante, para luego relajarla. El problema será:

$$\max E \quad (2.11)$$

sujeto a:

$$V_{t+1} = V_t + I_t - \text{EVAP}_t - a_t W - q_t \quad (2.12)$$

$$b_t E \leq K Q_t \bar{h}(V_t, V_{t+1}) \quad (2.13)$$

$$Q_t = a_t W + q_t$$

$$V_{\min} \leq V_{t+1} \leq V_{\max} ; V_1 \text{ dado} \quad (2.14)$$

$$Q_{\min} \leq Q_t \leq Q_{\max} \quad (2.15)$$

$$(t=1, \dots, T)$$

En este caso E representa la energía firme anual.

Para dar solución a este problema a través de aproximaciones sucesivas, se formulará un problema equivalente usando logaritmos:

$$\max \ln E \quad (2.16)$$

sujeto a:

$$V_{t+1} = V_t + I_t - \text{EVAP}_t - a_t W - q_t \quad (2.17)$$

$$\ln b_t + \ln E \leq \ln K + \ln Q_t + \ln \bar{h}(V_t, V_{t+1}) \quad (2.18)$$

$$Q_t = a_t W + q_t$$

$$V_{\min} \leq V_{t+1} \leq V_{\max} ; V_1 \text{ dado} \quad (2.19)$$

$$Q_{\min} \leq Q_t \leq Q_{\max} \quad (2.20)$$

$$(t=1, \dots, T)$$

Para este caso es necesario aproximar la carga promedio sobre las turbinas como:

$$\bar{h}(V_t, V_{t+1}) \approx h\left(\frac{V_t + V_{t+1}}{2}\right) \quad (2.21)$$

y si la función $h(V)$ es cóncava entre V_{\min} y V_{\max} el problema original no convexo ha sido transformado a convexo el cual puede ser resuelto por varios algoritmos de programación no lineal. La discusión de estos métodos escapan los límites de esta publicación. Sin embargo se presenta la programación dinámica en el Capítulo 5 como una técnica efectiva para resolver problemas dinámicos altamente no lineales.

2.6 Consideraciones Ecológicas y de Calidad de Agua

Es importante considerar la calidad del agua aliviada del embalse y su impacto en la vida ecológica en el canal natural y en los diversos otros usos aguas abajo. En el interior de los embalses existen diversas capas de agua de diferente densidad las cuales han sido creadas básicamente por la variación de temperatura. El epilimnion es la más superficial y la que conserva mayor cantidad de calor, excepto durante el invierno que puede ser la más fría. El metalimnion es el estrato intermedio que se caracteriza por los cambios rápidos de temperatura a manera que se incrementa la profundidad. El hipolimnion es la más baja en donde el agua es usualmente bastante fría y densa y tiene la menor concentración de oxígeno disuelto y, a la vez, la mayor concentración de sedimentos en suspensión.

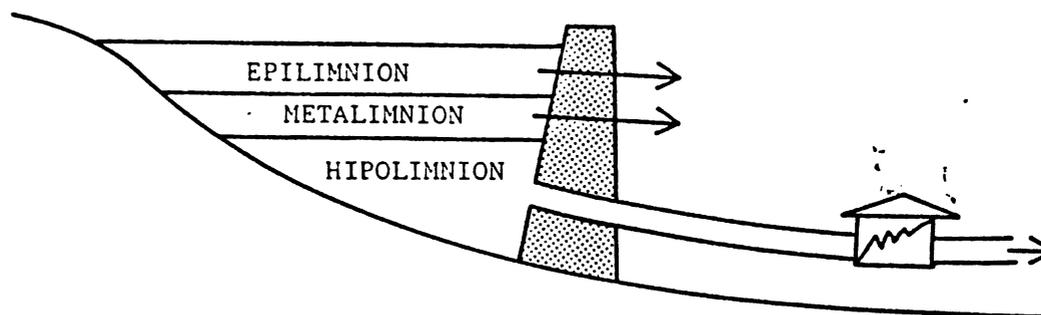


Figura 2.18. Estratos característicos en un embalse típico.

Estos tres niveles están bien definidos en los meses de verano donde predominan las temperaturas elevadas. Durante las otras estaciones el embalse es considerado prácticamente isotérmico.

Si la calidad de agua es una importante consideración en el estudio, es ventajoso colocar en la presa alguna estructura que permita descargarla a diferentes niveles de acuerdo a las características de su demanda, las cuales básicamente están relacionadas a la cantidad de oxígeno bioquímico, oxígeno disuelto, sedimentos en suspensión y temperaturas. Estas "ventanas" nos aseguran descargas, a través de las diferentes estaciones del año, con una cierta calidad para el mantenimiento ecológico aguas abajo del embalse y también dentro del mismo. En este capítulo vamos a asumir que el agua descargada al canal natural se realiza por medio de un vertedero en la parte superior de la presa o a través de las estructuras (a una elevación menor) que permiten el abastecimiento poblacional o de energía. Para mayores detalles de

óptimo control de calidad de agua en descargas de embalses, refiérase a Labadie, et al (1981), Fontane, et al (1981) y Loftis et al (1985).

2.7 Reglas Óptimas de Operación

Habiendo ya considerado individualmente el abastecimiento de agua poblacional, control de inundaciones y generación hidroeléctrica, se formulará la estructura general de modelamiento que permitirá encontrar las reglas óptimas de operación del embalse multipropósito.

De acuerdo a los estudios de planeamiento operacional nuestro objetivo es maximizar los beneficios totales de agua y energía firmes y del control de inundaciones. Un procedimiento para analizar los principales usos del embalse es el desarrollo de curvas de intercambio. Por ejemplo, el problema de optimización definido por las ecuaciones 2.11 - 2.15 puede ser resuelto asumiendo varios niveles discretos de W relacionado con el abastecimiento de agua confiable y V_{\max} y con el establecimiento del espacio libre para control de inundaciones. Diversas ejecuciones del programa de programación lineal darán curvas. Conforme V_{\max} es incrementado la habilidad del proyecto de abastecer agua y energía aumenta. El desarrollo de estas curvas no requieren ninguna suposición referente a los factores económicos. Luego de haber sido determinadas se podrá realizar el análisis económico en una forma más realista, ya que generalmente los precios de agua y energía son influenciados por su oferta confiable esperada. Con esto se han determinado los niveles de los beneficios máximos de W , E y V_{\max} para el proyecto, pudiendo ser incluidos otros secundarios.

Finalizados los acuerdos se procederá a la operación del embalse minimizando las violaciones de los objetivos del abastecimiento de agua y energía (establecidos durante el planeamiento operacional) y

maximizando el uso benéfico del embalse(s). A esto se le denomina operación en tiempo real. Por ejemplo, nuestro objetivo puede ser:

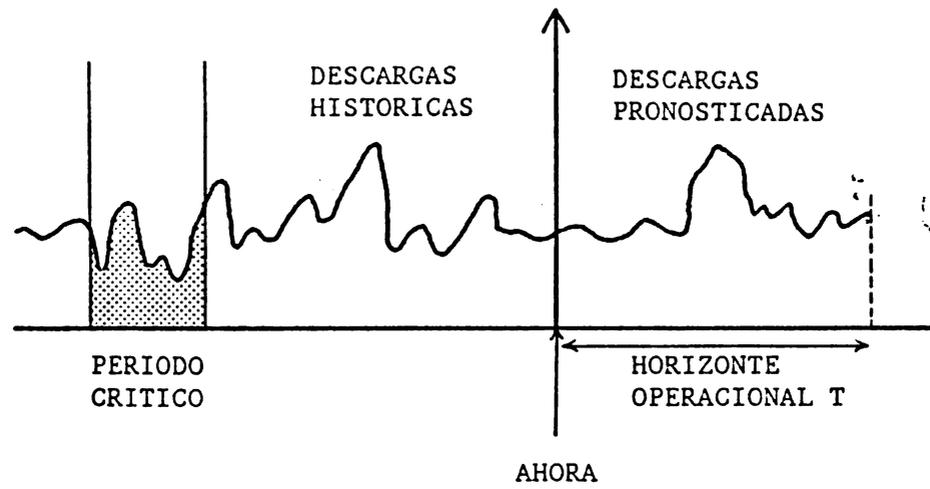
$$\begin{aligned} \text{Minimizar } \sum_{t=1}^T & [((a_t \cdot W^* - Q_t)^2, \text{ si } Q_t < a_t \cdot W^* \\ & 0, \text{ si } Q_t \geq a_t \cdot W^*) \mu_t \\ & + ((b_t \cdot E^* - E_t)^2, \text{ si } E_t < b_t \cdot E^* \\ & 0, \text{ si } E_t \geq b_t \cdot E^*) \nu_t] \end{aligned}$$

donde μ_t y ν_t son factores de peso

Existen muchas clases de términos penalizadores que pueden ser usados. Aquí es mostrado uno que es igual al cuadrado de la cantidad violada, (es cero si no existe déficit alguno). Pueden también incluirse beneficios en la venta de agua y energía no firme en la función objetivo. Notar que toda la ecuación es multiplicada por factores de peso con el objeto de establecer prioridad operacionales.

Como fue mencionado anteriormente, el problema de operación en tiempo real, a diferencia del planeamiento operacional, generalmente necesita ser resuelto en un reducido lapso de tiempo. Otra diferencia importante es que en vez de usar un periodo histórico crítico o flujos sintéticos generados, se hace un pronóstico de las descargas de avenida y de las condiciones climáticas en el horizonte operacional, que pueden ser varios días, una semana, un mes o un periodo mayor. Existen muchas técnicas de pronósticos disponibles como los modelos de series de tiempo de Box-Jenkins combinados con los modelos de predicción de escorrentías para cuencas hidrográficas. Estos pronósticos deben estar continuamente modificados y puestos al día con los nuevos datos recolectados.

Figura 2.19. Pronósticos de descargas en el horizonte operacional.



APENDICE 2.A

INTRODUCCION A LA PROGRAMACION LINEAL

2.A.1 Introducción

La idea básica de la programación lineal es la maximización o minimización de una función lineal sujeta a restricciones también lineales. Veamos el siguiente ejemplo. Se tiene dos cultivos, x_1 y x_2 , el primero tolera fuertemente la salinidad del agua de riego, el segundo no. Sus precios unitarios de mercado son 6 y 11, respectivamente (unidades arbitrarias). Se desea maximizar la producción combinada de ambos, de acuerdo a la siguiente función objetivo:

$$z = 6x_1 + 11x_2$$

Existen dos recursos de agua de riego: la subterránea, que para una unidad de producción requerirá 2 y 1 unidades de x_1 y x_2 , respectivamente; y la superficial que análogamente necesitará 1 y 2 unidades de x_1 y x_2 . Existe disponible 104 y 76 unidades de agua subterránea y superficial respectivamente. Poniendo estas restricciones en forma de inecuaciones se tiene:

$$2x_1 + x_2 \leq 104 \quad \text{agua subterránea}$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 76 \quad \text{agua superficial}$$

Es obvio que no se desea ni se puede producir cantidades negativas de x_1 y x_2 , por lo que aparecen las condiciones de no negatividad:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Es deseable mantener a una variable en particular (x_i), libre de la restricción de no negatividad. Esto se logra haciendo: $x_i = u_i - w_i$ donde u_i y w_i son no negativos. Si la solución final será $u_i \cdot w_i = 0$, el valor absoluto, $|x_i|$, puede ser representado, en este caso, como $u_i + w_i$ para un objetivo de minimización.

2.A.2 Solución Gráfica

El objetivo de la programación lineal es hallar un conjunto de valores para las incógnitas x_1 y x_2 que maximicen (o minimicen) la forma lineal de la función objetivo.

$$\text{maximizar } z = 6x_1 + 11x_2$$

$$\text{o minimizar } z' = -6x_1 - 11x_2$$

$$\text{sujeto a: } 2x_1 + x_2 \leq 104$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 76$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

A continuación se grafican las restricciones en el plano x_1 y x_2 . La Figura 2.A.1 representa todos los puntos (la región factible) que satisfacen la inecuación $2x_1 + x_2 \leq 104$ (área sombreada) y la inecuación $x_1 + 2x_2 \leq 76$.

También se podrán fácilmente conocer las coordenadas en las intersecciones (Figura 2.A.2).

Como se necesita maximizar la función objetivo se deben eliminar aquellos puntos que, aún siendo factibles, no son óptimos. Por ejemplo, el punto P_1 donde $x_1 = 2$ y $x_2 = 5$ (Figura A.2.3). Si se substituyen estos valores en la función objetivo el valor de $z = 67$. Con el punto

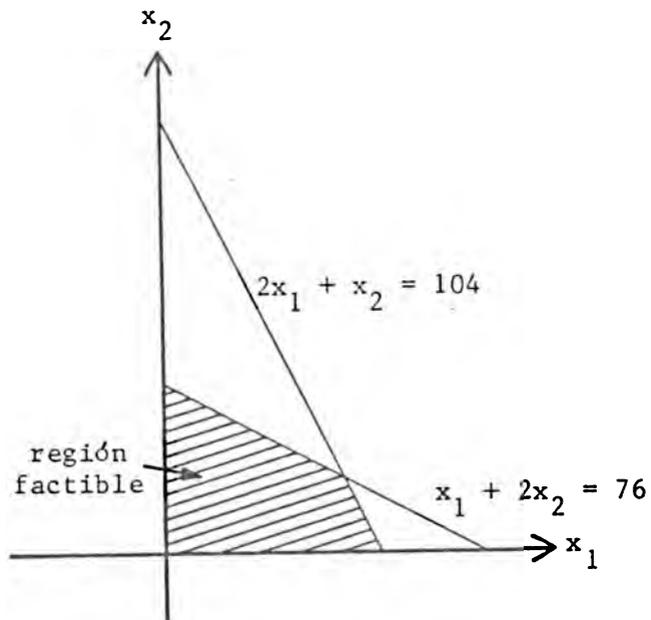


Figura 2.A.1. Región factible para el ejemplo actual.

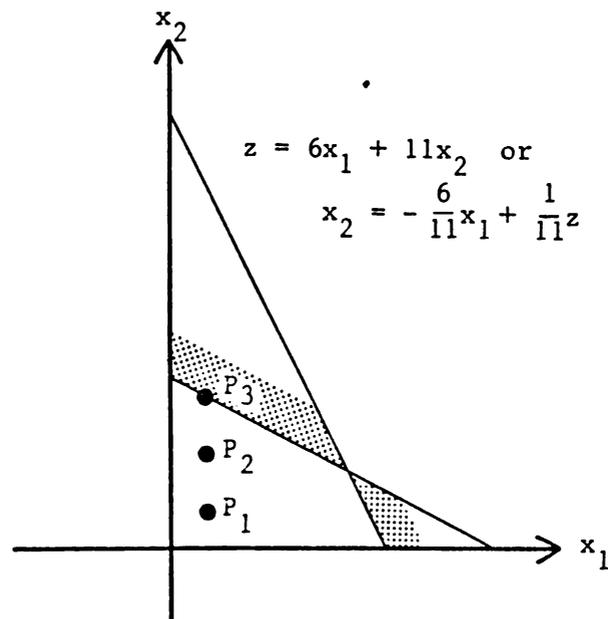


Figura 2.A.2. Coordenadas de los puntos en las intersecciones de las restricciones.

P_2 (2,10) $z = 122$. Notar que entre estos dos puntos se ha mantenido constante el valor de x_1 y sólo x_2 se ha incrementado. Si se escoge el punto P_3 (2,37), que tiene el mayor valor de x_2 factible, $z = 419$.

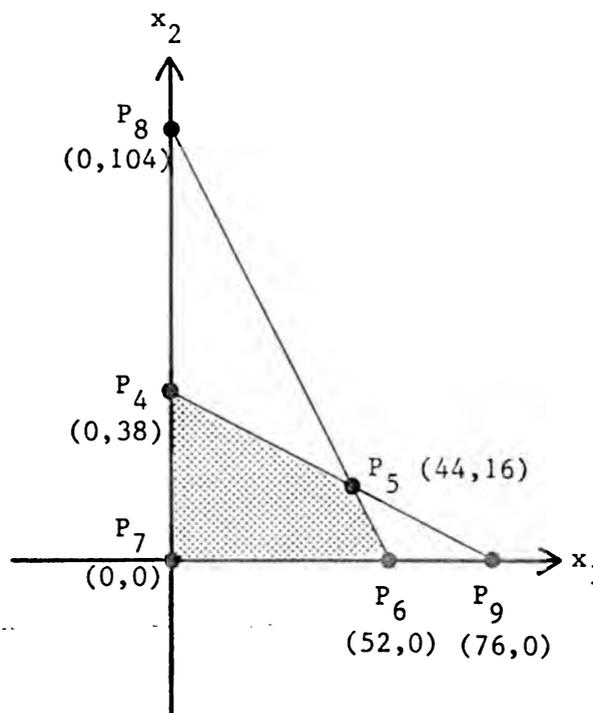


Figura 2.A.3. Ubicación de los puntos P_1 , P_2 y P_3 .

Ahora veamos el efecto de desplazarnos en las líneas límites. En el punto P_4 , $z = 418$ mientras que en P_5 , $z = 440$. La Tabla 2.A.1 muestra los valores de z para las cuatro esquinas, en el área factible (P_4 , P_5 , P_6 y P_7) en la cual se tendrá que escoger el máximo valor.

Tabla 2.A.1. Valor de z para cada punto de las esquinas del área factible.

Punto factible	Valor correspondiente a $6x_1 + 11x_2$
(0,0)	\$ 0
(0,38)	418
(52,0)	312
(44,16)	440

Los puntos $P_8 = (0,104)$ y $P_9 = (76,0)$ no son factibles pues violan una u otra restricción.

Resumiendo se puede afirmar que la programación lineal es un algoritmo matemático, donde la función objetivo y restricciones son lineales y, además, estas últimas (pueden ser inecuaciones o ecuaciones) definen el conjunto de puntos factibles o valores que maximizan o minimizan la función objetivo. Como regla práctica, notar que los soluciones óptimas solo ocurren en los esquinas de la región factible, por lo tanto podemos ignorar el resto de puntos.

2.A.3. El Problema General de Programación Lineal

El problema general de programación lineal tiene como meta encontrar la solución a una función objetivo lineal multivariada como la siguiente:

$$\text{minimizar } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2.A.1)$$

donde c es el "vector de costo" $[c_1, c_2, \dots, c_n]$ $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = z$

Además contiene restricciones lineales en donde a_{ij} , b_i y c_j son números reales fijos y, x_i son también reales pero han de ser estimados. Estas funciones pueden ser ecuaciones o inecuaciones.

$$\begin{array}{l}
 \text{sujeto a:} \quad a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\
 \quad \quad \quad a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2 \\
 \quad \quad \quad \cdot \\
 \quad \quad \quad \cdot \\
 \quad \quad \quad \cdot \\
 \quad \quad \quad a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \leq b_m
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{sujeto a:} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array}} \right\} (2.A.2)$$

$$\text{y:} \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.A.3)$$

También estas restricciones pueden ser expresadas en forma matricial:

$$\text{Matriz A:} \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\text{Vector de la mano derecha b:} \quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Para resolver un problema de programación lineal es generalmente conveniente transformar las inecuaciones en ecuaciones (forma estandar) incorporando algunas variables de holgura positivas y_i

$$\text{minimizar} \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n + 0y_1 + 0y_2 + \dots \quad (2.A.4)$$

$$\begin{array}{l}
 \text{sujeto a:} \quad a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n + y_1 \quad = b_1 \\
 \quad \quad \quad a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \quad + y_2 \quad = b_2 \\
 \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \\
 \quad \quad \quad a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \quad + y_m \quad = b_m
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{sujeto a:} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array}} \right\} (2.A.5)$$

$$\text{y:} \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.A.6)$$

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, \dots, y_m \geq 0 \quad (2.A.7)$$

Si existen inecuaciones del tipo mayor o igual que (\geq) se podrán convertir en ecuaciones a través de las variables de "exceso."

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i \quad (2.A.8)$$

es equivalente a

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n - y_i = b_i \quad (2.A.9)$$

$$\text{con } y_i \geq 0 \quad (i=1, \dots, m) \quad (2.A.10)$$

Resumiendo se puede decir que cualquier grupo de inecuaciones lineales puede ser convertida a la forma estandar multiplicándolas por -1, o agregando variables flojas o de exceso.

FORMA ESTANDAR

$$\text{minimizar } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2.A.11)$$

$$\begin{aligned} \text{sujeto a: } & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{aligned} \quad (2.A.12)$$

$$\text{y: } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.A.13)$$

Esta formulación facilita su solución por el conocido método simplex. Para resolver este problema lo dividiremos en dos fases: en la fase I se encontrará los bases factibles iniciales; en la II se ubicarán puntos extremos hasta encontrar el óptimo. Para la fase I simplemente se ponen variables artificiales $v_i \geq 0$ para cada ecuación considerándolas en la base. La función objetivo es simplemente

minimizar $\sum v_i$ hasta que todas sean cero. Luego se inicia la fase II con la función objetivo original cx .

Definamos primero que significa bases. En la forma estándar se tiene n variables de decisión x pero con solo m ecuaciones lineales. Si se escoge $(n-m)$ variables de decisión y las hacemos iguales a constantes arbitrarias (pueden ser cero, por ejemplo) se pueden resolver para las m variables suponiendo m ecuaciones independientes con m incógnitas. La matriz de coeficientes asociadas con las m variables se denomina base y , las variables son denominadas básicas. Las $(n-m)$ variables son denominadas no básicas. El conjunto de variables básicas es denominada solución básica. Como pueden ser escogidas cualquier grupo de m variables las combinaciones de las posibles soluciones básicas son:

$$\frac{n!}{(n-m)!m!} = \binom{n}{m} = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!}$$

Usando los conceptos presentados en el capítulo 1, las variables básicas son dependientes x en el modelo, mientras que las no básicas son las controlables independientes u . El proceso de optimización decide cual de ellas debe ser cambiadas por x o u en cada iteración. En la programación lineal, las variables solo son designados por x .

Cualquier solución básica que también satisface las restricciones de no negatividad es llamada solución básica factible. Nuevas soluciones básicas son encontradas sistemáticamente eliminando una variable básica de la antigua base por una variable no básica, que viene a ser básica desde ese momento.

2.A.4 Solución del Ejercicio

Retomemos el problema de los cultivos asumiendo que se han incorporado las variables falsas y se ha convertido en minimización la función objetivo (multiplicado por -1 a la original).

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & z = -6x_1 - 11x_2 \\ \text{sujeto a:} \quad & 2x_1 + x_2 + y_1 = 104 \\ & x_1 + 2x_2 + y_2 = 76 \\ \text{y:} \quad & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

La notación vectorial a usar ayuda a formular los problemas de programación lineal dejando la matricial para casos más complejos. Por lo tanto la forma vectorial de la formulación estandar es:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & cx \\ \text{sujeto a:} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Consideremos a $x_B = (y_1, y_2)$ y $x_N = (x_1, x_2)$ como la solución factible básica inicial y variables no básicas, respectivamente. Comencemos asumiendo $x_N = 0$. Reescribiendo la función objetivo se tiene:

$$\begin{aligned} z &= -6x_1 - 11x_2 = 0 \\ y_1 &= -2x_1 - x_2 + 104 \\ y_2 &= -x_1 - 2x_2 + 76 \end{aligned}$$

El valor inicial es $z=0$. Al tomar las derivadas de z con respecto a x_1 y x_2 , x_2 va a la base (nueva variable básica) ya que z decrete a una tasa mayor ($\frac{\partial z}{\partial x_2} = -11$). Se llama esta etapa "evaluando el precio." Por lo tanto se deberá incrementar x_2 lo mayor posible, dentro de los límites establecidos. Si x_1 permanece con valor 0, x_2 puede llegar

hasta el valor de 38 o 104, antes que y_2 o y_1 se vuelvan negativos, respectivamente. Si $x_1 = 0$, entonces:

$$y_1 = -x_2 + 104$$

$$y_2 = -2x_2 + 76$$

Esto quiere decir que estamos en el punto extremo P_4 donde $x_1 = 0$ y $x_2 = 38$ en la solución gráfica.

Se necesita ahora de una técnica que seleccione una variable que salga de la base. Este procedimiento es la base fundamental del método simplex. Las variables que salen de la base se deciden de acuerdo a un examen de radios. Si se desea ingresar x_2 a la base deberá salir o y_1 , o y_2 . Hasta el momento las ecuaciones de variables básicas en función de las variable que ingresan a la base son:

$$y_1 = 104 - x_2 = b_1 - a_{12}x_2$$

$$y_2 = 76 - 2x_2 = b_2 - a_{22}x_2$$

Haciendo el "examen de radios" se obtiene:

$$x_2 \leq \frac{b_1}{a_{12}} = 104$$

$$x_2 \leq \frac{b_2}{a_{22}} = \frac{76}{2} = 38$$

De éstas se desprende que x_2 no puede ser mayor que 38 sin convertir a una de las y en negativas. En otras palabras el radio menor obliga a extraer a y_2 de la base.

Por lo tanto se incrementará a lo máximo x_2 , de tal forma de convertir a z en el mayor número negativo.

La nueva base es $x_B = (y_1, x_2)$. A este cambio de bases se le denomina "pivotar" y es equivalente a moverse de un punto extremo a otro en el método gráfico.

A continuación se deberá poner a z en función de los variables no básicas y_2 y x_1 ; y, así conocer cual de éstas pone a z en su máximo valor negativo.

$$z = -6x_1 - 11x_2$$

$$z = -6x_1 - 11(38 - 1/2x_1 - 1/2y_2)$$

$$z = -1/2 x_1 + 11/2 y_2 - 418$$

Las derivadas señalan que z decrece más rápido cuando se deriva respecto a x_1 que y_2 (en esta última se incrementa):

$$\frac{dz}{dx_1} = -1/2$$

$$\frac{dz}{dy_2} = 11/2$$

También se tendrá que poner las ecuaciones en función de la nueva variable básica x_1 .

$$x_2 = 38 - 1/2 x_1 - 1/2 y_2$$

$$y_1 = 104 - 2x_1 - x_2$$

Como nuevamente las variables no básicas, se hacen igual a cero éstas ecuaciones quedan como:

$$x_2 = 38 - 1/2 x_1 - 1/2 y_2$$

$$y_1 = 66 - 3/2 x_1 + 1/2 y_2$$

El examen de rangos revela que y_1 y y_2 serán negativas si $x_1 > 44$ y $x_1 > 76$, respectivamente. La variable que sale de la base será entonces y_1 (menor radio).

Las nuevas variables básicas son (x_1, x_2) :

$$2/3 y_1 - 1/3 y_2 + x_1 = 44$$

$$-1/3 y_1 + 2/3 y_2 + x_2 = 16$$

$$o: x_1 = 44 - 2/3 y_1 + 1/3 y_2$$

$$x_2 = 16 + 1/3 y_1 - 2/3 y_2$$

y modificando la función objetivo z :

$$z = 1/3 y_1 + 16/3 y_2 - 440$$

Como todos los coeficientes de z son positivos no se puede lograr mejora alguna, alcanzándose el óptimo con valores de $x_1^* = 44$, $x_2^* = 16$ y $z^* = 440$ (el símbolo $*$ indica óptimo). Note que estos resultados concuerdan con los obtenidos graficamente.

2.A.5 Dualidad y Análisis de Sensibilidad

Un aspecto importante en la solución de ejercicios de programación lineal es via el problema dual. Si se tiene el problema "primal":

minimizar cx

$$\text{sujeto a : } Ax \geq b$$

$$x \geq 0$$

tiene una formulación dual como:

maximizar

$$b^T \lambda^T$$

$$\text{sujeto a: } A^T \lambda^T \leq c^T$$

$$\lambda \geq 0$$

donde A^T es la transpuesta de la matriz A .

Se ha demostrado que en el óptimo :

$$cx^* = \lambda^* b$$

Las λ son denominadas variables duales, precios sombra o costos de oportunidad. Por definición:

$$\frac{\partial z}{\partial b_i} = \lambda_i, \quad i=1, \dots, m$$

En el ejercicio anterior, se observa que el problema de PL está en la forma dual. Como el dual del dual viene a ser la primal, se tiene:

Tabla 2.A.1. Valor de z para cada punto de las esquinas del área factible.

Punto factible	Valor correspondiente a $6x_1 + 11x_2$
(0,0)	\$ 0
(0,38)	418
(52,0)	312
(44,16)	440

Los puntos $P_8 = (0,104)$ y $P_9 = (76,0)$ no son factibles pues violan una u otra restricción.

Resumiendo se puede afirmar que la programación lineal es un algoritmo matemático, donde la función objetivo y restricciones son lineales y, además, estas últimas (pueden ser inecuaciones o ecuaciones) definen el conjunto de puntos factibles o valores que maximizan o minimizan la función objetivo. Como regla práctica, notar que los soluciones óptimas solo ocurren en los esquinas de la región factible, por lo tanto podemos ignorar el resto de puntos.

2.A.3. El Problema General de Programación Lineal

El problema general de programación lineal tiene como meta encontrar la solución a una función objetivo lineal multivariada como la siguiente:

$$\text{minimizar } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2.A.1)$$

donde c es el "vector de costo" $[c_1, c_2, \dots, c_n]$ $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = z$

Además contiene restricciones lineales en donde a_{ij} , b_i y c_j son números reales fijos y, x_i son también reales pero han de ser estimados. Estas funciones pueden ser ecuaciones o inecuaciones.

$$\begin{array}{l}
 \text{sujeto a:} \\
 a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\
 a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \leq b_m
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{sujeto a:} \\ a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \leq b_m \end{array}} \right\} (2.A.2)$$

$$\text{y: } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.A.3)$$

También estas restricciones pueden ser expresadas en forma matricial:

$$\text{Matriz A: } \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\text{Vector de la mano derecha b: } \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Para resolver un problema de programación lineal es generalmente conveniente transformar las inecuaciones en ecuaciones (forma estandar) incorporando algunas variables de holgura positivas y_i

$$\text{minimizar } c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n + 0y_1 + 0y_2 + \dots \quad (2.A.4)$$

$$\begin{array}{l}
 \text{sujeto a: } a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n + y_1 \\
 a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n + y_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n + y_m
 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} - b_1 \\ - b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ - b_m \end{array} \right\} (2.A.5)$$

$$\text{y: } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.A.6)$$

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, \dots, y_m \geq 0 \quad (2.A.7)$$

Si existen inecuaciones del tipo mayor o igual que (\geq) se podrán convertir en ecuaciones a través de las variables de "exceso."

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i \quad (2.A.8)$$

es equivalente a

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n - y_i = b_i \quad (2.A.9)$$

$$\text{con } y_i \geq 0 \quad (i=1, \dots, m) \quad (2.A.10)$$

Resumiendo se puede decir que cualquier grupo de inecuaciones lineales puede ser convertida a la forma estandar multiplicándolas por -1, o agregando variables flojas o de exceso.

FORMA ESTANDAR

$$\text{minimizar } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2.A.11)$$

$$\begin{aligned} \text{sujeto a: } & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{aligned} \quad (2.A.12)$$

$$\text{y: } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.A.13)$$

Esta formulación facilita su solución por el conocido método simplex. Para resolver este problema lo dividiremos en dos fases: en la fase I se encontrará los bases factibles iniciales; en la II se ubicarán puntos extremos hasta encontrar el óptimo. Para la fase I simplemente se ponen variables artificiales $v_i \geq 0$ para cada ecuación considerándolas en la base. La función objetivo es simplemente

minimizar \sum_i hasta que todas sean cero. Luego se inicia la fase II con la función objetivo original cx .

Definamos primero que significa bases. En la forma estandar se tiene n variables de decisión x pero con solo m ecuaciones lineales. Si se escoje $(n-m)$ variables de decisión y las hacemos iguales a constantes arbitrarias (pueden ser cero, por ejemplo) se pueden resolver para las m variables suponiendo m ecuaciones independientes con m incógnitas. La matriz de coeficientes asociadas con las m variables se denomina base y , las variables son denominadas básicas. Las $(n-m)$ variables son denominadas no básicas. El conjunto de variables básicas es denominada solución básica. Como pueden ser escogidas cualquier grupo de m variables las combinaciones de las posibles soluciones básicas son:

$$\frac{n!}{(n-m)!m!} = \binom{n}{m} = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!}$$

Usando los conceptos presentados en el capítulo 1, las variables básicas son dependientes x en el modelo, mientras que las no básicas son las controlables independientes u . El proceso de optimización decide cual de ellas debe ser cambiados por x o u en cada iteración. En la programación lineal, las variables solo son designados por x .

Cualquier solución básica que también satisface las restricciones de no negatividad es llamada solución básica factible. Nuevas soluciones básicas son encontradas sistemáticamente eliminando una variable básica de la antigua base por una variable no básica, que viene a ser básica desde ese momento.

2.A.4 Solución del Ejercicio

Retomemos el problema de los cultivos asumiendo que se han incorporado las variables falsas y se ha convertido en minimización la función objetivo (multiplicado por -1 a la original).

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & z = -6x_1 - 11x_2 \\ \text{sujeto a:} \quad & 2x_1 + x_2 + y_1 = 104 \\ & x_1 + 2x_2 + y_2 = 76 \\ \text{y:} \quad & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

La notación vectorial a usar ayuda a formular los problemas de programación lineal dejando la matricial para casos más complejos. Por lo tanto la forma vectorial de la formulación estándar es:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & cx \\ \text{sujeto a:} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Consideremos a $x_B = (y_1, y_2)$ y $x_N = (x_1, x_2)$ como la solución factible básica inicial y variables no básicas, respectivamente. Comencemos asumiendo $x_N = 0$. Reescribiendo la función objetivo se tiene:

$$\begin{aligned} z &= -6x_1 - 11x_2 = 0 \\ y_1 &= -2x_1 - x_2 + 104 \\ y_2 &= -x_1 - 2x_2 + 76 \end{aligned}$$

El valor inicial es $z=0$. Al tomar las derivadas de z con respecto a x_1 y x_2 , x_2 va a la base (nueva variable básica) ya que z decrece a una tasa mayor ($\frac{\partial z}{\partial x_2} = -11$). Se llama esta etapa "evaluando el precio." Por lo tanto se deberá incrementar x_2 lo mayor posible, dentro de los límites establecidos. Si x_1 permanece con valor 0, x_2 puede llegar

hasta el valor de 38 o 104, antes que y_2 o y_1 se vuelvan negativos, respectivamente. Si $x_1 = 0$, entonces:

$$y_1 = -x_2 + 104$$

$$y_2 = -2x_2 + 76$$

Esto quiere decir que estamos en el punto extremo P_4 donde $x_1 = 0$ y $x_2 = 38$ en la solución gráfica.

Se necesita ahora de una técnica que seleccione una variable que salga de la base. Este procedimiento es la base fundamental del método simplex. Las variables que salen de la base se deciden de acuerdo a un examen de radios. Si se desea ingresar x_2 a la base deberá salir o y_1 , o y_2 . Hasta el momento las ecuaciones de variables básicas en función de las variable que ingresan a la base son:

$$y_1 = 104 - x_2 = b_1 - a_{12}x_2$$

$$y_2 = 76 - 2x_2 = b_2 - a_{22}x_2$$

Haciendo el "examen de radios" se obtiene:

$$x_2 \leq \frac{b_1}{a_{12}} = 104$$

$$x_2 \leq \frac{b_2}{a_{22}} = \frac{76}{2} = 38$$

De éstas se desprende que x_2 no puede ser mayor que 38 sin convertir a una de las y en negativas. En otras palabras el radio menor obliga a extraer a y_2 de la base.

Por lo tanto se incrementará a lo máximo x_2 , de tal forma de convertir a z en el mayor número negativo.

La nueva base es $x_B = (y_1, x_2)$. A este cambio de bases se le denomina "pivotear" y es equivalente a moverse de un punto extremo a otro en el método gráfico.

A continuación se deberá poner a z en función de los variables no básicas y_2 y x_1 ; y, así conocer cual de éstas pone a z en su máximo valor negativo.

$$z = -6x_1 - 11x_2$$

$$z = -6x_1 - 11(38 - 1/2x_1 - 1/2y_2)$$

$$z = -1/2 x_1 + 11/2 y_2 - 418$$

Las derivadas señalan que z decrece más rápido cuando se deriva respecto a x_1 que y_2 (en esta última se incrementa):

$$\frac{dz}{dx_1} = -1/2$$

$$\frac{dz}{dy_2} = 11/2$$

También se tendrá que poner las ecuaciones en función de la nueva variable básica x_1 .

$$x_2 = 38 - 1/2 x_1 - 1/2 y_2$$

$$y_1 = -104 - 2x_1 - x_2$$

Como nuevamente las variables no básicas, se hacen igual a cero éstas ecuaciones quedan como:

$$x_2 = 38 - 1/2 x_1 - 1/2 y_2$$

$$y_1 = 66 - 3/2 x_1 + 1/2 y_2$$

El examen de radios revela que y_1 y y_2 serán negativas si $x_1 > 44$ y $x_1 > 76$, respectivamente. La variable que sale de la base será entonces y_1 (menor radio).

Las nuevas variables básicas son (x_1, x_2) :

$$2/3 y_1 - 1/3 y_2 + x_1 = 44$$

$$-1/3 y_1 + 2/3 y_2 + x_2 = 16$$

$$\text{o: } x_1 = 44 - 2/3 y_1 + 1/3 y_2$$

$$x_2 = 16 + 1/3 y_1 - 2/3 y_2$$

y modificando la función objetivo z :

$$z = 1/3 y_1 + 16/3 y_2 - 440$$

Como todos los coeficientes de z son positivos no se puede lograr mejora alguna, alcanzándose el óptimo con valores de $x_1^* = 44$, $x_2^* = 16$ y $z^* = 440$ (el símbolo $*$ indica óptimo). Note que estos resultados concuerdan con los obtenidos graficamente.

2.A.5 Dualidad y Análisis de Sensibilidad

Un aspecto importante en la solución de ejercicios de programación lineal es vía el problema dual. Si se tiene el problema "primal":

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } cx \\ \text{sujeto a :} & \quad Ax \geq b \\ & \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

tiene una formulación dual como:

$$\begin{aligned} & \text{maximizar} \\ & \quad b^T \lambda \\ \text{sujeto a:} & \quad A^T \lambda \leq c^T \\ & \quad \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

donde A^T es la transpuesta de la matriz A .

Se ha demostrado que en el óptimo :

$$cx^* = \lambda^* b$$

Las λ son denominadas variables duales, precios sombra o costos de oportunidad. Por definición:

$$\frac{\partial z}{\partial b_i} = \lambda_i, \quad i=1, \dots, m$$

En el ejercicio anterior, se observa que el problema de PL está en la forma dual. Como el dual del dual viene ha ser la primal, se tiene:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } 104\lambda_1 + 76\lambda_2 \\ \text{sujeto a: } & 2\lambda_1 + \lambda_2 \geq 6 \\ & \lambda_1 + 2\lambda_2 \geq 11 ; \text{ con } \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

De acuerdo a la teoría de dualidad, se obtiene las condiciones de holgura complementaria para una solución óptima (Bazaraa and Jarvis, 1977):

$$\begin{aligned} \text{Si } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j^* > b_i & \text{ entonces } \lambda_i^* = 0 \\ \text{Si } \sum_{i=1}^m a_{ij}\lambda_i^* < c_j & \text{ entonces } x_j^* = 0 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \text{Si } \lambda_i^* > 0 & \text{ entonces } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j^* = b_i \\ \text{Si } x_j^* > 0 & \text{ entonces } \sum_{i=1}^m a_{ij}\lambda_i^* = c_j \end{aligned}$$

Como $x_1^* = 44 > 0$ y $x_2^* = 16 > 0$, entonces

$$\begin{aligned} 2\lambda_1^* + \lambda_2^* &= 6 \\ \lambda_1^* + 2\lambda_2^* &= 11 \end{aligned}$$

Resolviendo simultaneamente, se tiene $\lambda_1^* = 1/3$ y $\lambda_2^* = 16/3$.

Estas λ_i hacen un análisis de sensibilidad respecto a la función objetivo, para diversos valores de b_i . Inclusive nos dicen hasta cuanto se puede variar b_i (manteniendo constante las otras variables) sin modificar las bases originales. Estos conceptos son desarrollados en el siguiente acápite mediante el programa NICELP.

2.A.6 Uso del Programa NICELP

El programa NICELP, escrito en lenguaje BASIC, ha sido implementado en la IBM PC o microcomputadores compatibles. Con fines de ilustración se resolverá el problema numérico anterior via este método.

Con este programa se puede usar y editar datos anteriores o incorporar nuevos. Existen dos formas de ingresarlos: (1) los coeficientes c_j , a_{ij} y b_i , incluyendo sus valores cero, o (2) sólo los valores diferentes de cero. Para el ejemplo a seguir se usará esta última alternativa. Si se cometen errores, tomar nota del mismo y proseguir con los restantes, luego habrá oportunidad de corregirlos.

Observar que la solución obtenida anteriormente coincide con los resultados del programa. Los costos de oportunidad son las variables duales discutidas anteriormente y corresponden a los coeficientes de la función objetivo en la última iteración del método simplex. Para la variables no básicas falsas y de exceso, estos coeficientes corresponden a los de los duales.

El término de la mano derecha, b , puede variar entre 38 y 152 pero x_1 y x_2 seguirán siendo variables básicas óptimas. Notar que la restricción 2 es la más sensitiva. Si se incrementa la disponibilidad de agua superficial hasta 208, los beneficios se incrementarán hasta 1144.

Después de la obtención de los resultados, NICELP da la oportunidad de almacenarlos en un archivo, para lo que se tendrá que especificar el nombre del mismo y su ubicación en la lectora de disquettes (por ejemplo, B:EJEMPLO.DAT). Si se desea se puede ejecutar nuevamente el programa o modificar los datos.

Como una ilustración del concepto de dualidad, ingresemos la dual de este ejemplo en NICELP. Notar que nuestro problema óptimo de minimización está en esta forma, por lo que se está realmente tomando la dual de la dual. Ahora los costos son las b_i del problema original (denominada primal) y los valores de la mano derecha son los c_j . Porque

A^T es usada en la dual, se ingresará a_{ij} por columnas. Se utilizará la opción de entradas no negativas (NICELP), explicada anteriormente.

Observar que el óptimo valor numerico de la dual es el mismo y las variables de decisión resultantes corresponden a las duales de la primal y viceversa.

basica a:nicelp

NICELP: LINEAR PROGRAMMING CODE
IEMS DEPARTMENT
UNIVERSITY OF CENTRAL FLORIDA
REVISED BY J. LABADIE, COLORADO STATE UNIVERSITY

IF ENTERING DATA FROM DISK FILE, ENTER 1.
IF ENTERING NEW DATA, ENTER 0.
? 0

THIS PROGRAM MAY BE USED TO MAXIMIZE (ENTER 1),
OR TO MINIMIZE (ENTER -1).?
1

WHAT IS THE TOTAL NO. OF DECISION VARIABLES? 2

ENTER THE NO. OF \leq CONSTRAINTS.? 2
ENTER THE NO. OF $=$ CONSTRAINTS.? 0
ENTER THE NO. OF \geq CONSTRAINTS.? 0

ALL COEFFICIENTS HAVE BEEN INITIALIZED AT ZERO.
WOULD YOU PREFER TO ENTER ONLY NONZERO DATA?(1 for YES;0 for NO)
? 0

ENTER THE COEFFICIENTS OF THE OBJECTIVE FUNCTION,
ONE AT A TIME.
IF VARIABLE IS NOT IN OBJECTIVE FUNCTION,
ENTER 0 FOR COEFFICIENT.
COEFFICIENT 1 =? 6
COEFFICIENT 2 =? 11

ENTER ALL <=, THEN ALL =, THEN ALL >= CONSTRAINTS.
 ALL ARRAYS HAVE BEEN INITIALIZED AT ZERO.
 WOULD YOU PREFER TO ENTER ONLY NONZERO DATA?(1 for YES;0 for NO)
 ? 0

ENTER <= CONSTRAINTS - ONE COEFFICIENT AT A TIME.

INPUT FOR CONSTRAINT NO. 1
 COEFFICIENT VARIABLE 1 =? 2
 COEFFICIENT VARIABLE 2 =? 1
 RHS CONSTRAINT NO. 1 = ? 104

INPUT FOR CONSTRAINT NO. 2
 COEFFICIENT VARIABLE 1 =?

1
 COEFFICIENT VARIABLE 2 =? 2
 RHS CONSTRAINT NO. 2 = ? 76

WOULD YOU LIKE TO CORRECT ANY OF THE DATA YOU HAVE ENTERED?
 (1 FOR YES, 0 FOR NO? 0

ONE MOMENT PLEASE!

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE	VALUE	OPPORTUNITY COST
1	DECISION	44	0
2	DECISION	16	0
3	SLACK CONSTRAINT 1	0	.3333334
4	SLACK CONSTRAINT 2	0	5.333334

PRESS ENTER TO CONTINUE
 ?

MAXIMUM OBJECTIVE VALUE= 440
 PRESS ENTER TO CONTINUE
 ?

	RANGE OF CONSTRAINING VALUES		
	LOWER	PRESENT	UPPER
CONSTRAINT 1	38	104	152
OBJECTIVE VALUE	418	440	456
CONSTRAINT 2	52	76	208
OBJECTIVE VALUE	312	440	1144

ENTER 1 TO RERUN, 0 TO END.
 ? 0

IF ENTERING DATA FROM DISK FILE, ENTER 1.
IF ENTERING NEW DATA, ENTER 0.
? 0

THIS PROGRAM MAY BE USED TO MAXIMIZE (ENTER 1),
OR TO MINIMIZE (ENTER -1).? -1

WHAT IS THE TOTAL NO. OF DECISION VARIABLES? 2

ENTER THE NO. OF \leq CONSTRAINTS.? 0
ENTER THE NO. OF $=$ CONSTRAINTS.? 0
ENTER THE NO. OF \geq CONSTRAINTS.? 2

ALL COEFFICIENTS HAVE BEEN INITIALIZED AT ZERO.
WOULD YOU PREFER TO ENTER ONLY NONZERO DATA?(1 for YES;0 for NO)
?

1

IN THE FOLLOWING LISTING (X1) DENOTES DECISION
VARIABLE #1, (X2) DEC. VAR. #2, ETC.
PRESS ENTER TO CONTINUE
?

INPUT NONZERO OBJECTIVE FUNCTION COEFFICIENTS

ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT:
(ENTER 0 IF FINISHED):? 1
ENTER COEFFICIENT VALUE:? 104

ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT:
(ENTER 0 IF FINISHED):? 2
ENTER COEFFICIENT VALUE:? 76

ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT:
(ENTER 0 IF FINISHED):? 0

ENTER NONZERO COEFFICIENTS FOR CONSTRAINTS
 FIRST ALL <= THEN ALL = AND THEN ALL >= CCNSTRANTS

CONSTRAINT 1 ;
 ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT
 (NEGATIVE NO. TO ENTER RHS; 0 IF FINISHED):?

ENTER COEFFICIENT VALUE.? 2

CONSTRAINT 1 ;
 ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT
 (NEGATIVE NO. TO ENTER RHS; 0 IF FINISHED):? 2
 ENTER COEFFICIENT VALUE.? 1

CONSTRAINT 1 ;
 ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT
 (NEGATIVE NO. TO ENTER RHS; 0 IF FINISHED):? -1
 RHS= ? 6

CONSTRAINT 1 ;
 ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT
 (NEGATIVE NO. TO ENTER RHS; 0 IF FINISHED):? 0

CONSTRAINT 2 ;
 ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT
 (NEGATIVE NO. TO ENTER RHS; 0 IF FINISHED):? 1
 ENTER COEFFICIENT VALUE.? 1

CONSTRAINT 2 ;
 ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT
 (NEGATIVE NO. TO ENTER RHS; 0 IF FINISHED):? 2
 ENTER COEFFICIENT VALUE.? 2

CONSTRAINT 2 ;
 ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT
 (NEGATIVE NO. TO ENTER RHS; 0 IF FINISHED):? -1
 RHS= ? 11

CONSTRAINT 2 ;
 ENTER NO. OF A VARIABLE WITH NONZERO COEFFICIENT
 (NEGATIVE NO. TO ENTER RHS; 0 IF FINISHED):? 0

CAPITULO 3
OPTIMIZACION DE SISTEMAS DE RIEGO POR MEDIO DE
PROGRAMACION LINEAL Y ENTERA

3.1 Introducción

El capítulo anterior se centró básicamente en la optimización del abastecimiento de agua y energía, sujeto a restricciones del control de inundaciones, para un mejor planeamiento y control en tiempo real. La irrigación es una actividad que también está contemplada en el enfoque integral de sistemas de recursos de agua ya que hace uso intensivo del agua y energía. A pesar que este libro está dirigido al área operacional, se está incluyendo el diseño de las estructuras de distribución de riego, porque tanto el costo y disponibilidad del liquido elemento son agentes importantes en el dimensionamiento del sistema en sí. En este caso el objetivo es minimizar el costo de proveer agua para la producción de cosechas.

3.2 Optimo Diseño de Sistemas de Distribución de Agua para Riego

3.2.1 Ejemplo Ilustrativo No. 1

Considerar el sistema de distribución de circuito abierto de la Figura 3.1.

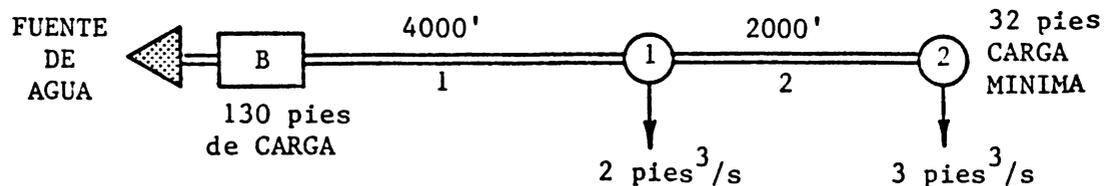


Figura 3.1 Ejemplo de un sistema de distribución de agua para riego.

Existe un requerimiento de caudal en el nudo 1 y carga y descarga para el 2. Las líneas 1 y 2 transportan 5 y 3 pies³/s respectivamente.

La solución del ejercicio se inicia calculando la pérdida de carga por unidad de longitud para cada línea y clase de tubería, a base de la ecuación de Hazen-Williams.

$$V = 131.8 R_j^{0.63} S_{ij}^{0.54} \quad (3.1)$$

donde:

$$R_j = \frac{d_j}{4}$$

$$Q_{ij} = V_{ij} A_{ij}$$

$$A_{ij} = \frac{\pi d_j^2}{4}$$

V = velocidad del flujo (pies/s)

R = radio del ducto (pies)

S = pérdida de carga (pies/pies)

A = área de la sección (pies²)

Por lo tanto:

$$Q = 131.8 \left(\frac{\pi d_j^2}{4} \right) \left(\frac{d_j}{4} \right)^{0.63} S_{ij}^{0.54} = 43.22 d_j^{2.63} S_{ij}^{0.54}$$

$$S_{ij} = 0.94 \times 10^{-3} \frac{Q^{1.85}}{d_j^{4.87}} \quad (3.2)$$

Mediante esta fórmula se completa los valores de S_{ij} en la Tabla 3.1. Además se adjunta los costos por pie lineal (incluye instalación) y dimensión de las tuberías.

Tabla 3.1 Coeficientes de pérdida de carga S_{ij} de la fórmula de Hazen-Williams

Clase tubería j	Diámetro tubería d (pulg.)	Línea 1 (i=1)	Línea 2 (i=2)	Costo $C_j = 6.21d_j^{1.25}$ (\$/pie)
#1	10	0.04	0.01	5.0
#2	12	0.02	0.005	6.5

La variable de decisión para este problema es la longitud del ducto j en la línea i. La máxima carga del circuito es: $130 - 32 = 98$ pies. Por lo tanto, las restricciones del problema son:

Pérdidas de carga:

$$0.04L_{11} + 0.02L_{12} + 0.01L_{21} + 0.005L_{22} \leq 98 \quad (3.3)$$

Longitudes:

$$L_{11} + L_{12} = 4000 \quad (3.4)$$

$$L_{21} + L_{22} = 2000 \quad (3.5)$$

L_{ij} = longitud del ducto de diámetro j, de la línea i.

La función objetivo será:

$$z = C_1L_{11} + C_2L_{12} + C_3L_{13} + C_1L_{21} + C_2L_{22} + C_3L_{23} \\ + C_1L_{31} + C_2L_{32} + C_3L_{33} \quad (3.6)$$

Resolvamos este problema via el método gráfico. Notar que hay cuatro variables de decisión pero sólo dos son permitidas bajo esta metodología. Sin embargo, como existen restricciones de igualdad (=) es posible reducir el número de estas variables mediante sustitución.

Si,

$$L_{12} = 4000 - L_{11}$$

se elimina L_{12} , pero para asegurar que $L_{12} \geq 0$, se añade:

$$4000 - L_{11} \geq 0$$

o $L_{11} \leq 4000$

De igual manera,

$$L_{22} = 2000 - L_{21}$$

o, $L_{21} \leq 2000$

Sustituyendo en la función objetivo y restricciones se tiene:

$$\begin{aligned} \min z &= 5L_{11} + 6.5(4000 - L_{11}) + 5L_{21} \\ &+ 6.5(2000 - L_{21}) \\ &= -1.5L_{11} - 1.5L_{21} + 39000 \end{aligned} \quad (3.7)$$

El término 3900 puede ser ignorado en la optimización y ser añadido al final.

Para las restricciones se tiene:

$$\begin{aligned} 0.04L_{11} + 0.02(4000 - L_{11}) + 0.01L_{21} \\ + 0.005(2000 - L_{21}) \leq 98 \end{aligned} \quad (3.8)$$

o, $0.02L_{11} + 0.005L_{21} \leq 8$ (3.9)

$$L_{11} \leq 4000 \quad (3.10)$$

$$L_{21} \leq 2000 \quad (3.11)$$

$$L_{11}, L_{12} \geq 0 \quad (3.12)$$

En el presente método no es necesario insertar variables de holgura de exceso. La Figura 3.2 muestra la región factible y la función objetivo.

Si L_{11} es la abscisa y L_{21} la ordenada la función objetivo es:

$$L_{21} = -L_{11} + (39000 - z)/1.5$$

Su pendiente es -1.0. Si z se reduce (minimización) L_{21} se incrementa, por lo tanto se desplazará la primera hacia arriba (manteniendo la misma gradiente) pero dentro de la región factible. Por lo tanto el punto (0,1600) es el óptimo:

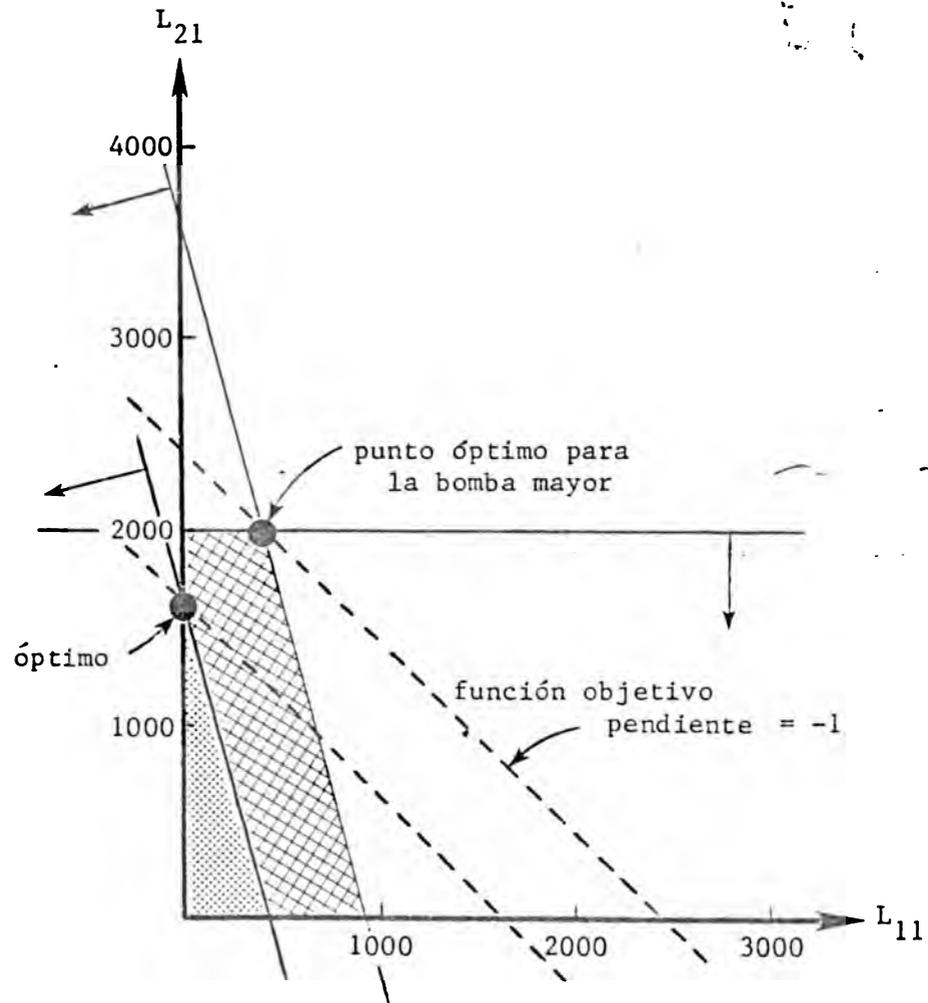


Figura 3.2 Solución grafica para este ejemplo.

$$\begin{aligned} L_{11}^* &= 0 \\ L_{12}^* &= 4000 - L_{11}^* = 4000 \\ L_{21}^* &= 1600 \\ L_{22}^* &= 2000 - L_{21}^* = 400 \end{aligned}$$

y el costo mínimo es:

$$\begin{aligned} z^* &= 5(0) + 6.5(4000) + 5(1600) + 6.5(400) \\ &= \underline{\$36,600} \end{aligned}$$

Para la implementación de esta solución se requiere una transición de 12" a 10" pero por fines prácticos no se está incluyendo su pérdida de carga y su costo adicional.

Supongamos ahora que se está considerando una nueva bomba adicional que incrementará la carga en 10 pies. Las restricciones serán:

$$0.02L_{11} + 0.005L_{21} \leq 8 + 10 = 18$$

$$L_{11} \leq 4000$$

$$L_{21} \leq 2000$$

$$L_{11}, L_{21} \geq 0$$

La nueva región factible es mostrada en la Figura 3.2. El punto óptimo es ahora (400, 2000), por lo tanto,

$$\begin{aligned} L_{11}^* &= 400 \\ L_{12}^* &= 4000 - 400 = 3600 \\ L_{21}^* &= 2000 \\ L_{22}^* &= 0 \end{aligned}$$

y el costo mínimo es

$$z^* = 5(400) + 6.5(3600) + 5(2000) = \$35400$$

Esto representa un ahorro de $\$36,600 - 35,400 = \1200 o $\$120$ por pie de carga. Por lo tanto si el costo de la bomba es menor - incluyendo el

posible incremento de energía y costos operativos - entonces sería óptimo comprarla.

La solución de este problema via NICELP está a continuación. Para darle mayor precisión al ejercicio se adjunta algunos tipos adicionales de tuberías. Si por medio del análisis del término de la mano derecha se decide añadir una bomba adicional, se incrementará la carga en $98 - 83.44 = 14.56$ pies; el costo se reducirá en $\$35361.65 - 33463.30 = \1898.35 , el cual deberá ser comparado con el precio de la máquina para determinar su adquisición.

3.2.2 Ejemplo No. 2

Consideremos ahora un ejemplo mucho más realista. Se trata del efecto del costo de la energía de bombeo. Se continuará usando el sistema métrico, y la formula de Darcy-Weisbach para la pérdida por fricción y el efecto de los cambios de carga en los requerimientos del sistema.

En el presente ejercicio se tiene una red de tuberías que abastecen agua a cuatro zonas de irrigación cuyos requerimientos de carga (H_i), caudal (Q_i), elevación (Δz) y dimensiones son mostrados en la Figura 3.3. Se desea minimizar los costos totales (equipo, bombeo y tuberías). El costo por metro lineal de los ductos se ubican en la Tabla 3.2.

NICELP: LINEAR PROGRAMMING CODE
 IEMS DEPARTMENT
 UNIVERSITY OF CENTRAL FLORIDA
 REVISED BY J. LABADIE, COLORADO STATE UNIVERSITY

DATA:	Clase tubería j	Diámetro tubería d(pulg.)	S_{1j} Linea 1 (i=1)	S_{2j} Linea 2 (i=2)	Costo (\$/pie)
	1	6	0.511	0.1984	2.611
	2	8	0.1256	0.04876	3.741
	3	10	0.04247	0.01649	4.944
	4	12	0.01747	0.00678	6.210

IF ENTERING DATA FROM DISK FILE, ENTER 1.

IF ENTERING NEW DATA, ENTER 0.

? 0

THIS PROGRAM MAY BE USED TO MAXIMIZE (ENTER 1),

OR TO MINIMIZE (ENTER -1).? -1

8 número de los variables

ENTER THE NO. OF \leq CONSTRAINTS.? 1

ENTER THE NO. OF $=$ CONSTRAINTS.? 2

ENTER THE NO. OF \geq CONSTRAINTS.? 0

ALL COEFFICIENTS HAVE BEEN INITIALIZED AT ZERO.

WOULD YOU PREFER TO ENTER ONLY NONZERO DATA?(1 for YES;0 for NO)

? 0

ENTER THE COEFFICIENTS OF THE OBJECTIVE FUNCTION,
ONE AT A TIME.

IF VARIABLE IS NOT IN OBJECTIVE FUNCTION,

ENTER 0 FOR COEFFICIENT.

COEFFICIENT 1 =? 2.611 para L11

COEFFICIENT 2 =? 3.741 para L12

COEFFICIENT 3 =? 4.944 para L13

COEFFICIENT 4 =? 6.21 para L14

COEFFICIENT 5 =? 2.611 para L21

COEFFICIENT 6 =? 3.741 para L22

COEFFICIENT 7 =? 4.944 para L23

COEFFICIENT 8 =? 6.21 para L24

ENTER ALL <=, THEN ALL =, THEN ALL >= CONSTRAINTS.
 ALL ARRAYS HAVE BEEN INITIALIZED AT ZERO.
 WOULD YOU PREFER TO ENTER ONLY NONZERO DATA?(1 for YES;0 for NO)
 ? 00

ENTER <= CONSTRAINTS - ONE COEFFICIENT AT A TIME.

INPUT FOR CONSTRAINT NO. 1
 COEFFICIENT VARIABLE 1 =? .511
 COEFFICIENT VARIABLE 2 =? .1256
 COEFFICIENT VARIABLE 3 =? .04247
 COEFFICIENT VARIABLE 4 =? .01747
 COEFFICIENT VARIABLE 5 =? .1984
 COEFFICIENT VARIABLE 6 =? .04876
 COEFFICIENT VARIABLE 7 =? .01649
 COEFFICIENT VARIABLE 8 =? .00678
 RHS CONSTRAINT NO. 1 = ? 98

ENTER = CONSTRAINTS - ONE COEFFICIENT AT A TIME.

INPUT FOR CONSTRAINT NO. 2
 COEFFICIENT VARIABLE 1 =? 1
 COEFFICIENT VARIABLE 2 =? 1
 COEFFICIENT VARIABLE 3 =? 1
 COEFFICIENT VARIABLE 4 =? 1
 COEFFICIENT VARIABLE 5 =? 0.
 COEFFICIENT VARIABLE 6 =? 0
 COEFFICIENT VARIABLE 7 =? 0
 COEFFICIENT VARIABLE 8 =? 0
 RHS CONSTRAINT NO. 2 = ? 4000

INPUT FOR CONSTRAINT NO. 3
 COEFFICIENT VARIABLE 1 =? 0
 COEFFICIENT VARIABLE 2 =? 0
 COEFFICIENT VARIABLE 3 =? 0
 COEFFICIENT VARIABLE 4 =? 0
 COEFFICIENT VARIABLE 5 =? 1
 COEFFICIENT VARIABLE 6 =? 1
 COEFFICIENT VARIABLE 7 =? 1
 COEFFICIENT VARIABLE 8 =? 1
 RHS CONSTRAINT NO. 3 = ? 2000

WOULD YOU LIKE TO CORRECT ANY OF THE DATA YOU HAVE ENTERED?
 (1 FOR YES, 0 FOR NO? 0

ONE MOMENT PLEASE!

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE	VALUE	OPPORTUNITY COST
1	DECISION	0	60.74796
2	DECISION	0	11.6291
3	DECISION	0	1.993526
4	DECISION	L14*= 4000	0
5	DECISION	0	21.38462
6	DECISION	0	3.004396
7	DECISION	L23*= 1499.485	0
8	DECISION	L24*= 500.5149	0
9	SLACK CONSTRAINT 1	0	130.3811

PRESS ENTER TO CONTINUE

?

MINIMUM OBJECTIVE VALUE = 35361.65

PRESS ENTER TO CONTINUE

?

RANGE OF CONSTRAINING VALUES

	LOWER	PRESENT	UPPER
--	-------	---------	-------

CONSTRAINT 1	83.44	98	102.86
OBJECTIVE VALUE	33463.3	35361.65	35995.31

CONSTRAINT 2	3721.809	4000	4833.429
OBJECTIVE VALUE	37722.87	35361.65	28287.71

CONSTRAINT 3	1705.276	2000	4147.493
OBJECTIVE VALUE	37452.42	35361.65	20127.37

TO SAVE CURRENT PROBLEM DATA ON DISK:

ENTER 1; OTHERWISE ENTER 0? 1

ENTER NAME OF DATA FILE TO BE SAVED? a:design0.dat

ENTER 1 TO RERUN, 0 TO END.

? 0

E_t - evapotranspiración real anual (cm/año)

K - costo unitario de la energía (\$/KW-h)

γ - peso específico del agua

e - eficiencia de las bombas

E_a - eficiencia de irrigación

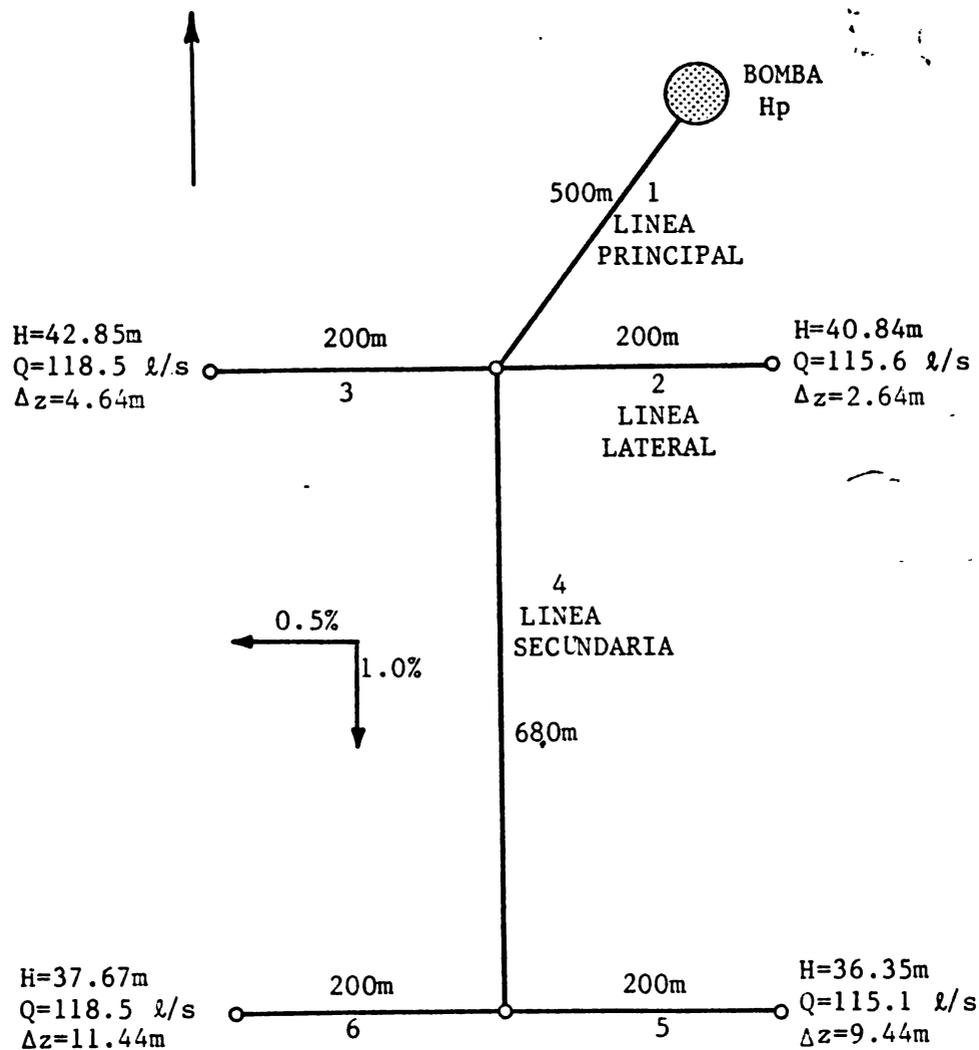


Figura 3.3. Esquema y datos del sistema para el problema de óptimo diseño.

Tabla 3.2 Costos de tuberías (PVC).

tipo tubería j	diámetro (mm)	Costo unitario (\$/m)	Costo unitario ^(*) (anualizado) C _j (\$/m)
1	127.0	9.34	1.37
2	152.4	10.00	1.47
3	203.2	11.93	1.75
4	254.0	15.79	2.32
5	304.8	22.95	3.37

$$(*) \text{ Factor de descuento} = FD = \frac{f(1+f)^n}{(1+f)^n - 1}$$

donde: f = tasa de descuento o interés anual

n = número de años

para este caso, f = 12%, n = 15 años, y FD = 0.1468

La pérdida de carga por metro lineal par cada dimensión de tubería han sido precalculados en la Tabla 3.3 via la fórmula de Darcy-Weisbach.

Tabla 3.3. Coeficiente de pérdida de carga, S_{ij}, de Darcy-Weisbach (m/m).

tipo tubería j	Linea i					
	1	2	3	4	5	6
1	-	0.3944	0.4125	-	0.3913	0.4125
2	-	0.1636	0.1711	0.5805	0.1623	0.1711
3	0.505	0.0408	0.0427	0.1449	0.0405	0.0427
4	0.172	0.0139	0.0145	0.0492	0.0138	0.0145
5	0.0719	0.0058	0.0060	0.0203	0.0057	0.0060

Los costos de bombeo, C_p, (\$/año) se calculan a través de la formula de Walker (1979):

$$C_p = 0.2723 \frac{A \cdot E_c \cdot K \cdot \gamma \cdot H_p}{e \cdot E_a}$$

A = área de la zona a irrigar (Ha)

Poniendo algunas cifras razonables a A , E_t , e y E_a se obtiene:

K (\$/KW-h)	C_p (\$/año)
0.04	132.8 Hp
0.06	199.2 Hp
0.08	265.6 Hp

Los costos de las bombas (Figura 3.4) son:

$$\text{para } Hp_1 \leq 30 : 4.9 Hp_1 + 147$$

$$\text{para } Hp_2 > 30 : 19.53 Hp_2 - 293$$

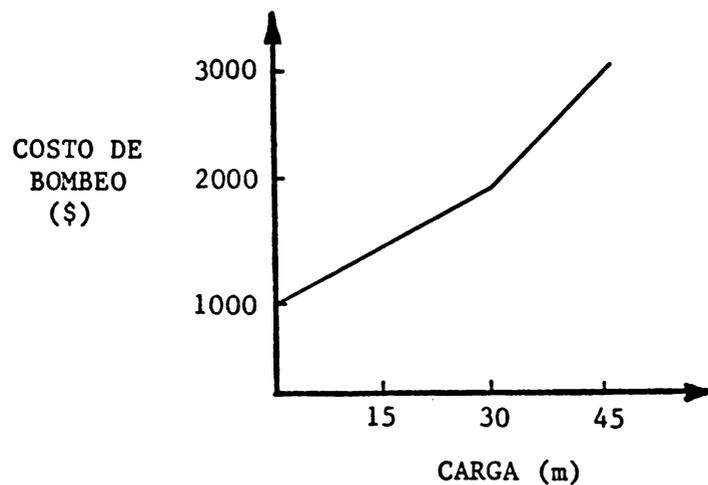


Figura 3.4 Costo de bombeo en función de la carga.

Ambos han sido multiplicados por su factor de descuento ($FD = 0.1468$).

Los costos combinados totales son:

K \$/KW-h	Costos totales \$/año
.04	$137.7 Hp_1 + 152.4 Hp_2 + \text{Constante}$
.06	$204.1 Hp_1 + 218.8 Hp_2 + \text{Constante}$
.08	$270.5 Hp_1 + 285.2 Hp_2 + \text{Constante}$

La entrada de datos y solución del problema usando 0.04 \$/KW-h se muestra a continuación. Queda a criterio del lector el recalculer el ejercicio con diferentes costos de energía y comparar sus efectos en la solución final.

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE	VALUE	OPPORTUNITY COST
1	DECISION	30	0
2	DECISION	70.064	0
3	DECISION	0	64.38444
4	DECISION	0	14.20524
5	DECISION	500	0
6	DECISION	0	.4262541
7	DECISION	101.5798	0
8	DECISION	98.42018	0
9	DECISION	0	.5086645
10	DECISION	0	1.540196
11	DECISION	0	.4264174
12	DECISION	62.9595	0
13	DECISION	137.0405	0
14	DECISION	0	.5085047
15	DECISION	0	1.539969
16	DECISION	0	80.97553
17	DECISION	0	16.81322
18	DECISION	0	3.225442
19	DECISION	680	0
20	DECISION	0	7.108989
21	DECISION	0	2.320225
22	DECISION	65.9176	0
23	DECISION	134.0824	0
24	DECISION	0	.8770786
25	DECISION	0	49.45919
26	DECISION	0	19.00015
27	DECISION	0	3.025885
28	DECISION	0	2.602234E-02
29	DECISION	200	0
30	SLACK CONSTRAINT 1	0	14.7
31	SURPLUS CONSTRAINT 2	0	2.280131
32	SURPLUS CONSTRAINT 3	0	2.180685
33	SURPLUS CONSTRAINT 4	0	21.34832
34	SURPLUS CONSTRAINT 5	0	126.5909

MINIMUM OBJECTIVE VALUE = 20539.71

Notar que mediante el análisis de los rangos del término de la mano derecha en la restricción 11, disminuye la carga de 49.11 a 47.35 pies en la línea 6 y el costo decrece \$20,539.71 - 20,316.91 = \$222.80. Esto puede redundar en el rediseño del sistema.

	RANGE OF CONSTRAINING VALUES		
	LOWER	PRESENT	UPPER
CONSTRAINT 1	0	30	100.064
OBJECTIVE VALUE	20098.71	20539.71	21569.65
CONSTRAINT 2	0	500	INFINITY
OBJECTIVE VALUE	27703.49	20539.71	20539.71
CONSTRAINT 3	126.1247	200	505.7353
OBJECTIVE VALUE	20675.86	20539.71	19976.23
CONSTRAINT 4	97.15956	200	389.3208
OBJECTIVE VALUE	20729.26	20539.71	20190.77
CONSTRAINT 5	281.7735	680	1275.369
OBJECTIVE VALUE	23077.68	20539.71	16745.32
CONSTRAINT 6	111.6049	200	327.5362
OBJECTIVE VALUE	20770.83	20539.71	20206.25
CONSTRAINT 7	0	200	796.6667
OBJECTIVE VALUE	21365.62	20539.71	18075.75
CONSTRAINT 8	31.394	43.48	1.787473E+33
OBJECTIVE VALUE	20512.15	20539.71	4.075672E+33
CONSTRAINT 9	29.894	47.49	5.356014E+17
OBJECTIVE VALUE	20501.34	20539.71	1.167978E+18
CONSTRAINT 10	42.21	45.79	3.316083E+17
OBJECTIVE VALUE	20463.28	20539.71	7.079278E+18
CONSTRAINT 11	47.35	49.11	66.706
OBJECTIVE VALUE	20316.91	20539.71	22767.2

3.3 Óptima Programación de Riego por Gravedad via Programación Lineal

La programación lineal es una poderosa herramienta que resuelve una gran variedad de problemas de ingeniería agrícola. El requisito fundamental consiste en que la función objetivo y las restricciones deben ser lineales o linearizables pero, aún cuando ellas estén de esta forma, puede haber dificultades en la aplicación directa de los métodos simplex original o revisado, de la dual o primal-dual. Por ejemplo, a menudo en los problemas de optimización de programación de riego superficial, se tienen variables de decisión que deben tomar valores enteros o, específicamente, valores binarios (cero o uno). Estos responden a la pregunta de irrigar o no el campo i en el día t . La cantidad de agua a aplicar depende del déficit de humedad del suelo en ese día, de tal forma que volumen de agua no sea una variable directa de decisión hasta que ésta ocurra. Además, si se requiere programar riegos para varios días y diversos campos de cultivo aparece un alto número de programas alternativos, pudiendo no ser posible la aplicación directa del método simplex y sus variantes debido a las limitaciones de memoria de los computadores.

A continuación se explicará la programación lineal binaria y de gran escala y su aplicación en la programación de riego por gravedad. En este caso se suman a los ya complejos problemas existentes, las limitaciones de agua y energía. Conforme estas restricciones se vuelven más severas, el programa de riego ideal no es ya calculado intuitivamente sino que requiere de un procedimiento de optimización para resolverlo.

Debido a altos requerimientos de energía en horas pico, se restringirá el bombeo en uno o más días de la semana en forma predeterminada o aleatoria. Aunque el agricultor puede haber tenido éxito en su propio programa de riego en el pasado, su experiencia será nula al tratar con esta nueva restricción. Su objetivo básico es maximizar los beneficios del periodo lo cual incluye la maximización de la producción y minimización de costos (directos o indirectos).

El problema de la programación de riego se resuelve primero formulando la función objetivo y sus respectivas restricciones. Luego se discutirá la técnica apropiada que considere la binariedad de las variables de decisión y problemas de gran escala. Principalmente se da énfasis en:

1. El método Branch y Bound para problemas binarios.
2. Capacidad de predicción de valores no binarios (o fraccionales).

Este ejercicio está basado en la publicación de Trava (1975) y Trava et al (1977).

3.3.1 Formulación del problema

El siguiente ejercicio de optimización puede ser aplicado para programar el riego en diferentes fincas o entre varias campos dentro de una de ellas. Los objetivos pueden ser: (1) minimización del uso del agua (2) minimización de energía si existe bombeo (3) minimización del costo de la mano de obra (4) o simplemente minimización del costo total. Se consideran además las restricciones de disponibilidad de agua, mínimo

nivel de la humedad de suelo y tasas de aplicación de riego (para alcanzar una eficiencia aceptable).

Para el objetivo 1:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I v_{it} x_{it} \quad (3.13)$$

donde

- v - cantidad de agua requerida esperada para la finca (o campo) si es irrigado en el día t .
- x_{it} - 1 si el campo i es irrigado el día t .
- 0 si el campo i no es irrigado en el día t .
- I - Número total de campos.
- T - Número de días en el periodo de programación (ejemplo 7 a 14 días).

Para los objetivos 2, 3 y 4, la función objetivo será:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^I c(1)_{it} x_{it} + c(2)_t y_t + c(3)_t z_t \right\} \quad (3.14)$$

donde,

- $c(j)_t$ - Costo de la mano de obra y/o energía en el turno j ($j=1,2,3\dots$ etc.) para completar el riego del día t .
El día es dividido en varios turnos con el fin de considerar el costo de la mano de obra, otras conveniencias (por ejemplo irrigación diurna vs. nocturna) y las variaciones en los costos de energía (por ejemplo, tarifas para diferentes horas del día).

Estos deben ser ordenados consecutivamente de tal forma que $c(1) < c(2) < c(3)$, etc.

$y_t = 1$ si el turno $j = 2$ se usa en el día t .

$y_t = 0$ si el turno $j = 2$ no se usa en el día t .

$z_t = 1$ si el turno $j = 3$ se usa en el día t .

$z_t = 0$ si el turno $j = 3$ no se usa en el día t .

Se está suponiendo que los turnos adicionales se usan solamente para completar los ya comenzados. Por lo tanto, no es necesario incluir un subíndice i en las variables y_t a z_t . Porque sus costos no son función del número de campos irrigados en ese día.

Bajo el objetivo de minimizar los costos de mano de obra, estos pueden ser reales o "seudocostos" los cuales representan las preferencias por ciertos turnos y días de la semana. Estos son mostrados en la Tabla 3.4 (Trava et al (1977)).

Tabla 3.4. Costo de mano de obra o "seudocostos" para 3 turnos de cada día de la semana.

Día	Turno		
	1 (8am-4pm)	2 (4pm-12pm)	3 (12pm-8am)
Domingo	15	35	40
Lunes	1	10	25
Martes	1	10	25
Miércoles	1	10	25
Jueves	1	10	25
Viernes	1	10	25
Sábado	5	20	30

Note, por ejemplo, que el primer turno del domingo es menos conveniente que el segundo. De igual forma el segundo turno del sábado es menos deseable que el tercero. Obviamente, este esquema es

arbitrario y puede ser fácilmente modificado para cualquier situación particular.

Como y_t y z_t tienen altos costos se tomará el turno menos deseado solamente si es absolutamente necesario. Observar también que el turno 3 tiene un mayor costo que el 2, el criterio será entonces darle prioridad a este último.

3.3.2 Restricciones

Disponibilidad de Agua: Siempre existen limitaciones en la cantidad de agua disponible en cualquier turno. Estas están basadas en (i) la capacidad del canal o tubería, (ii) capacidad de bombeo, (iii) los derechos de aguas, (iv) energía disponible y reglamento de las horas pico.

$$\sum_{i=1}^I v_{it} x_{it} \leq W(1)_t + W(2)_t y_t + W(3)_t z_t \quad (3.15)$$

(para cada día $t=1, \dots, T$)

donde,

v_{it} - Agotamiento de la humedad del suelo para el campo i en el día t (la cantidad total de agua para llevar el campo i a su capacidad de campo).

$w(j)_t$ - Cantidad total de agua disponible durante el turno j en el día t .

Con el fin de considerar las pérdidas de conducción, se puede incluir v_{it}/α_i en la ecuación 3.15; donde α_i es el coeficiente de distribución de agua para el campo o finca i .

El lado izquierdo de la ecuación 3.15 es la cantidad total de agua necesitada para el día t , para cada campo a ser irrigado. El lado

derecho es la cantidad total de agua disponible. Se puede poseer más agua igualando y_t y/o z_t a uno, pero esto es más costoso. Los términos y_t y z_t pasan al lado izquierdo en la solución por el método simplex.

El agotamiento de la humedad del suelo para cada campo por día del periodo a programar es estimado por el modelo de programación de riegos USDA-ARS (Jensen, et. al., 1970; Kincaid y Heermann, 1974). Este usa el método de Penman modificado para estimar la evapotranspiración real. Además automáticamente lo pone al día con los requerimientos de agua para los cultivos y realiza un pronóstico de los datos climáticos promedio requeridos.

$$v_{it} = 0.1D_{it}A_i/Q_tE_{it} \quad (3.16)$$

$(i = 1, \dots, I; t = 1, \dots, T)$

donde

- v_{it} = requerimiento de riego para el campo i , día t (hrs)
- D_{it} = agotamiento de la humedad del suelo (en mm) para el campo i , día t precedido por el modelo USDA-ARS
- A_i = área del campo i (Ha)
- Q_t = caudal disponible en el campo (m^3/hr)
- E_{it} = eficiencia de irrigación para el campo i , día t (varía con la lámina aplicada D_{it})
- I = número de campos
- T = longitud del pronóstico (días)

Cuando la humedad del suelo decrece por debajo el nivel que afecta a la producción después de varios días de pronóstico, v_{it} se vuelve negativo. Este nivel incluye un margen de seguridad debido a errores de los datos e imprecisión del modelo. En cada día son incluidos solamente como irrigables los campos con v_{it} positivos.

A pesar que se está asumiendo que el total del agua disponible es aplicada al campo i , es seleccionado un caudal por unidad de ancho q_{it} que satisface este requerimiento y a la vez no causa excesiva erosión. El número de unidades a ser irrigados con el caudal disponible para el campo i , comenzando con el día t es:

$$NS_{it} = \frac{W_i q_{it}}{Q_t} \quad (3.17)$$

donde

W_i = ancho del campo i (m)

q_{it} = unidad de descarga para el campo i , día t ($m^3/hr/m$)

Se asume que q_{it} ha sido redondeada de tal forma que NS_{it} es un número entero y que existe un igual tiempo de irrigación para cada unidad.

Este último es:

$$v_{it}/NS_{it} : \text{ tiempo para irrigar una unidad del campo } i \quad (3.18)$$

La Figura 3.5 muestra resultados típicos de v_{it} . Solamente los valores de preirrigación v_{it} son usados en la ecuación 3.15. Notar en la Figura 3.5 un mínimo nivel de riego (que básicamente corresponde a una mínima eficiencia de riego) y un límite superior. Estos están basados en los siguientes factores:

1. Niveles de agotamiento "ideales" (por ejemplo, de 40% a 60% de la capacidad de campo).
2. Estado de crecimiento de plantas.
3. Punto de marchitez.

En esta formulación se está asumiendo un esquema óptimo, que evita niveles de agotamiento de humedad de suelo que afectarían seriamente a los cultivos.

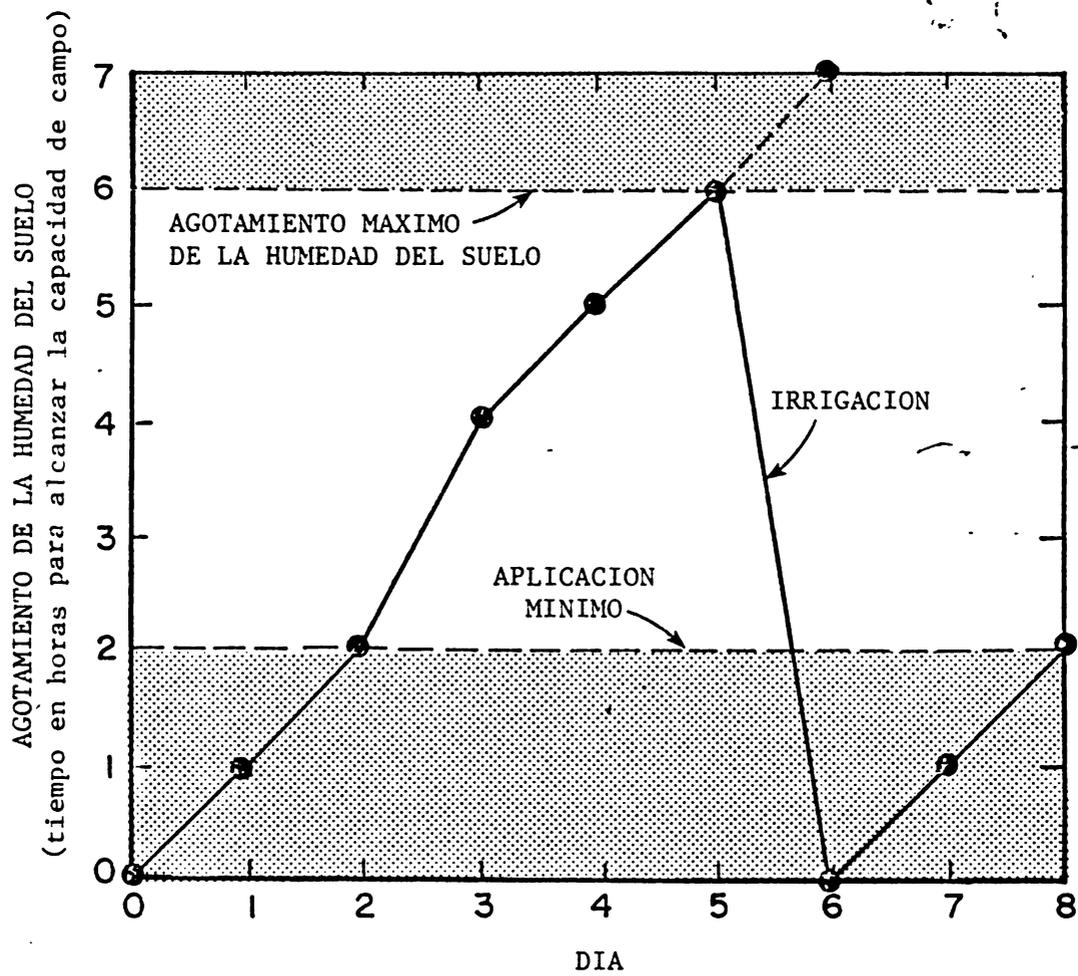


Figura 3.5 Agotamiento de la humedad del suelo a base del modelo programación de riegos USDA-ARS

Una manera de forzar la optimización para no irrigar cuando v_{it} está dentro de la región sombreada de la Figura 3.5, es dando valores altos a los costos en vez de cifras actuales. De esta forma x_{it} nunca sería 1 para campos y días donde estos límites son violados. Por ejemplo, supongamos que hay dos fincas con los mismos límites de la Figura 3.5. La ecuación 3.15 para el día t se escribirá como sigue:

$$1 \cdot x_{1t} + 6 \cdot x_{2t} + 7 \cdot x_{3t} \leq 8 + 8y_t + 8z_t \quad (3.19)$$

con turnos de 8 horas. Nuevamente como el tiempo de irrigación representa el volumen de riego, la longitud del turno es el factor limitante en el abastecimiento de agua. Notar que el campo 1 está por debajo del nivel de eficiencia de riego durante día t y el campo 3 está por encima del nivel máximo de agotamiento. Esto implica que el campo 1 debe ser irrigado después del día t y el 3 antes. Para forzar el programa para que no seleccione estos campos para riego en el día t , se reescribe la ecuación 3.19:

$$100 \cdot x_{1t} + 6 \cdot x_{2t} + 100 \cdot x_{3t} \leq 8 + 8y_t + 8z_t \quad (3.20)$$

como y_t y z_t sólo son iguales a 1 ó 0, se hallará una solución no factible si x_{1t} ó x_{3t} son iguales a uno.

Restricciones de Normalidad: con sólo las restricciones de abastecimiento de agua la solución de este problema es trivial: no se incurren en costos al no irrigar. Se necesita un conjunto adicional de restricciones para forzar la irrigación durante el periodo programado. Son implícitos los siguientes supuestos:

1. No se permiten riegos múltiples. Un campo es irrigado solamente una vez durante el periodo de programación. Si esto representa problema se tiene que reducir el periodo comprendido.
2. El riego debe ser completado en un lapso de 24 horas. Si esto constituye una dificultad el problema de optimización puede ser modificado apropiadamente (discutido a posteriori).
3. Si se conoce de antemano que no se desea regar un campo en particular - durante el periodo de programación - el mismo debe ser eliminado del problema de optimización.
4. Si un campo se le irriga tempranamente en el periodo de programación, los niveles de agotamiento no se volverán críticos al final del mismo. Si esto ocurre, nuevamente, habrá que recortar el periodo de programación.

La siguiente restricción garantizará que los campos seleccionados son regados una vez, durante el periodo de programación.

$$\sum_{t=1}^T x_{it} = 1 \quad (3.21)$$

(para cada campo $i=1, \dots, I$)

Restricciones Binarias: Como se mencionó anteriormente, es deseable que todas las variables sean restringidas a cero o uno.

$$\begin{array}{l}
 x_{it} = 0 \text{ ó } 1 \quad (i=1, \dots, I; t=1, \dots, T) \\
 y_t = 0 \text{ ó } 1 \\
 z_t = 0 \text{ ó } 1
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} x_{it} \\ y_t \\ z_t \end{array}} \right\} (t=1, \dots, T) \quad (3.22)$$

Es aceptable que y_t y z_t tomen valores fraccionales, lo cual implica que solo una porción del turno es usada. Por lo tanto: $0 \leq y_t \leq 1$ y $0 \leq z_t \leq 1$.

3.3.3 Comentarios Adicionales

Existen varias maneras de hacer más realista este problema. Por ejemplo, en vez de suponer una tasa de descarga constante de agua superficial se puede considerar un abastecimiento suplementario subterráneo. En este caso una nueva variable debe ser definida y un término más será añadido a la ecuación 3.15.

$$\sum_{i=1}^I v_{it} x_{it} \leq W(1)_t + W(2)y_t + W(3)z_t + W(4)p_t \quad (3.23)$$

donde,

$W(4)$ = máxima disponibilidad diaria de agua subterránea a ser bombeada, convertida en tiempo de bombeo a base de la tasa de descarga superficial.

p_t = decisión de bombear ($0 \leq p_t \leq 1$)

La variable p_t puede ser incluida en la función objetivo con su respectivo costo de bombeo, que por lo general es mayor que los costos de agua superficial.

El uso de este abastecimiento suplementario de agua incrementa el tiempo de riego máximo diario más allá de 24 horas, aunque el real se limita a esta cantidad.

3.3.4 Estrategia de Solución por Medio del Algoritmo Branch y Bound

Existen diversos algoritmos que resuelven problemas de programación entera, binaria, y entera-mixta. La mayoría de ellos solucionan una secuencia de problemas de programación lineal cuyas restricciones son modificadas en cada iteración hasta la obtención de una solución totalmente entera. Para mayor información en los métodos disponibles refiérase a Zions (1974), Taha (1975), y Salkin (1975).

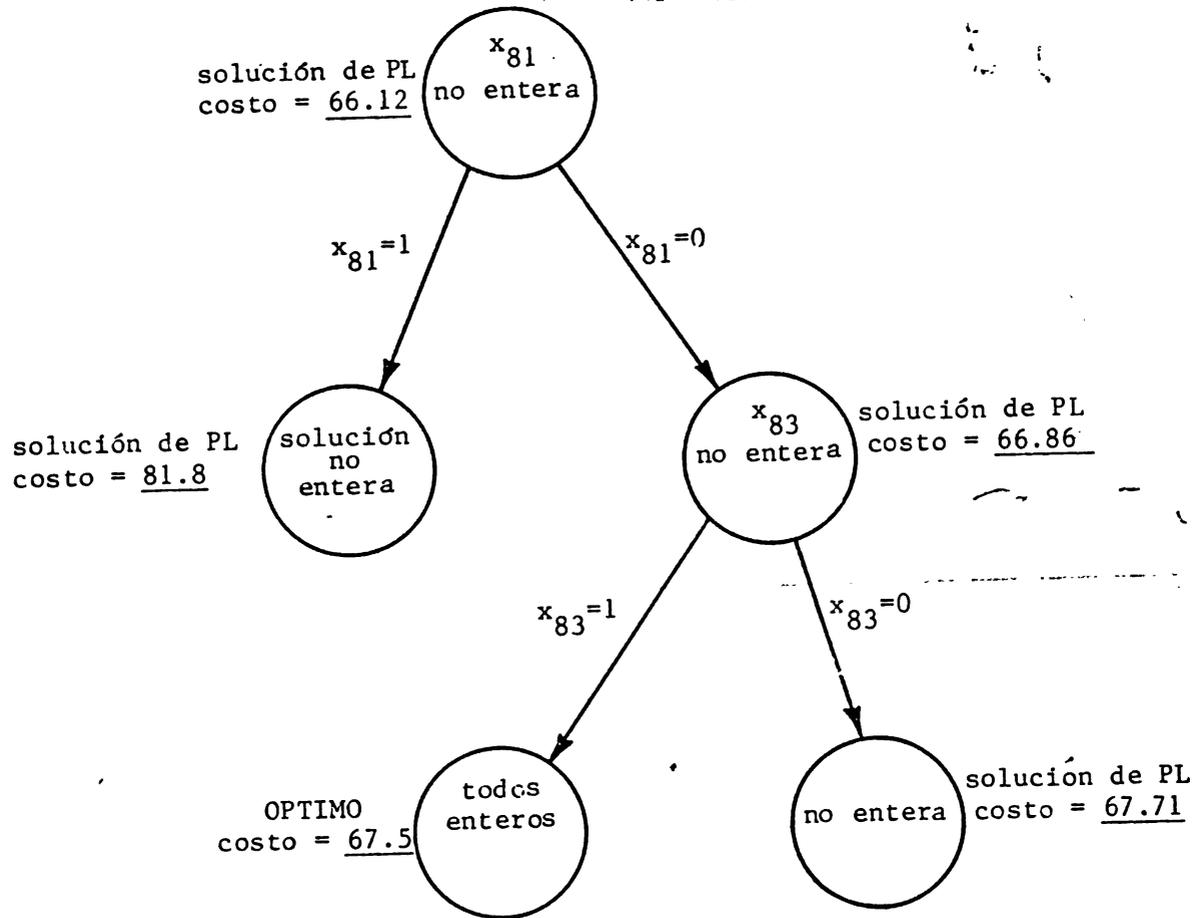
El algoritmo de Branch y Bound es particularmente atractivo por su simplicidad y será aplicado a este problema.

Se ha tomado la finca del USDA Northern Colorado Research Demonstration Center de la ciudad de Greeley (Colorado) como ejemplo demostrativo. Esta está dividida en nueve grupos de campos de cultivo con un periodo de riego de 7 días. Por lo tanto, $I=9$ y $T=7$.

El procedimiento a realizar es el siguiente (ver la Figura 3.6):

1. Resolver el problema de optimización de programación lineal (PL), por medio del método simplex (o el revisado) ignorando por el momento las restricciones binarias.
2. Algunas de las variables x_{it} de la solución del paso anterior, serán indudablemente fraccionales. Se selecciona arbitrariamente una de ellas para luego (a) hacer la variable igual a uno y resolver por PL. (b) considerar ahora la misma variable con valor cero y resolverla nuevamente por PL.
3. Los valores de la función objetivo del paso 2 representan los límites inferiores de todas las soluciones provenientes de las ramas (a) y (b) y, aunque se adicionen otras restricciones no se mejorará la solución final.

		dia						
		1	2	3	4	5	6	7
grupo	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00
	2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00
	3	.12	.87	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	4	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
	5	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
	6	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	7	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	8	.46	0.00	.54	0.00	0.00	0.00	0.00
	9	.41	.13	.46	0.00	0.00	0.00	0.00



		dia						
		1	2	3	4	5	6	7
grupo	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00
	2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00
	3	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	4	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
	5	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
	6	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	7	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	8	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	9	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Figura 3.6 Solución por el método de Branch y Bound.

4. Pare si encuentra una solución no factible en alguna rama ya que las restantes también lo serán.
5. Si alguna rama termina con una solución totalmente entera compárela con las otras. Si ésta es, por lo menos, tan buena como todas las demás se acaba de encontrar el óptimo. De lo contrario retornar al paso 2 y seleccionar la rama no entera con la solución de más bajo valor.

Hay muchas variantes en el método de Branch y Bound, como la propuesta por Martin, et al (1981), en la cual, a base de la solución por PL, se crean varios grupos de variables con valores cero o uno, en vez de uno a la vez. Esto reduce considerablemente el tiempo de computadora.

3.3.5 Solución por Programación Lineal

Se mostrará a continuación que es posible predecir el número máximo de valores no enteros (fraccionales) x_{it} si se resuelve el problema de programación lineal sin las restricciones de cero - uno (por ejemplo las ecuaciones 3.14, 3.15 y 3.21). Si el número de campos I es mucho mayor que el número de días T en el periodo de programación, sólo una pequeña parte de las variables x_{it} serán no enteras. Se podrán también añadir restricciones continuas que hagan a y_t y z_t menores o iguales a uno.

$$0 \leq y_t \leq 1 \quad (3.24)$$

$$0 \leq z_t \leq 1 \quad (3.25)$$

para $t=1, \dots, T$

Notar que la ecuación 3.21 garantiza que $x_{it} \leq 1$. Debido a que las restricciones no negativas son automáticamente consideradas en el método simplex, el número total de restricciones es:

$$I + T + 2T = I + 3T \quad (3.26)$$

Recordemos que el método simplex separa las variables en básicas y no básicas. Las no básicas se hacen iguales a cero, mientras que las otras pueden ser o todas positivas o ceros (solución degenerada). El número máximo de las variables básicas positivas corresponden al número total de restricciones. Por lo tanto, un máximo de $I + 3T$ variables serán positivas.

El número total de variables es:

x_{it}	$I \cdot T$ variables
y_t	T variables
z_t	T variables
Variables holguras para la ecuación 3.15	T variables
Variables holguras para las ecuaciones 3.24 y 3.25	$2T$ variables

que suman un total de $I \cdot T + T$ variables

De las ecuaciones 3.24 y 3.25, exactamente $2T$ de y_t y z_t o (variables holguras) deben ser básicas. Debido a que un número no mayor de $I + 3T$ variables pueden ser básicas, entonces a lo más $I + 3T - 2T$ ó $I + T$ de las x_{it} serán básicas.

Si se considera el ejemplo de $I = 7$ campos y $T = 3$ periodos, la ecuación 3.21 se pueden escribir como:

$$\begin{array}{r}
 \underline{x_{11} + x_{12} + x_{13}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\
 \underline{x_{21} + x_{22} + x_{23}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\
 \underline{x_{31} + x_{32} + x_{33}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\
 \underline{x_{41} + x_{42} + x_{43}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\
 \underline{x_{51} + x_{52} + x_{53}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\
 \underline{x_{61} + x_{62} + x_{63}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\
 \underline{x_{71} + x_{72} + x_{73}} \qquad \qquad \qquad - 1
 \end{array}$$

Las variables básicas aparecen subrayadas.

En términos generales, la situación menos favorable $I - T$ restricciones tienen solamente una variable básica, lo cual deja la posibilidad que un máximo de $2T$ de las x_{it} sean fraccionales.

Estos resultados son bastante útiles para extensas áreas de cultivo. Suponga una gran finca con 50 campos para un periodo de programación de $T = 7$ días. Del total de los 350 variables x_{it} , a lo sumo 14 de ellas pueden ser fraccionales. Si las variables que son fraccionales son cercanas a cero o uno, no representan ningún problema al redondear a esos valores particulares. Las pocas remanentes, que están en los alrededores de 0.5, deberán redondearse con mucho cuidado para no violar las restricciones de abastecimiento de agua. Debido que a lo más $I+T$ variables x_{it} pueden ser básicas, la situación mas deseable

ocurrirá si todas las x_{it} son básicas. Por ejemplo, se mostró anteriormente que,

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{31}, x_{42}, x_{53}, x_{61}, \text{ y } x_{72}$$

son variables básicas, entonces las restricciones de igualdad garantizan que,

$$x_{31} - x_{42} - x_{53} - x_{61} - x_{72} = 1$$

y $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}$, y x_{22} sean fraccionales. El caso más desfavorable sería si a lo más dos variables básicas aparecen en cada restricción, por ejemplo si,

$$x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, x_{31}, x_{32}, x_{41}, x_{52}, x_{63} \text{ y } x_{71}$$

son todas básicas, entonces sólo podemos garantizar que $x_{41} - x_{52} - x_{63} - x_{71} = -1$,

$$\begin{array}{r} \underline{x_{11} + x_{12} + x_{13}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\ \qquad \underline{x_{21} + x_{22} + x_{23}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\ \qquad \qquad \underline{x_{31} + x_{32} + x_{33}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\ \qquad \qquad \qquad \underline{x_{41} + x_{42} + x_{43}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{x_{51} + x_{52} + x_{53}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{x_{61} + x_{62} + x_{63}} \qquad \qquad \qquad - 1 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{x_{71} + x_{72} + x_{73}} \qquad \qquad \qquad - 1 \end{array}$$

3.3.6 Ejemplo de programación de riegos

Los datos usados en este ejemplo han sido tomados en el fondo experimental Northern Colorado Research Demonstration Center cerca de la ciudad de Greeley, Colorado (Tablas 3.5 a 3.8). Esta tiene nueve campos de cultivo (Figura 3.7) con un periodo de riego de siete días.

Tabla 3.5 Datos de cultivos y suelos para la finca Northern Colorado Research Demonstration Center, Greeley, Colorado.

Número campo	Tipo cultivo	Fecha siembra	Fecha de Cobertura efectiva	Fecha cosecha	Eficiencia de irrigación (fracción)	Agua disponible cm suelo	Máxima profundidad de raíces (metros)	Area (Ha)	Límite inferior disponible (fracción)	Límite superior del agua disponible (fracción)
1	Maiz	May 21	Jul 14	Oct. 2	0.54	0.12	1.2	2.42	0.4	0.8
2	Maiz	May 21	Jul 14	Oct. 2	0.52	0.12	1.2	2.51	0.4	0.8
3	Maiz	May 21	Jul 14	Oct. 2	0.58	0.12	1.2	4.86	0.4	0.8
4	Frejoles	Jun 6	Jun 26	Set. 2	0.46	0.12	0.9	2.73	0.3	0.7
5	Frejoles	Jun 6	Jun 26	Set. 2	0.46	0.12	0.9	2.73	0.3	0.7
6	Frejoles	Jun 6	Jun 26	Set. 2	0.46	0.12	0.9	2.73	0.3	0.7
7	Maiz	May 21	Jul 14	Oct. 2	0.58	0.12	1.2	3.72	0.4	0.8
8	Alfalfa	Mar 31	Jun 5	Jul. 9	0.62	0.12	1.8	1.58	0.4	0.8
9	Frejoles	Jun 6	Jun 26	Set. 2	0.52	0.12	0.9	3.12	0.3	0.7

Tabla 3.6. Número de unidades a irrigar con un caudal de 180 m³/hr

# Campo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
# Unidad	2	2	3	3	3	3	4	2	2

Tabla 3.7 Oferta de agua en múltiplos del caudal de 180 m³/hr .

# Día	1	2	3	4	5	6	7
Descargas	1	1	2	2	2	2	1

(múltiplos de 180 m³/hr)Tabla 3.8 Tiempo de irrigación requerido para una descarga de 180 m³/hr

# Campo	Día						
	1	2	3	4	5	6	7
1	10	11	-11	-12	-13	-14	-14
2	10	12	12	14	14	14	-16
3	18	18	21	21	24	-24	-24
4	6	9	9	9	9	-12	-12
5	6	9	9	9	9	-12	-12
6	6	9	9	9	9	-12	-12
7	8	12	12	12	12	-16	-16
8	17	18	19	20	-21	-22	-23
9	6	8	8	10	-10	-10	-12

(Nota: los números negativos indican que el agotamiento ha excedido el punto límite de la producción)

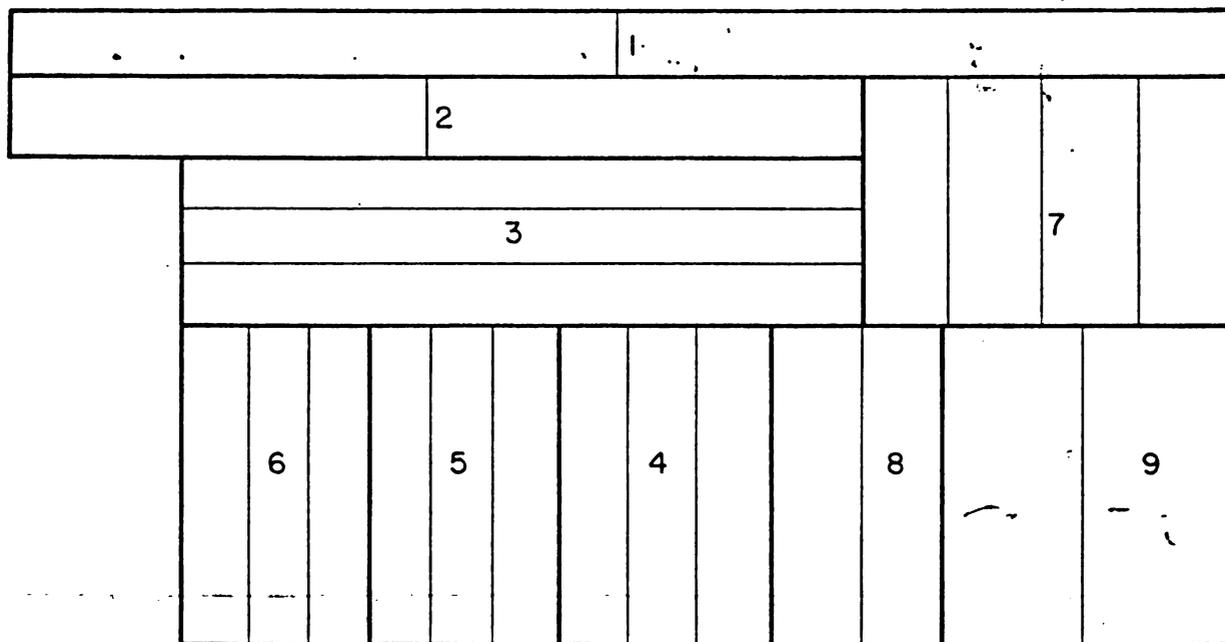


Figura 3.7 Campos de cultivo de Northern Colorado Research Demonstration Center

En este caso se aplica la función objetivo 1 que minimiza el uso total del agua. Se resuelve primero el problema via programación lineal ignorando las restricciones binarias en las variables. El listado de las restricciones del NICELP son presentadas a continuación. Note que para los días 3 a 6 los v_{it} son divididos entre 2 porque los caudales se han duplicado (el requerimiento de irrigación es la mitad de lo normal).

La solución óptima da un mínimo de uso de agua de 59.55 hrs (por semana). Existen sólo dos variables fraccionales: x_{31} , que corresponde al campo 8 del día 3 y x_{32} , del mismo campo para el día 4. A continuación se aplica la técnica de Branch y Bound para encontrar la solución binaria, a pesar que ya se tiene una solución aceptable ya que las variables fraccionales ocurren en el mismo campo en días consecutivos. El óptimo programa es irrigar el campo 3 en un 90% del día 1 y el resto en el siguiente. Si la solución óptima no divide el riego en días consecutivos o entre campos diferentes, la solución es difícil de implementar y se requerirá aplicar el algoritmo de Branch y Bound.

El costo de oportunidad revela interesante información. Fíjese en las variables con valor 0. En la mayoría de los casos son positivas (requisito de una solución óptima es que el costo de oportunidad no sea negativo) pero siempre se encuentra algún valor cero o cercano a él. Esto significa que la variable es básica y que tiene poco o ningún efecto en el costo total en la solución final. Esta es una forma efectiva de examinar soluciones alternativas que también pueden ser atractivas para los agricultores. La variable x_4 (riego en el campo 1 en el día 4) tiene un costo de oportunidad de 0.21, el cual es considerablemente bajo. Para forzar la nueva solución a regar este

campo el día 4 se tendrá que cambiar el coeficiente de la función objetivo de 6 a 0. Su solución da un mínimo de 54 horas, pero como se ha añadido 6 a las 54 horas anteriores se tendrá un total de 60, el cual es muy cercano a 59.55 hrs. pero con la ventaja que al primero tiene una solución binaria completa. Este procedimiento puede ser usado para escoger, entre una variedad de alternativas de solución y cual es la mas aceptable para los agricultores y operadores del sistema.

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE	VALUE	OPPORTUNITY COST
1	DECISION	0	4.210527
2	DECISION	0	5.210527
3	DECISION	1	0
4	DECISION	0	.2105263
5	DECISION	0	.7105263
6	DECISION	0	1.210526
7	DECISION	0	3.684211
8	DECISION	0	5.684211
9	DECISION	1	0
10	DECISION	0	.6842106
11	DECISION	0	.6842106
12	DECISION	0	.6842106
13	DECISION	0	7.5
14	DECISION	0	7.5
15	DECISION	0	.5526316
16	DECISION	1	0
17	DECISION	0	1.5
18	DECISION	1	0
19	DECISION	0	3
20	DECISION	1	0
21	DECISION	0	3
22	DECISION	1	0
23	DECISION	0	3
24	DECISION	0	2
25	DECISION	0	6
26	DECISION	0	.3157895
27	DECISION	0	0
28	DECISION	1	0
29	DECISION	0	7
30	DECISION	0	8
31	DECISION	.8947368	0
32	DECISION	.1052632	0
33	DECISION	0	1.789474
34	DECISION	0	3.789474
35	DECISION	1	0
36	DECISION	0	.7894737
37	SLACK CONSTRAINT	1 6	0
38	SLACK CONSTRAINT	2 24	0
39	SLACK CONSTRAINT	3 0	5.263158E-02
40	SLACK CONSTRAINT	4 12.44737	0
41	SLACK CONSTRAINT	5 18	0
42	SLACK CONSTRAINT	6 24	0

MINIMUM OBJECTIVE VALUE = 59.55263

CAPITULO 4

MODELAMIENTO DE REDES DE FLUJO PARA LA OPERACION INTEGRAL
DE SISTEMAS DE CUENCAS HIDROGRAFICAS

4.1 Introducción

Los capítulos anteriores se han centrado en el desarrollo de normas óptimas de operación de varias componentes del sistema de los recursos de agua. La aplicación integral del análisis de sistemas requiere de una metodología que conecte la operación de proyectos multipropósito en una cuenca o subcuenca hidrográfica. La optimización de los componentes en forma individual nunca darán mayores beneficios que el todo. Sin embargo existen dos dificultades principales para lograr estos objetivos:

1. A medida que los componentes del sistema crecen en el análisis multiperiodos, los requerimientos computacionales se incrementan exorbitantemente especialmente en microcomputadores.

2. La enorme colección y procesamiento de datos pueden sobrepasar las restricciones de tiempo, presupuesto, probabilidad de errores y además reduce la flexibilidad al estudiar las estrategias operacionales.

Para el análisis de la operación integral de las cuencas hidrográficas, una clase especial de programación lineal denominada algoritmos de redes de flujo es particularmente útil. Las referencias bibliográficas mencionan que esta técnica es dos veces más rápida (en tiempo de computadora) que el programa APEX III que usa el simplex revisado (Glover y Klingman, 1981). Esta facilidad la hace muy atractiva, especialmente en el caso de microcomputadores. La adición de la capacidad de fácil edición y preprocesamiento de datos - especialmente diseñado para problemas de recursos de agua - da confianza

a los operadores con poca experiencia computacional redundando en una menor entrada de errores y gran flexibilidad en el análisis operativo. Un modelo de estas características, denominado MODSIM, ha sido creado bajo estos propósitos. Antes de presentarlo se desarrollarán los conceptos básicos del modelamiento de redes de flujo.

4.2 Ejemplo de un Problema de Simulación de Redes

4.2.1 Definición del problema

Considerar el siguiente caso ilustrativo. Durante un mes en particular se descarga agua de un embalse con tres propósitos: (1) abastecimiento municipal mediante un ducto aguas abajo de la central hidroeléctrica (2) satisfacción de requerimientos irrigacionales en el nudo 2, y (3) generación de hidroelectricidad. La primera posee una mayor prioridad que las dos restantes pero la última es mayor que la segunda. El embalse recibe caudales del río y a la vez existen descargas secundarias (riachuelos) entre el nudo 1 y 2 incrementando la disponibilidad de agua en este último. Se asume que se está en un mes seco y que todo el caudal disponible es derivado en el nudo 2.

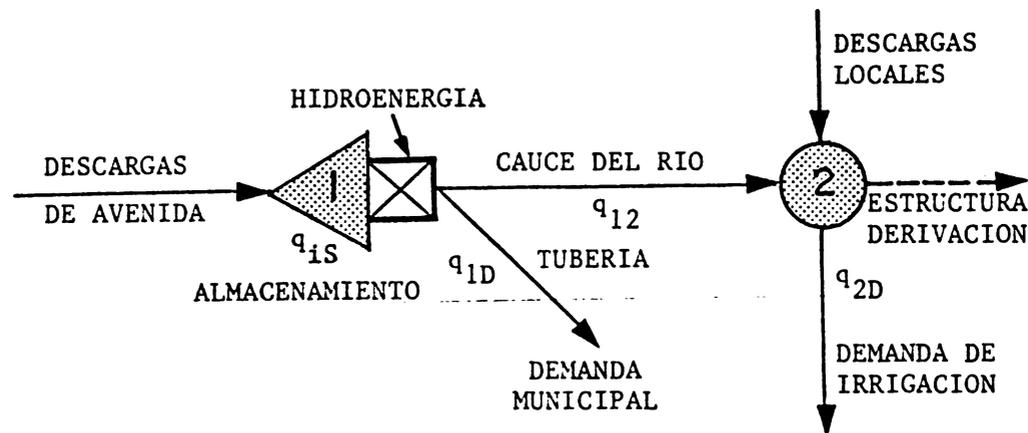


Figura 4.1 Un problema ilustrativo de red.

De acuerdo a la metodología de redes, todos los flujos deben terminar en un nudo, por lo tanto las descargas locales deberán ser concentradas en el nudo más cercano aguas abajo. La densidad de nudos se incrementará si se desea mayor precisión.

Los datos para este problema son (unidades arbitrarias):

	descargas de avenida	demanda	prioridad
nudo 1	2000	2000	900
nudo 2	1000*	3000	700

* En las descargas locales no están incluidas las aliviadas por el embalse

	flujo mínimo	flujo máximo	coeficiente de pérdida
rio	500	4000	0.10

Las prioridades son números arbitrarios que reflejan las preferencias relativas entre dos o más demandas.

Se han establecido en el embalse niveles de almacenamiento ideales para la mantención de una carga de agua en la central hidroeléctrica, las cual es alimentada por las descargas totales.

	capacidad mínima	capacidad máxima	almacenamiento inicial	almacenamiento objetivo al final del mes	prioridad
embalse (nudo 1)	1000	3000	1000	2000	800

Para el cálculo de pérdidas por evaporación se requiere las tasas esperadas de la misma y las curvas área-capacidad del embalse, pero con fines prácticos supondremos que representa el 5% del almacenamiento promedio en el mes.

Para la simulación del sistema se define el siguiente problema de optimización, cuya función objetivo es:

$$\text{maximizar } 900 q_{1D} + 800 q_{1S} + 700 q_{1D} \quad (4.1)$$

donde q_{1S} representa el almacenamiento remanente para el mes próximo. De acuerdo a lo manifestado en el Apéndice del Capítulo 2, se puede formular este problema como de minimización, sujeto a la satisfacción del balance de masa en cada nudo y manteniendo los caudales en sus límites especificados. Como se está en un mes de sequía no habrán alivios, siendo también no deseable mantener niveles por encima de los ideales en el embalse.

$$\text{minimizar } -900 q_{1D} - 800 q_{2S} - 700 q_{1D} \quad (4.2)$$

sujeto a:

$$q_{12} + q_{1D} + q_{1S} + 0.05(1000 + q_{1S})/2 \leq 1000 + 2000 \quad (4.3)$$

o,

$$q_{12} + q_{1D} + 1.025 q_{1S} \leq 2975 \quad (4.4)$$

$$q_{2D} = 0.90 q_{12} \leq 1000 \quad (4.5)$$

$$500 \leq q_{12} \leq 4000 \quad (4.6)$$

$$0 \leq q_{1D} \leq 2000 \quad (4.7)$$

$$0 \leq q_{2D} \leq 3000 \quad (4.8)$$

$$0 \leq q_{1S} \leq 2000 \quad (4.9)$$

La solución de este problema via NICELP es listado a continuación.

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE	VALUE	OPPORTUNITY COST
q12 1	DECISION	500	0
q1D 2	DECISION	2000	0
q1S 3	DECISION	463.4146	0
q2D 4	DECISION	1450	0
5	SLACK CONSTRAINT 1	0	780.4878
6	SLACK CONSTRAINT 2	0	700
7	SLACK CONSTRAINT 3	3500	0
8	SLACK CONSTRAINT 4	0	119.5122
9	SLACK CONSTRAINT 5	1536.585	0
10	SLACK CONSTRAINT 6	1550	0
11	SURPLUS CONSTRAINT 7	0	150.4878

Como una metodología alternativa, suponer que se incluirá las pérdidas de conducción y evaporación via aproximaciones sucesivas como en el Capitulo 2. Se comenzará ignorándolas y se calcularán a base de los nuevos resultados:

$$\text{minimizar } -900 q_{1D} - 800 q_{2S} - 700 q_{1D} \quad (4.10)$$

sujeto a:

$$q_{12} + q_{1D} + q_{1S} \leq 3000 \quad (4.11)$$

$$q_{2D} - q_{12} \leq 1000 \quad (4.12)$$

y ecuaciones (4.6) - (4.9)

Resolviéndolo por NICELP se tiene lo siguiente:

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE	VALUE	OPPORTUNITY COST
q12 1	DECISION	500	0
q1D 2	DECISION	2000	0
q1S 3	DECISION	500	0
q2D 4	DECISION	1500	0
5	SLACK CONSTRAINT 1	0	800
6	SLACK CONSTRAINT 2	0	700
7	SLACK CONSTRAINT 3	3500	0
8	SLACK CONSTRAINT 4	0	100
9	SLACK CONSTRAINT 5	1500	0
10	SLACK CONSTRAINT 6	1500	0
11	SURPLUS CONSTRAINT 7	0	100

Basado en esta solución, las pérdidas son:

$$\text{evaporación} = 0.05 (1000 + 500)/2 = 37.5$$

$$\text{pérdidas por conducción} = 0.10(500) = 50$$

Sustituyendo estos valores en las dos primeras restricciones se tiene:

$$q_{12} + q_{1D} + q_{1S} \leq 3000 - 37.5 = 2962.5$$

$$q_{1D} - q_{12} \leq 1000 - 50 = 950$$

El resultado por NICELP es:

VARIABLE NUMBER	VARIABLE TYPE		VALUE	OPPORTUNITY COST
q12 1	DECISION		500	0
q1D 2	DECISION		2000	0
q1S 3	DECISION		462.5	0
q2D 4	DECISION		1450	0
5	SLACK CONSTRAINT	1	0	800
6	SLACK CONSTRAINT	2	0	700
7	SLACK CONSTRAINT	3	3500	0
8	SLACK CONSTRAINT	4	0	100
9	SLACK CONSTRAINT	5	1537.5	0
10	SLACK CONSTRAINT	6	1550	0
11	SURPLUS CONSTRAINT	7	0	100

Con una iteración más se obtendrá una solución que directamente incluya estas pérdidas como un grupo de variables. La ventaja de este método es su formulación como un modelo de red de flujo de mínimo costo. Usando únicamente las redes solo se puede hacer balance de masa con restricciones en sus conexiones. Sin embargo el proceso iterativo descrito tiene en cuenta las pérdidas y las estima rápidamente (especialmente en microcomputadores) a diferencia de otros métodos disponibles.

4.2.2 Formulación de la red y solución gráfica

La primera condición en la formulación de redes es la satisfacción del balance de masa en cada nudo. Esto requiere la adición de nudos y conexiones artificiales (acumulan el volumen remanente para

el mes próximo, contienen las demandas totales, y almacenamientos iniciales y distribuyen las descargas) y nudos de balance de masa (distribuyen las entradas y salidas de agua en la red). Se observa el mismo problema anterior en la Figura 4.2 en la forma de la red, con tres parámetros en cada conexión : $(l_{ij}, u_{ij}; c_{ij})$; representando el límite inferior, superior y costo unitario. Aquí, $c_{1D} = -900$, $c_{1S} = -800$ y $c_{2D} = -700$.

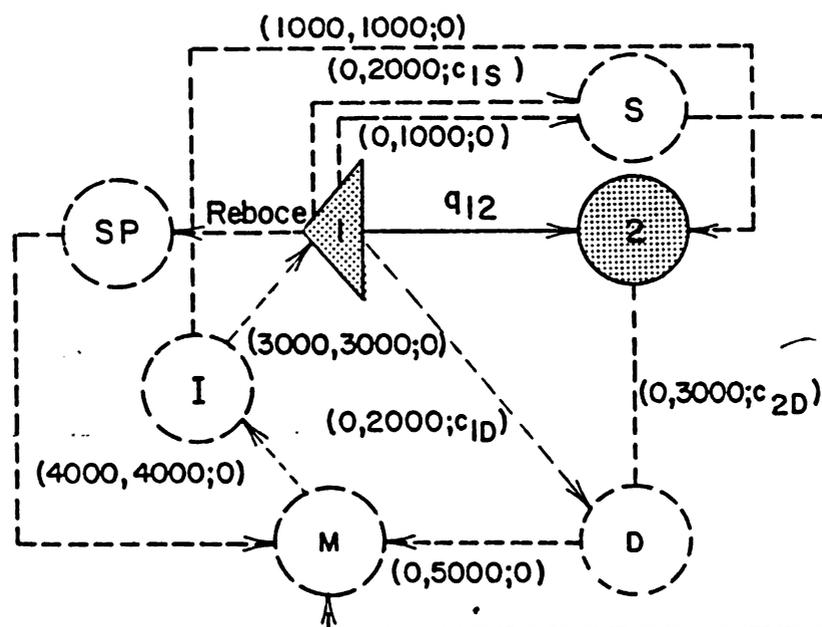


Figura 4.2 Problema presenta en forma de red de flujos.

Los nudos y conexiones que aparecen con líneas punteadas son artificiales y han sido agregados al sistema para tener una red de circuito cerrado. Para sistemas extensos el número de nudos artificiales se mantienen iguales pero las conexiones se incrementan.

I: nudo artificial de descargas de avenida y el total del almacenamiento inicial

- D: nudo de demanda artificial que acumula todo los requerimientos en el sistema
- S: nudo de almacenamiento artificial que contiene todos los almacenamientos remanentes en el sistema
- SP: nudo artificial de vertidos que almacena los volúmenes no controlables y no usables en el sistema
- M: nudo artificial de balance de masa que mantiene esta condición en el sistema.

Las conexiones artificiales que están unidas a los nudos de descargas de avenidas artificiales (más el almacenamiento inicial), tienen sus límites inferiores iguales a los superiores para obligar a usar exactamente el caudal especificado. Tienen además costo cero. Este no es el caso de las conexiones artificiales de demanda donde el límite inferior es cero en casos de escasez de agua y su costo corresponde a su respectiva prioridad.

Existen dos conexiones artificiales que parten del embalse hacia el nudo de almacenamiento artificial. Una tiene en cuenta el volumen remanente deseado para el siguiente periodo de 2000 unidades. Si existe un adicional por encima de ese nivel de (3000 - 2000 = 1000) es representado por la segunda conexión. Como este último tiene costo cero y el del nudo de almacenamiento objetivo es negativo (beneficio) de -800 entonces, la solución óptima será siempre suplir primero esta conexión.

La solución gráfica a este problema será:

$$\min -900q_{1D} - 800q_{1S} - 700q_{2D}$$

sujeto a:

$$3000 - q_{12} - q_{1S} - q_{1D} = 0$$

$$q_{12} + 1000 - q_{2D} = 0$$

$$0 \leq q_{1D} \leq 2000$$

$$0 \leq q_{2D} \leq 3000$$

$$0 \leq q_{1S} \leq 2000$$

$$0 \leq q_{12} \leq 4000$$

Resolviendo para q_{1D} y q_{2D} :

$$q_{1D} = 3000 - q_{12} - q_{1S}$$

$$q_{2D} = 1000 + q_{12}$$

sustituyendo esto en la función objetivo:

$$\begin{aligned} \min & - 900(3000 - q_{12} - q_{1S}) \\ & - 800q_{1S} \\ & - 700(1000 + q_{12}) \end{aligned}$$

o,

$$\min 200q_{12} + 100q_{1S}$$

sujeto a:

$$0 \leq (3000 - q_{12} - q_{1S}) \leq 2000$$

$$0 \leq (1000 + q_{12}) \leq 3000$$

$$0 \leq q_{1S} \leq 2000$$

$$0 \leq q_{12} \leq 4000$$

Las únicas variables que subsisten son q_{12} y q_{1S} . Estas restricciones

pueden ser escritas como:

$$q_{12} + q_{1S} \leq 3000$$

$$q_{12} + q_{1S} \geq 1000$$

$$q_{12} \leq 2000$$

$$q_{1S} \leq 2000$$

$$q_{12}, q_{1S} \geq 0$$

La región factible definida para los rangos de q_{12} y q_{1S} , que satisfacen todas las restricciones arriba mencionadas, son mostradas graficamente en la Figura 4.3.

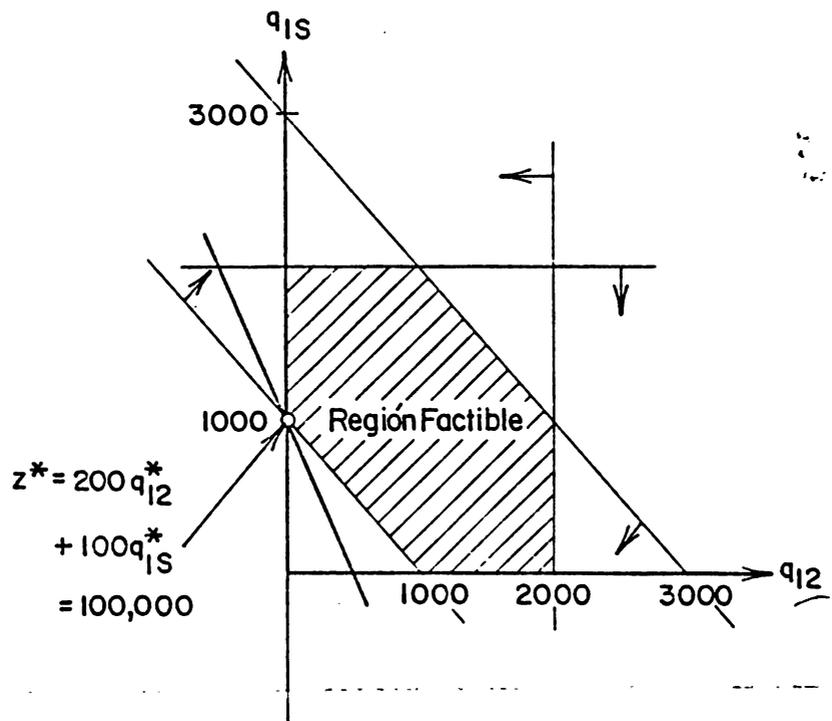


Figura 4.3 Región factible para la solución gráfica.

La función objetivo es:

$$\min z = 200 q_{12} + 100 q_{1S}$$

o,

$$q_{1S} = -\frac{200}{100} q_{12} + \frac{z}{100}$$

Para cualquier valor de z , la pendiente de la función objetivo es -2 .

Optimizar el valor de z significa trasladar una línea de pendiente -2 a la izquierda tan lejos como sea posible pero teniendo, al menos, un punto factible en la misma. Este será óptimo,

$$q_{12}^* = 0 \quad q_{1S}^* = 1000$$

Mediante el balance de masa,

$$q_{1D}^* = 2000 \quad q_{2D}^* = 1000$$

Por lo tanto, el nudo de demanda 1 recibe completa dotación. Al final del periodo el volumen en el embalse 1 es deficitario en 1000 y no recibe flujo alguno la demanda del nudo 2. El volumen final de 1000 es añadido a las descargas de entrada del próximo periodo. Así se continúa para los siguientes periodos de simulación. Intercambiando estas prioridades se obtendría, por supuesto, una diferente distribución de flujos.

Algunas variaciones serán ahora consideradas. Supongamos que $OPRP_1 = 30$ en vez de 20. Entonces,

$$z = 200 q_{12} + 200 q_{1S}$$

la pendiente de la función objetivo del gráfico mostrado es -1. Esto significa que

$$q_{12}^* = 0 \quad q_{1S}^* = 1000$$

o

$$q_{12}^* = 1000 \quad q_{1S}^* = 0$$

son óptimos. MODSIM escoge uno de ellos arbitrariamente. Estos casos de igualdad son raros en ejercicios complejos, pero sirven para mostrar que es mejor asignar distintas prioridades y preferentemente no muy próximas entre ellas.

Pérdidas en los canales y evaporación no han sido considerados en este ejemplo. Su inclusión significaría un ajuste en las condiciones de borde, o sea, que la líneas en la Figura 4.3 deberían ser rearrregladas de tal manera que se obtendría una solución diferente.

4.2.3 Solución por el método de out-of-kilter

Ahora se resolverá el mismo problema con un algoritmo para mínimos costos denominado método out-of-kilter. A pesar que existen diferentes técnicas para resolver redes, recientes investigaciones de

Bertsekas (1985) han demostrado que el presente se ubica entre los más eficientes. Este fue originalmente desarrollado por Ford y Fulkerson (1962).

Existen varias ventajas particulares de este método, como son:

1. Los cálculos están restringidos a cantidades enteras lo cual contribuye en gran medida en la velocidad de solución en microcomputadores.

2. No se requiere de la fase I para la obtención de una solución factible inicial, a diferencia de otros metodos de programación lineal primal.

3. Las operaciones matemáticas no incurren en división o inversión de matrices lo cual es importante cuando se trata de microcomputadores de baja precisión.

Para este ejercicio no todos los nudos artificiales son necesarios. Se usará la red simplificada de circuito cerrado mostrada a continuación, donde cada nudo ha recibido un número en particular. Todas las cantidades están en unidades de 100.

Red G:
(10,10;0)

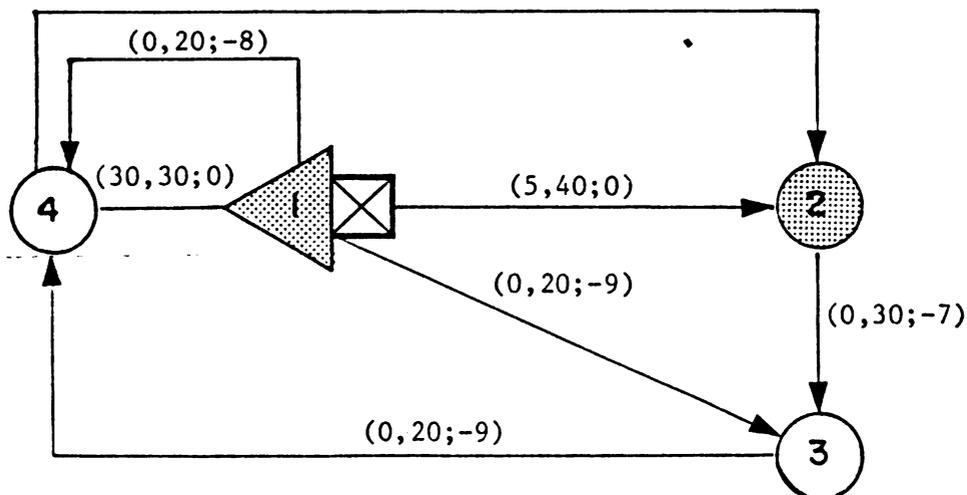


Figura 4.4 Red simplificada para su solución via el método de out-of-kilter.

La variable de decisión, q_{ij} , representa el flujo del nudo i al j . La formulación general es:

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} q_{ij} \quad (4.13)$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n q_{ij} - \sum_{k=1}^n q_{ki} = 0 \text{ [balance de masa]} \quad (4.14)$$

(para $i=1, \dots, n$)

$$q_{ij} \geq l_{ij} \quad (4.15)$$

$$q_{ij} \leq u_{ij} \quad \text{[restricciones en las conexiones]}$$

$$[o -q_{ij} \geq -u_{ij}] \quad (4.16)$$

$$q_{ij} \text{ libre} \quad (4.17)$$

(para todos $i, j=1, \dots, n$)

Se supone que cualquier conexión no factible (i, j) tiene asignado un costo infinito y por lo tanto son ignoradas. También $0 \leq l_{ij} \leq u_{ij}$.

Una columna típica de la matriz A para cualquier conexión (i, j) es:

	q_{ij}	variable dual
nudo i	+1	w_i
⋮		
nudo j	-1	w_j
⋮		
conexión (i, j)	+1	v_{ij}
⋮		
conexión (i, j)	-1	h_{ij}

Para este problema la matriz A es:

	q_{12}	q_{13}	q_{14}	q_{23}	q_{34}	q_{41}	q_{42}		
minimizar	0	-9	-8	-7	0	0	0		
s.a.									
nudo 1:	1	1	1			-1		= 0	
nudo 2:	-1			1			-1	= 0	
nudo 3:		-1		-1	1			= 0	
nudo 4:			-1		-1	1	1	= 0	
restricción de las conexiones	}	1						≥ 5	
			1					≥ 0	
				1				≥ 0	
					1			≥ 0	
						1		≥ 0	
							1	≥ 30	
								1	≥ 10
			-1						≤ -40
				-1					≤ -20
					-1				≤ -20
				-1			≤ -30		
					-1		≤ -50		
						-1	≤ -30		
							-1	≤ -10	

Como se manifestó en el Apéndice del Capítulo 2, para cada problema de PL (primal) existe una formulación dual. Las columnas de la primal (i,j) se convierten en las filas de la dual (i,j) y habrá exactamente una de estas por cada restricción de la primal.

Las variables duales para las restricciones de los nudos se denotan como w_j , mientras que sus restricciones para los límites inferiores y superiores son v_{ij} y h_{ij} , respectivamente.

$$\text{fila } (i,j) \quad w_i - w_j + v_{ij} - h_{ij} = c_{ij} \quad (4.18)$$

para la dual: w_i no restringida

$$h_{ij}, v_{ij} \geq 0$$

para todos i,j)

Como la primal de las restricciones de los nudos son inecuaciones - de acuerdo a la teoría de PL - las correspondientes w_i no son necesariamente no negativas pero pueden ser libres. A la vez como las restricciones son inecuaciones, entonces v_{ij} y h_{ij} deben ser no negativas. Por lo tanto la restricción de la dual para la columna (i,j) es escrita con una ecuación de restricción ya que las variables originales q_{ij} de la primal son variables no restringidas. No se necesita designarlas como variables no negativas pues se conoce que las otras restricciones de la formulación las mantienen entre un estricto límite superior e inferior (positivos o cero). Por lo tanto, las correspondientes restricciones duales son fijadas como ecuaciones.

La teoría de dualidad en PL manifiesta que una solución es óptima si cumple cuatro condiciones:

1. factibilidad de la primal en las restricciones de los nudos (ecuación 4.14)
2. factibilidad de las restricciones en las conexiones (ecuaciones 4.15 and 4.16)
3. factibilidad de la dual (ecuación 4.18)
4. holgura complementaria entre la primal y dual (Apéndice A del Capítulo 2). Para este problema es:

$$(a) v_{ij}^* > 0 \quad \text{entonces} \quad q_{ij}^* = l_{ij} \quad (4.19)$$

$$(b) h_{ij}^* > 0 \quad \text{entonces} \quad q_{ij}^* = u_{ij} \quad (4.20)$$

$$(c) q_{ij}^* > l_{ij} \quad \text{entonces} \quad v_{ij}^* = 0 \quad (4.21)$$

$$(d) q_{ij}^* < u_{ij} \quad \text{entonces} \quad h_{ij}^* = 0 \quad (4.22)$$

La estrategia del OKM es la relajación. Esto es, primero se relajan temporalmente las condiciones de optimalidad de 2 y 4, teniéndose en cuenta la satisfacción de las otras. De la ecuación 4.18 se tiene,

$$z_{ij} = w_i - w_j - c_{ij} \quad (4.23)$$

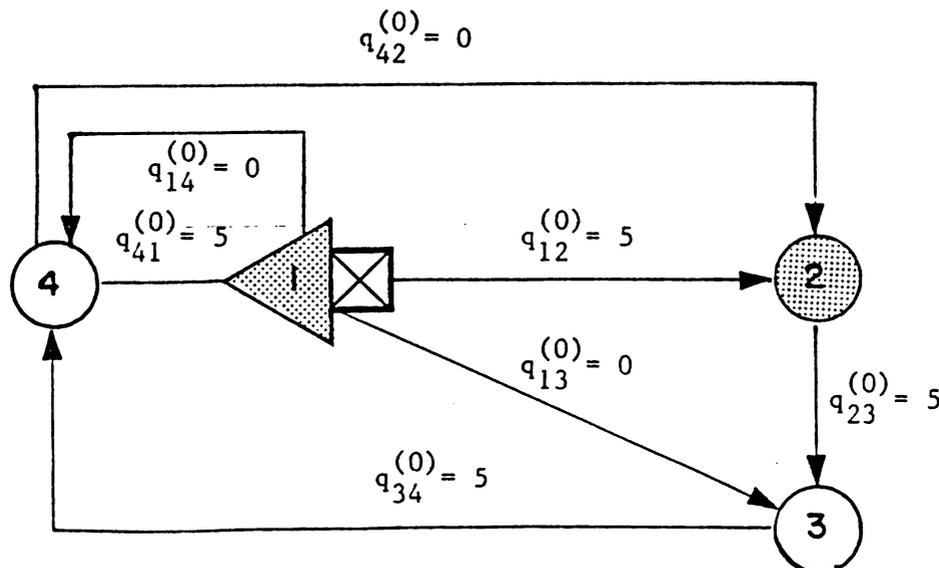
De la holgura complementaria (ecuación 4.19) si $h_{ij} = 0$, entonces:

$$v_{ij} = \max(0, -z_{ij}) \quad [\text{para } q_{ij} < u_{ij}] \quad (4.24)$$

si $v_{ij} = 0$ se tiene:

$$h_{ij} = \max(0, z_{ij}) \quad [\text{para } q_{ij} > l_{ij}] \quad (4.25)$$

Se comienza asumiendo un grupo de valores para $w_i^{(0)}$ y una solución $q_{ij}^{(0)}$ inicial que satisface el balance de masa para cada nudo sin necesidad de ser factibles. En este caso fijemos todos las w_i como cero. Como el flujo mínimo en la conexión (1,2) es 5 unidades, el flujo en las conexiones (1,2), (2,3), (3,4) y (4,1) serán iguales a 5. El resto de los flujos serán cero.



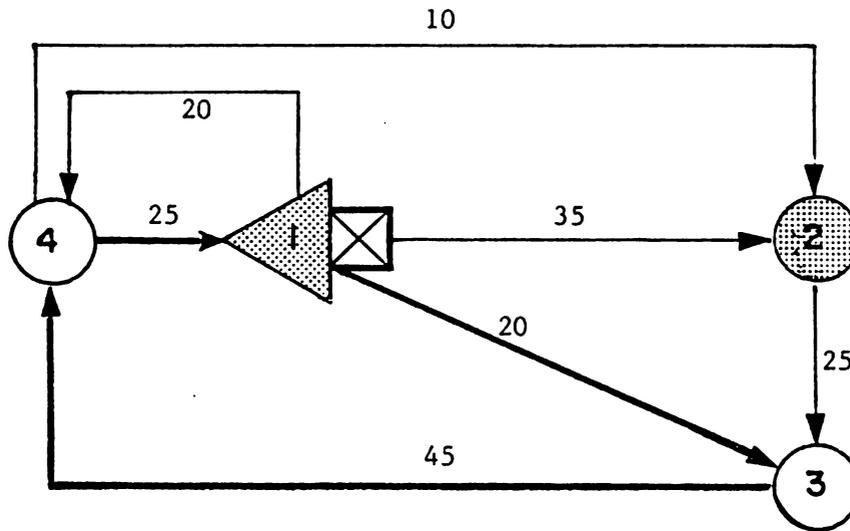
La siguiente tabla contiene un resumen de los datos iniciales del problema. La columna final es llamada números de kilter y representa el grado de no factibilidad (en valor absoluto) de los flujos en las conexiones.

conexión	$w_i^{(0)}$	$w_j^{(0)}$	c_{ij}	z_{ij}	l_{ij}	$q_{ij}^{(0)}$	u_{ij}	Kilter # K_{ij}
(12)	0	0	0	0	5	5	40	0
(13)	0	0	-9	9	0	0	20	20
(14)	0	0	-8	8	0	0	20	20
(23)	0	0	-7	7	5	5	30	25
(34)	0	0	0	0	5	5	50	0
(41)	0	0	0	0	30	5	30	25
(42)	0	0	0	0	10	0	10	10
							total	100

Notar que las conexiones (1,3), (1,4) y (2,3) tienen números de kilter de 20, 20 y 25 no porque sean no factibles sino porque sus valores correspondientes de z_{ij} son positivos, lo cual viola la holgura complementaria que requiere que los flujos sean exactamente iguales a sus límites superiores. Existen 100 números de kilter mientras que nuestro objetivo es reducirlos sistemáticamente a cero para lograr la solución óptima.

Fase Primal: primeramente hay que ver en la red si es posible encontrar circuitos en donde se pueden cambiar los flujos para disminuir el número de kilter sin violar el balance de masa. Para esto se crea una red incremental denominada G' que no representa la real pero contiene la máxima cantidad de flujo que puede ser transportado en una dirección en relación con la solución actual sin violar la holgura complementaria.

Red G'



Por ejemplo, en la conexión (1,2) el flujo es 5 ($\times 100$) unidades. Si su capacidad es 40, existe un potencial de incrementar 35 unidades adicionales y será el que corresponderá al valor de la nueva conexión. En esta red incremental G' se observa el siguiente circuito:

(1,3) a (3,4) a (4,1)

se puede circular un incremento mínimo de flujo de

mínimo (20, 45, 25) = 20 unidades

Un circuito siempre debe terminar en el nudo de partida. Este es llamado "breakthrough."

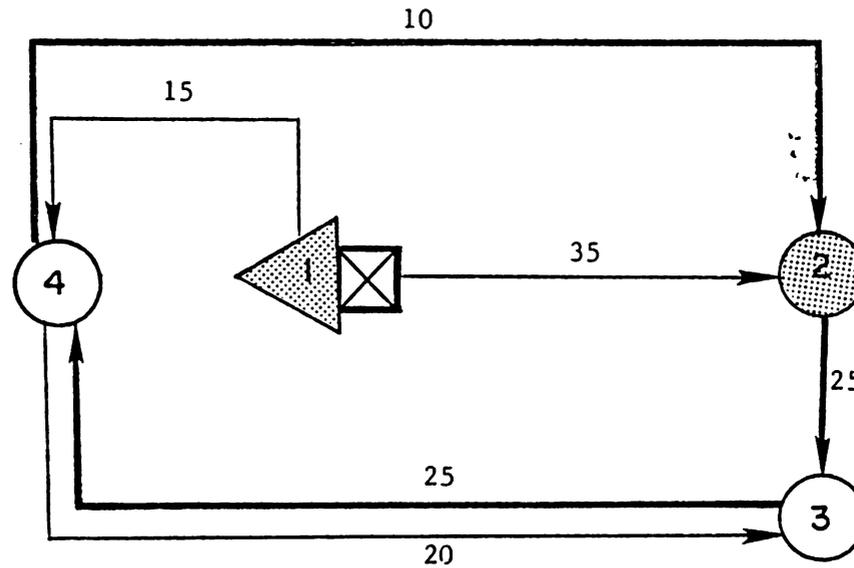
Veamos otro circuito:

(1,4) a (4,1)

este permite un máximo incremento de:

mínimo (20, 5) = 5

y también hay un circuito (4,2) a (2,3) a (3,4) con un flujo de min (10, 25, 25) = 10.

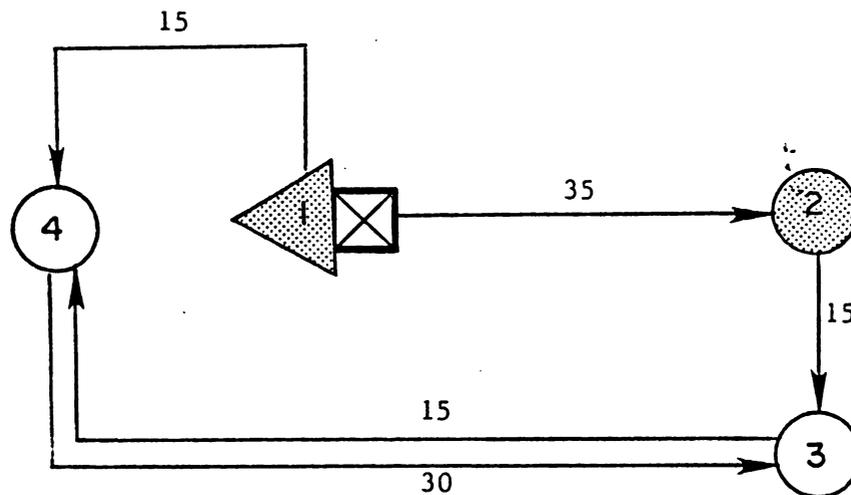


La tabla de datos es ahora:

conexión	$w_i^{(0)}$	$w_j^{(0)}$	c_{ij}	z_{ij}	l_{ij}	$q_{ij}^{(1)}$	u_{ij}	Kilter # K_{ij}
(12)	0	0	0	0	5	5	40	0
(13)	0	0	-9	9	0	20	20	0
(14)	0	0	-8	8	0	5	20	15
(23)	0	0	-7	7	5	15	30	15
(34)	0	0	0	0	5	35	50	0
(41)	0	0	0	0	30	30	30	0
(42)	0	0	0	0	10	10	10	0
							total	30

Se ha reducido el número de kilter de 100 a 30.

Se formula luego una nueva red G' sin circuitos debido a los valores asumidos de w_i . Este es llamado "no breakthrough."



Las modificaciones en w_i se le denomina fase dual:

Fase Dual:

1. Se escoge una conexión que tiene un número de kilter positivo, como por ejemplo la (2,3)
2. Sea X el grupo de nudos de la red G' que parten del 3 inclusive

$$X = \{3,4\}$$

Al resto de nudos se les designa como Y :

$$Y = \{1,2,5\}$$

3. Recordar que

$$z_{ij} = w_i - w_j - c_{ij}$$

se desea cambiar w_i pero sin empeorar la situación del número de kilter. Para lograrlo habrá que unir los nudos de X al de Y , o viceversa.

- (a) Veamos el primer caso:

Estamos particularmente interesados en aquellas conexiones donde:

$$z_{ij} < 0 \text{ y } q_{ij} \leq u_{ij}$$

Por lo tanto es mejor incrementar z_{ij} sin pasar de cero.

La holgura complementaria sería violada si $q_{ij} < u_{ij}$. Si

la conexión está en out-of-kilter y si se incrementa z_{ij}

hasta cero su status no varía. Por lo tanto,

$$S_1 = (\phi)$$

(b) El segundo caso será:

$$z_{ij} > 0 \text{ y } q_{ij} \geq l_{ij}$$

Nuevamente decreciendo z_{ij} reduce el número de kilter

pero sin pasar a la zona negativa. Este grupo quedaría

como:

$$S_2 = \{(1,3), (1,4), (2,3)\}$$

4. Como no se desea ningún z_{ij} con signo cambiado se escoge una conexión en el grupo S_2 con el menor valor absoluto de z_{ij} .

para la conexión (1,3) $|z_{ij}| = 9$

para la conexión (1,4) $|z_{ij}| = 8$

para la conexión (2,3) $|z_{ij}| = 7^*$ MINIMO

Se obtiene $\theta = 7$.

La presente fórmula comprueba que los valores de z_{ij} están correctamente ajustados.

$$\text{nuevo } w_i = \begin{cases} w_i + \theta & \text{para todos los } i \text{ en el grupo X} \\ w_i & \text{para todos los } i \text{ en el grupo Y} \end{cases}$$

Como,

$$z_{ij} = w_i - w_j - c_{ij}$$

Entonces:

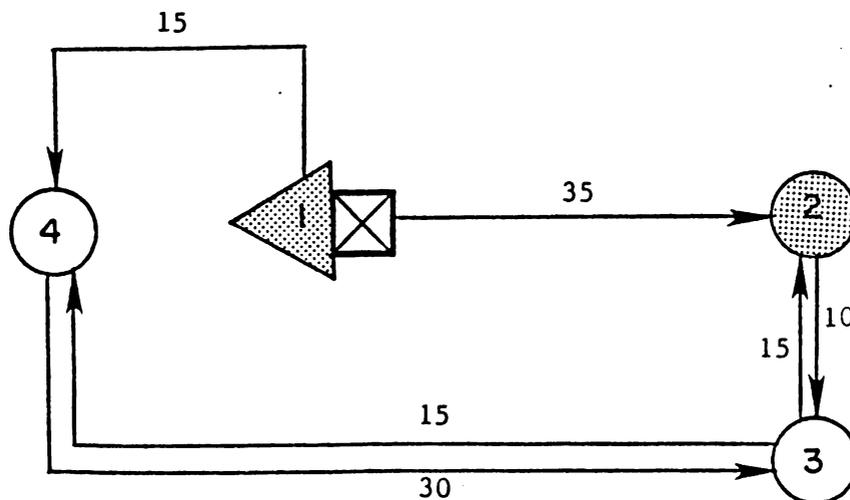
- Si i y j están en Y no hay un cambio en z_{ij}
- Si i y j están en X , también no hay cambio
- Si i está en X y j en Y , z_{ij} se incrementa en θ
- Si i está en Y y j en X , z_{ij} decrece en θ

Con los nuevos valores ajustados de w_i , se puede regresar a la fase primal:

conexiones	$w_i^{(1)}$	$w_j^{(1)}$	c_{ij}	z_{ij}	l_{ij}	$q_{ij}^{(1)}$	u_{ij}	Kilter # K_{ij}
(12)	0	0	0	0	5	5	40	0
(13)	0	7	-9	2	0	20	20	0
(14)	0	7	-8	1	0	5	20	15
(23)	0	7	-7	0	5	15	30	0
(34)	7	7	0	0	5	35	50	0
(41)	7	0	0	7	30	30	30	0
(42)	7	0	0	7	10	10	10	0
								total 15

Gracias a la fase dual el número de kilter se ha reducido a 15.

A continuación construirá una nueva red G' a base de esta solución que es "no breakthrough."



La conexión (1,4) es la única que está fuera del out-of-kilter, siendo factibles todos los flujos restantes. Una nueva iteración con la fase dual será suficiente para encontrar el óptimo. Para conexión (1,4):

$$\text{grupo } X = (2,3,4) \text{ y } Y = (1)$$

Nuevamente S_1 está vacía pero no S_2 :

$$S_2 = \{(1,3), (1,4)\}$$

por lo tanto $\theta = \min(|2|, |1|) = 1$

Regresando a la fase primal se sabe ya que se ha encontrado el óptimo al modificar w_i y reducir el número de kilter a 0.

Las variables duales originales v_{ij} y h_{ij} se reconstruyen como:

$$v_{ij} = \max(0, -z_{ij})$$

$$h_{ij} = \max(0, z_{ij})$$

conexión	$w_i^{(2)}$	$w_j^{(2)}$	c_{ij}	z_{ij}	v_{ij}	h_{ij}	ℓ_{ij}	$q_{ij}^{(1)}$	u_{ij}	Kilter # K_{ij}
(12)	0	1	0	-1	1	0	5	5	40	0
(13)	0	8	-9	1	0	1	0	20	20	0
(14)	0	8	-8	0	0	0	0	5	20	15
(23)	1	8	-7	0	0	0	5	15	30	0
(34)	8	8	0	0	0	0	5	35	50	0
(41)	8	0	0	8	0	8	30	30	30	0
(42)	8	1	0	7	7	0	10	10	10	10
									total	0

La solución corresponde exactamente a la encontrada por PL.

Se puede usar con el out-of-kilter el mismo procedimiento de aproximaciones sucesivas, realizado con NICELP, para la evaporación y pérdidas en canales.

4.3 Metodología del Modelo MODSIM

4.3.1 Suposiciones básicas

MODSIM se basa en un sistema de redes de flujo permitiendo que la gran mayoría de los sistemas de recursos de agua sean representados físicamente. Los componentes del sistema son representados en una red con nudos, tanto de almacenamiento (p.e. embalses) como de no almacenamiento (p.e. canales, tuberías y secciones de ríos). Para considerar las demandas, los flujos, y las reglas propuestas para la operación del embalse, varios nudos y conexiones deben ser creados de tal manera que se asegure la circulación natural de la red, la cual es una condición necesaria si es que se desea utilizar el algoritmo out-of-kilter. Se debe notar que el usuario debe conocer e ingresar la red real. Todas las conexiones de nudos artificiales son creadas automáticamente por el modelo.

Las consideraciones básicas asociadas al modelo son mencionadas a continuación:

1. Todos los nudos de almacenamiento y conexiones deben ser colocados con sus límites superiores e inferiores los cuales pueden a variar en el tiempo.
2. Cada conexión debe ser unidireccional con respecto al flujo.
3. Todos los flujos, demandas y pérdidas deben ser acumuladas en los nudos. Incrementando la densidad de nudos en la red se incrementa la exactitud de la simulación.
4. Nudos de importación pueden ser incorporados para que ingrese agua de cuencas vecinas.
5. Cada embalse puede también ser considerado como un nudo de vertidos (pérdida de agua).

6. Los derrames o volúmenes vertidos son los más "caros" en la transferencias de agua, de tal forma que el modelo siempre busca disminuirlos. Las descargas para generación de energía pueden ser considerados a través de otras conexiones adicionales (aguas abajo de la planta de energía) de alto costo.
7. Las normas de operación del embalse son proveídas por el usuario, de acuerdo al volumen de almacenamiento para cada reservorio al término de cada semana o mes.

Haciendo uso del balance de la masa en la red, MODSIM resuelve los siguientes problemas lineales de optimización via el algoritmo out-of-kilter:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} q_{ij} \quad (4.26)$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^N q_{ij} - \sum_{i=1}^N q_{ji} = 0; \quad j=1, \dots, N \quad (4.27)$$

$$l_{ij} \leq q_{ij} \leq u_{ij}; \quad i, j=1, \dots, N \quad (4.28)$$

$$l_{ij} \geq 0$$

donde

q_{ij} = valor entero del flujo entre el nodo i y el j

c_{ij} = factor de peso por unidad de flujo del nodo i al j

l_{ij} = límite inferior de flujo en la conexión que une el nodo i y el j

u_{ij} = límite superior de la conexión que conecta el nodo i y el j

El OKM es un algoritmo extremadamente eficaz que toma considerable ventaja de la estructura de redes de flujo.

4.3.2 Características del modelo MODSIM

Niveles de almacenamiento objetivo: MODSIM computa el estado hidrológico a base semanal o mensual considerando el almacenamiento del embalse y los flujos de entradas a los mismos. Asociados a estos estados (promedio, seco, y húmedo) existe un grupo de reglas operativas con prioridades categorizadas. Estos tres estados hidrológicos son computados mediante la selección total o parcial de los embalses del sistema (a criterio del usuario) y ejecutando el análisis siguiente:

$$R = \sum_{i=1}^N V_{it} + \sum_{i=1}^N I_{it} \quad (4.29)$$

$$W = \sum_{i=1}^N V_{imax} \quad (4.30)$$

donde

N - número de embalses en el sistema o sub-sistema

t - semana o mes de la operación (actual)

I_t - pronóstico del flujo no regulado durante el periodo t

V_{it} - almacenamiento inicial en el mes o semana t en el embalse i .

V_{imax} - capacidad de almacenamiento para el embalse i , la cual puede ser menor que la capacidad máxima del almacenamiento.

El usuario también especifica los límites superiores e inferiores en el estado promedio como fracciones del total de la capacidad del sub-sistema de almacenamiento:

$$LB = x_1 W \quad (4.31)$$

$$UB = x_2 W \quad (4.32)$$

donde:

LB = límite inferior del estado promedio

UB = límite superior del estado promedio

x_1 = porcentaje que define el límite inferior sobre el estado promedio

x_2 = porcentaje que define el límite superior sobre el estado promedio

Los estados hidrológicos son definidos de la siguiente manera:

Seco: $R < LB$

Promedio: $LB \leq R \leq UB$

Húmedo: $R > UB$

Mediante el mencionado método de cálculo de las reglas objetivo de operación para largos periodos de análisis, solamente tres niveles de almacenamiento objetivo pueden ser usados por cada embalse. Sin embargo, esta opción ha sido incluida en MODSIM de tal manera que el usuario pueda ingresar niveles de almacenamiento objetivo por separado para cada embalse y para cada semana o mes.

Prioridades variables: solamente pueden ser incluidas tres diferentes prioridades por cada nudo (almacenamiento y/o demanda) las cuales corresponden a las condiciones húmedas, promedio o secas (para el análisis de sequías, el usuario puede definir estos estados como muy severo, seco y promedio). Una opción ha sido añadida por la cual el usuario ingresa prioridades separadas para cualquier nudo para cada trimestre o año. Esto significa que en vez de un máximo de tres prioridades (húmedos, promedio o sequía) una prioridad variable puede ser ingresada por cada trimestre o año. Un trimestre, en la versión actual de MODSIM, está compuesto por 12 semanas.

Nudos de Importación: MODSIM considerara una cantidad variable de nudos de importación.

Tablas de Elevación-Capacidad-Area: El programa acepta hasta un máximo de 18 puntos de las curvas elevación-área-volumen para cada embalse.

Hidroenergía: MODSIM tiene la capacidad de calcular la potencia, la cual es calculada de la siguiente manera:

$$KW = kQhe$$

donde:

KW = potencia promedio por periodo (kilovatios)

Q = descargas a través de las turbinas (m^3/s)

h = carga de agua promedio (m)

e = eficiencia de las turbinas (o una tabla de valores como una función de Q y h)

k = 3.729 para Q en $10^6 m^3/mes$ y h en metros

También calcula la energía generada en el periodo de tiempo asignado debiéndose ingresar el número de horas de generación.

Límites variables superiores e inferiores en las conexiones: Toda conexión física en la red debe tener su límites superiores e inferiores. Se permite al usuario ingresar valores fijos por cada conexión o variables durante los 12 meses o semanas.

Demanda de Flujo en las conexiones (flow-through demand): El programa MODSIM considera una demanda de agua en una conexión para usos de navegación, control de la contaminación del agua, mantenimiento ecológico, etc. y que puede ser derivada posteriormente. También calcula las pérdidas en la red.

Costo Variable de la Conexión: El modelo dispone, automáticamente, la colocación de pseudo precios para los flujos en las secciones del río igual a una unidad e igual a dos unidades en los ductos de bombeo. En problemas donde es deseado incluir costos de bombeo, MODSIM provee una opción adicional que permite incluir los costos individuales variables de la conexión de la red.

Opciones de las Salidas (Resultados): Las cuales incluyen: impresión de datos resumen de los resultados en el periodo considerado para cada nudo de demanda y embalses; tablas resumen de los flujos en las conexiones; total de energía y potencia generada; gráficos del almacenamiento de los embalses y conexiones por cada semana o mes.

Pérdidas en Canales: MODSIM tiene la capacidad de extraer directamente las pérdidas en los canales. Se debe asignar un coeficiente de pérdida que representa la fracción del volumen (en la cabecera de la conexión) perdido en la conexión. La sub-rutina CHANLS calcula la pérdidas esperadas en canales para cada semana o mes. El procedimiento es el siguiente: primero, se resuelve la red de flujo, vía el algoritmo out-of-kilter, sin considerar pérdida alguna. Inicialmente, se fijan todos los flujos iguales a cero o el límite inferior mayor que cero. Las pérdidas de cada conexión son computadas mediante la multiplicación de los coeficientes de pérdida veces el flujo calculado y, ésta es considerada como demanda a un nudo aguas abajo. El algoritmo out-of-kilter es resuelto nuevamente con un incremento en la demanda. La solución inicial factible se hace igual a la solución previa de flujo óptimo. Nuevas pérdidas en la conexión son computadas y el procedimiento es repetido hasta que ocurra una convergencia aceptable.

Conexiones de Flujo Artificiales: Conectan cada nudo real (de almacenamiento y no almacenamiento) con uno artificial (la Figura 4.2). El límite inferior se iguala al superior y a su vez al flujo de entrada de cada nudo real. De esta manera, el modelo restringe las entradas de flujos a cada uno de los nudos. El costo por unidad (c_{ij} de la ecuación 4.26) se fija igual a cero.

Conexiones Artificiales de Demanda: Dos conexiones de demanda unen cada nudo real con uno artificial. El límite inferior en el primero se hace igual a cero mientras que el límite superior se iguala a la demanda asociada con cada nudo real. El costo para cada conexión de demanda artificial es calculado de la siguiente manera:

$$(c_{ij})_t = -[1000 - (DEMR_{it} \cdot 10)] \quad (4.33)$$

donde:

$(c_{ij})_t$ = costo real, seudo costo o factor de prioridad por unidad de flujo del nudo real i al artificial j durante el periodo t

$DEMR_{it}$ = prioridad de alcanzar una cierta demanda en el nudo i durante el periodo t (va de 1 a 99; un menor valor representa una mayor prioridad)

j = demanda de nudo artificial

i = nudo real

t = periodo de tiempo (semana, mes, etc.)

Si se desea un incremento en la prioridad de un nudo de demanda, el valor numérico de DEMR tiene que decrecer. Esto se debe a que el c_{ij} representa un costo negativo (beneficio) haciendo el transporte de agua a esta conexión más ventajoso que a otras, asumiendo que los otros costos permanecen constantes. De esta manera, las prioridades y

demandas puestas para cada nudo son utilizadas adecuadamente en la simulación de prioridades y preferencias operacionales. Se debe reiterar que un menor valor de $DEMR_{it}$ implica una mayor prioridad en la satisfacción de la demanda. Flujos en exceso de lo demandado están ubicados en una segunda conexión con una prioridad cero.

Nudos de Almacenamiento Artificiales Propuestos y Finales: Con el fin de proveer capacidad de almacenamiento en la red, es creado otro nudo artificial con conexiones a todos los otros nudos reales. Los flujos en estas conexiones son considerados como volúmenes de almacenamiento en el resultado final para el periodo comprendido. Para cada nudo de almacenamiento real existen dos conexiones artificiales unidas al nudo de almacenamiento artificial. Una conexión contiene el almacenamiento propuesto y la otra el almacenamiento resultante. El límite inferior de la conexión de almacenamiento propuesta es fijado a la capacidad mínima del embalse, más un estimado de la evaporación esperada entre el estado actual al mínimo nivel de almacenamiento. Sin embargo, si el límite inferior de la conexión artificial (conectada al embalse en estudio) es menor que el límite inferior del almacenamiento deseado en la conexión, este último es reemplazado por el primero. Esta condición es necesaria para mantener la factibilidad de la red y el balance de masa. El nivel superior deseado en la conexión es el almacenamiento objetivo, más un estimado de la evaporación entre el nivel actual del embalse y el almacenamiento objetivo. El costo (negativo) asociado con la transferencia de una unidad de flujo a través del requerido almacenamiento de una conexión se calcula usando una ecuación similar a la 4.33.

$$(c_{ik})_t = -[1000 - (OPRP_{it} \cdot 10)] \quad (4.34)$$

donde:

$(c_{ik})_t$ - costo de transportar una unidad de agua del nudo real i al nudo de almacenamiento artificial k durante el periodo t

$OPRP_{it}$ - prioridad ingresada por el usuario para los niveles de almacenamiento objetivo del nudo i durante el periodo t

k - nudo de almacenamiento artificial

i - nudo real

t - periodo de tiempo

Un nudo de almacenamiento final debe ser empleado para compensar aquellas situaciones que, debido a la naturaleza de los flujos y prioridades, el almacenamiento del embalse exceda el nivel objetivo. Estos están conectados a cada reservorio con el nudo artificial de almacenamiento, de la misma forma que la conexión de almacenamiento deseada. Sin embargo, el límite inferior y su costo son iguales a cero. El límite superior es igual a las diferencias entre la capacidad máxima de almacenamiento y el del nivel objetivo de almacenamiento, menos un estimado de la evaporación. El volumen total de los nudos de almacenamiento en la red se convierten en la suma del flujo de las dos conexiones, después de haber usado la solución del algoritmo de out-of-kilter.

Conexiones Artificiales de Vertidos: MODSIM emplea también conexiones artificiales de vertidos que ayudan a mantener el balance de masa en la red, los cuales tienen el mayor costo. Cada nudo de almacenamiento real esta conectado con uno artificial para alivios o vertidos. El límite inferior es igual a cero mientras que el superior es igual al total de la capacidad de todos los embalses. El costo unitario asociado con la volúmenes vertidos de agua es de 10,000

multiplicado por su prioridad. Se recomienda definir a todos los nudos de almacenamiento como nudos de vertidos a la vez.

Balance de Masa en las Conexiones: Para asegurar la circulación en la red, es añadido un nudo artificial de balance de masa con conexiones en el nudo de almacenamiento artificial, almacenamiento y nudos de vertidos y de descargas artificiales. El costo asociado es cero teniendo sus límites inferiores también en cero, mientras que los superiores son la suma de los límites superiores de las conexiones que convergen al nudo (demanda, almacenamiento y vertidos).

Aunque el usuario se debe preocupar de la red real (MODSIM construye la red total), el verdadero tamaño de la red es considerablemente mayor. El número total de nudos será cinco veces más grande que la red real. El número total de conexiones será:

$$\#CONEXIONES = N_L + 5N_D + N_S + N_B$$

donde:

N_L - número de conexiones físicas (secciones de río, canales, etc.)

N_D - número de nudos (almacenamiento y no almacenamiento)

N_S - número de nudos vertedores

N_B - número de conexiones de balance de masa = 5

4.4 Requerimientos de Datos para MODSIM

El programa de MODSIM está codificado en FORTRAN 77. Tiene la capacidad de desarrollar un archivo completo de datos de entrada sin tener que conocerse ninguna instrucción FORTRAN. Esta característica del modelo permite al usuario ejecutar el programa en forma interactiva y conversacional.

Requerimientos de Datos

- a. Descripción física del sistema a ser simulado.
- b. Criterio operacional.
- c. Parámetros de control.
- d. Descargas de avenidas semanales o mensuales.
- e. Demandas semanales o mensuales.
- f. Evaporación semanal o mensual.

Es creado un archivo llamado ADATA que contiene las descargas de entrada semanales o mensuales, las demandas y la evaporación; y, otro denominado ORGANIZ que tiene la morfología de la red, el criterio de operación y demás parámetros físicos del sistema. El programa tiene varios registros los cuales se listan a continuación:

Registro #1 Opciones de control (números enteros).

1. Resumen de los datos de entrada.
2. Uso de unidades inglesas o métricas.
3. Opción para el uso de intervalos mensuales o semanales.
4. Almacenamiento del embalse y demandas basadas en las condiciones hidrológicas correspondientes.
5. Opción del listado de gráficos.

Registro #2 Título de la simulación actual (entrada alfanumérica)Registro #3 Parámetros morfológicos de la red (entradas enteras)

1. Número de nudos (menores de 70; ingresar sólo los reales)
2. Número de conexiones (menores de 70; sólo las reales)
3. Número de embalses (menores de 25)
4. Número de secciones en el río.
5. Número de nudos de demanda.
6. Número de nudos vertedores.

7. Número de nudos de importación.
8. Número de años (incrementos mensuales) o periodos de 12 semanas.
9. Primer año calendario de la simulación.
10. Año final de salida.
11. Cálculo de la producción u oferta firme de agua.

Registro #4 Nudos del sistema (los nudos de almacenamiento deben preceder a los de no-almacenamiento en orden consecutivo; todos enteros o alfanuméricos).

1. Nombre del nudo de almacenamiento.
2. Número del nudo de almacenamiento.
3. Volumen máximo de almacenamiento.
4. Volumen mínimo de almacenamiento.
5. Almacenamiento inicial.
6. Nombre de los nudos de no-almacenamiento.

Registro #5 Embalses con vertedores en orden de preferencia (enteros)

Registro #6 Tablas de elevación-área-volumen (hasta 18 puntos), tasa de infiltración como una fracción del volumen promedio de almacenamiento durante la semana o mes (enteros), y eficiencia de las turbinas (o una tabla de números).

Registro #7 Nudo de demanda.

1. Número del nudo.
2. Nudo al cual se dirige la conexión de la demanda del flujo.
3. Demanda anual (puede ser entrada por el archivo ADATA para la demanda semanal).

4. Distribución fraccional de la demanda anual en periodo de tiempo.
5. Infiltración por agua subterránea, como se desea.
6. Orden de preferencias relativas o factores de peso (valores DEMR del 1 al 99; valores bajos significan prioridades altas)

Registro #8 Nudos de importación

1. Número del nudo.
2. Flujo de importación en el periodo de tiempo.
3. Fracción de distribución durante el periodo.

Registro #9 Cálculo de estados hidrológicos (opcional)

1. Número de embalses en el sub-sistema (N).
2. Número del nudo en la red.
3. Fracción para el límite inferior promedio y límite promedio superior (x_1 y x_2 , en las ecuaciones 4.31 y 4.32).

Registro # 10 Factores de conversión (opcional)

Registro # 11 Criterio de operación del embalse:

1. Prioridad relativa para cada año o trimestre (OPRR).
2. Niveles de almacenamiento deseado (unidades de volumen).

Registro # 12 Configuración del sistema

1. Número de las conexiones de capacidad variable.
2. Número de conexiones en la red.
3. Nudo de origen para cada conexión.
4. Nudo de llegada para cada conexión.
5. Capacidad máxima.
6. Capacidad mínima .

7. Costo unitario en la conexión (opcional).
8. Pérdida por conducción (fracción del flujo promedio).
9. Para nudos de capacidad variable ingresar su distribución mensual o semanal.

Registro # 13 (Todos enteros)

1. Embalses en los que se desea gráficos de almacenamiento a través del tiempo.
2. Conexiones en los que se desea gráficos de flujos a través del tiempo.

Entrada de los datos para el archivo ADATA es ilustrado por un ejemplo subsiguiente.

4.5 Ilustración del Uso del Modelo MODSIM: Sistema de Valdesia, República Dominicana

4.5.1 Introducción y objetivos

El sistema del embalse de Valdesia es uno de los más importantes proyectos multipropósito de la República Dominicana. Proporciona un 15% del total de la producción de hidroenergía del país e irriga unas 10000 Ha. de tierra de cultivo. Conflictos diversos en el aprovechamiento del recurso agua (especialmente en las épocas de sequías) se presentan debido a la naturaleza multiobjetivo del sistema. El modelo MODSIM es una importante herramienta para resolver estos problemas y, a la vez, para la optimización de los beneficios en la operación del sistema. El presente estudio de caso tiene por objetivo: describir y analizar la metodología y resultados de la obtención de las reglas operativas para el embalse de Valdesia maximizando la producción de energía en el largo plazo sujeta a la satisfacción completa de los requerimientos de

irrigación, y distribuir optimamente en tiempo real los recursos de agua en todo el sistema (Labadie, et. al., 1986).

4.5.2 Descripción de la zona de estudio

El sistema del embalse de Valdesia está localizado en la cuenca del río Nizao, al noroeste de la ciudad de Santo Domingo, capital de la República Dominicana (ver Figura 4.5). Básicamente posee los siguientes subsistemas:

a. Subsistema de Almacenamiento.

Está constituido por el embalse de Valdesia y el contraembalse Las Barías, aguas abajo del primero.

La presa de Valdesia es de gravedad, localizada en el mismo lecho del río Nizao y diseñada para una capacidad de 153 millones de metros cúbicos en la cota 150 m.s.n.m. Su vertedero se ubica en la parte superior de la represa (en todo su ancho), el cual se controla por medio de cinco compuertas radiales. La central hidroeléctrica (en caverna) está alimentada por un caudal de hasta 90 m³/s (transportado a través de un túnel), activando dos turbinas Francis con capacidad máxima de 30 MW cada una.

El embalse Las Barías estabiliza, a nivel diario, los caudales oscilantes provenientes de Valdesia (principalmente producto de la generación de energía), descargándolos a la zona de irrigación. La presa posee un sistema de compuertas que permiten almacenar un volumen de 3.0 millones de metros cúbicos a la cota 77 m.s.n.m.

b. Subsistema de Distribución.

La distribución de agua de riego se realiza a través de dos canales principales:

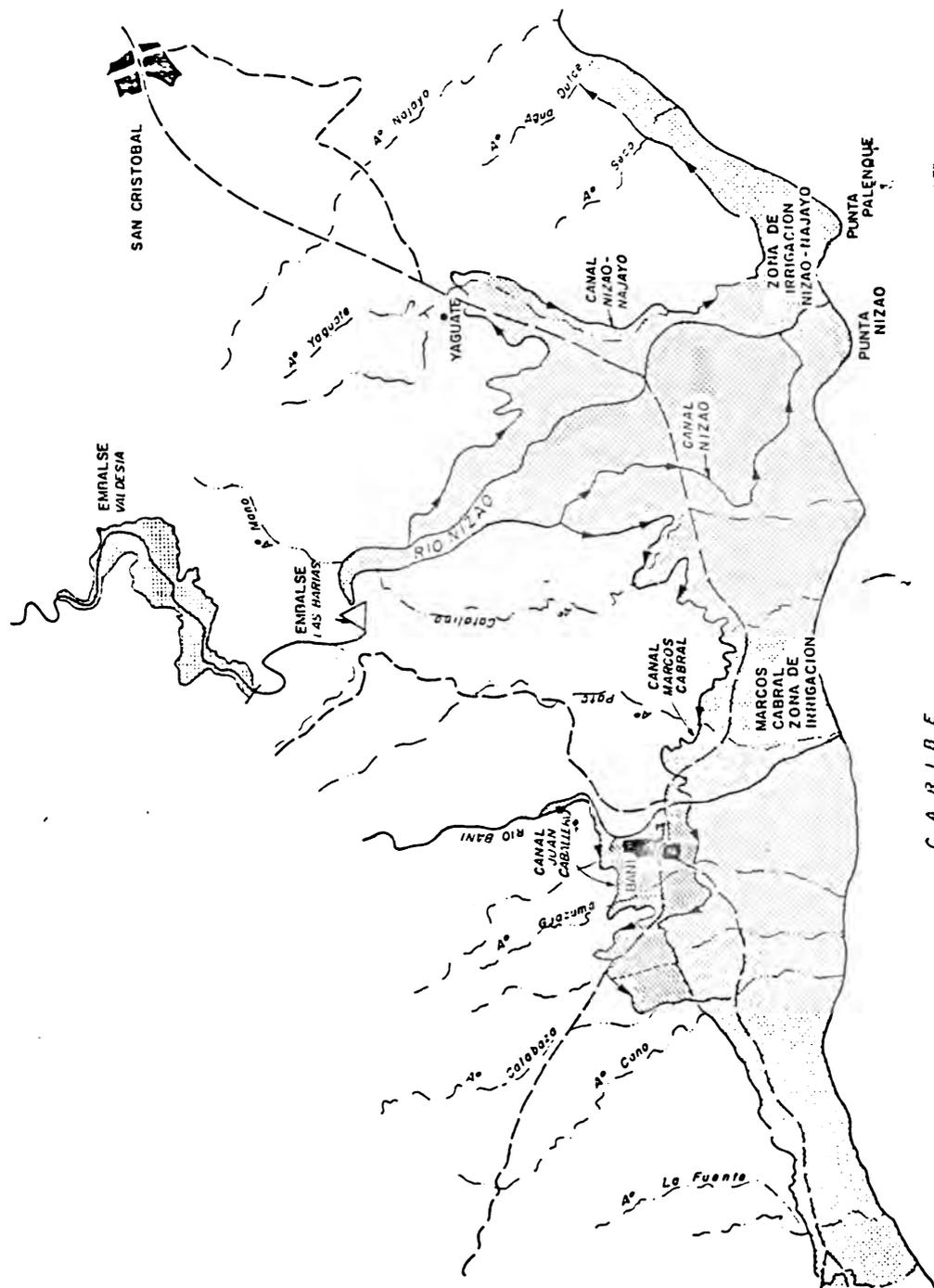


Figura 4.5 Configuración del sistema del Embalse de Valdesia

1. Canal Marcos A. Cabral: localizado al oeste del río Nizao. Su longitud de 47 Km le permite abarcar una área de irrigación aproximada de 8700 Ha. La capacidad máxima de diseño es de 12 m³/s.

2. Canal Nizao-Najayo: éste se ocupa de irrigar la parte este de la zona de irrigación con 1640 Ha. Su máxima descarga es de 2.8 m³/s, alcanzando una longitud de 34 Km.

c. Subsistema de irrigación.

El área agrícola está caracterizada por cultivos tropicales y subtropicales, sembrados durante todo el año. Entre las principales tenemos arroz, caña de azúcar, pequeños vegetales y frutales (musáceas principalmente). Para facilitar los cálculos de uso consuntivo se clasificaron los cultivos en 10 grupos de similares características para los ocho sectores de riego (ver Figura 4.6 y Tabla 4.1).

La temperatura anual promedio es de 27°C y la precipitación pluvial oscila entre los 800 mm. Se estimó una eficiencia total de irrigación de 35%. La baja eficiencia de riego y los prolongados déficits de agua en las zonas marginales podrán ser solucionados en el corto plazo, al terminarse las obras de revestimiento de los canales principales y laterales y la instalaciones de sistemas de control en ellos.

Los datos hidrometeorológicos serán tomados de la estaciones San Cristóbal (para la estimación de la demanda de riego) y Valdesia (operación normal de los embalses). La primera está localizada cerca a la zona de irrigación y la segunda en el embalse del mismo nombre. Ambas poseen series de datos confiables y de extensión aceptable.

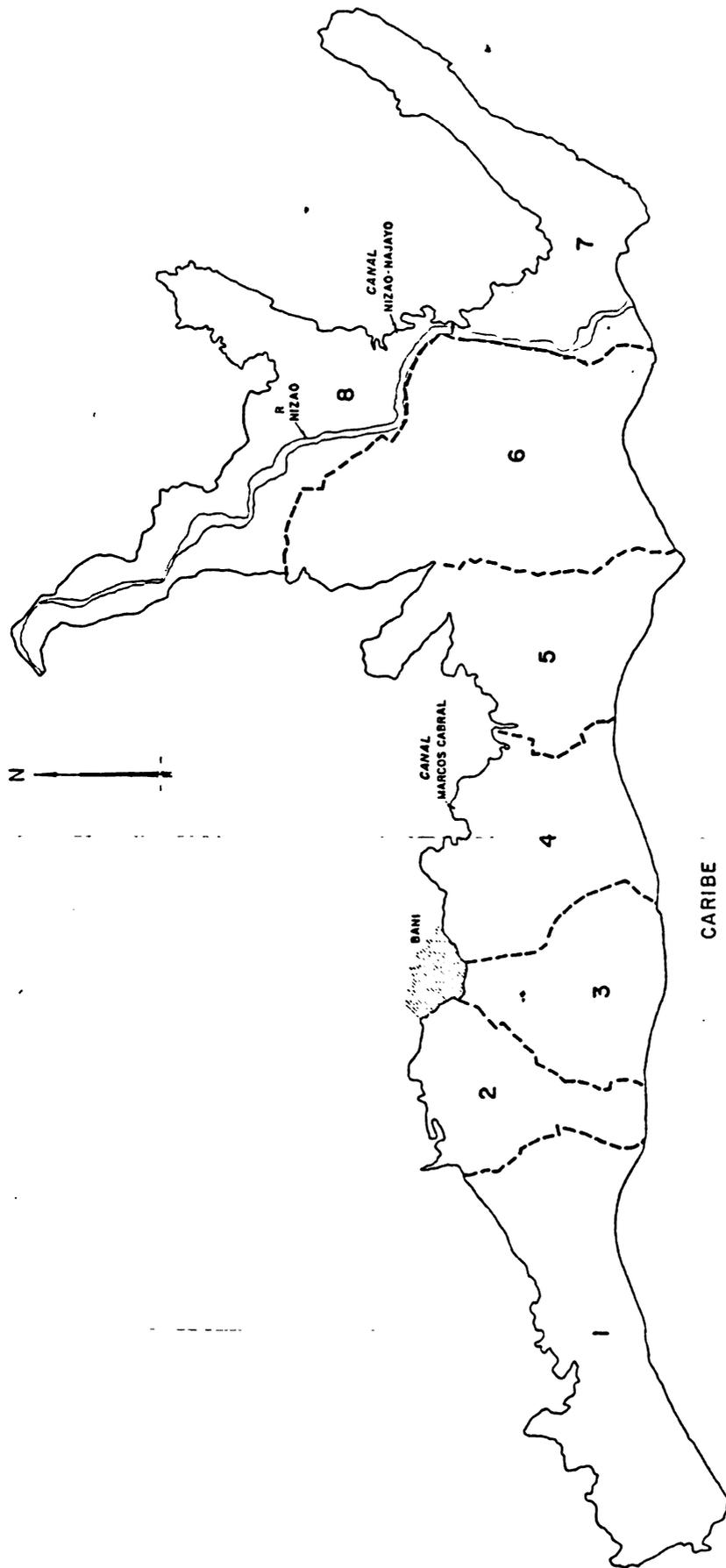


Figura 4.6 Distribución de los "sectores de riego en el sistema del embalse de Valdesia"

Tabla 4.1 Grupo de Cultivos

Nombre del grupo	Cultivos pertenecientes a un determinado grupo
1 arroz	arroz
2 maíz	maíz, sorgo, girásol, maní, habichuela, molondrón
3 plátanos	plátanos, guineo, rulo
4 papaya	papaya (lechoza)
5 yuca	yuca
6 cebolla	cebolla
7 caña de azúcar	caña de azúcar
8 pequeños vegetales	tomate, pepinos, vainita, remolacha, berenjena, aji, cebollín, col, ñame, melón, auyama, camote, papas, pepinillos, sandía
9 pastos	pastos naturales, pangola, guinea
10 perenes	cítricos, coco, mango, aguacate, higo, níspero

4.5.3 Información requerida

Para el manejo eficiente de los modelos se recomienda colocar toda la información disponible en sistemas computarizados, en forma de bases de datos de uso múltiple. Para este caso especial se creó uno que contenía lo siguiente : fecha calendario, descargas de avenidas en estaciones aledaños a la zona de estudio, precipitación, evaporación niveles mínimos, máximos y puntuales (por costumbre se miden los niveles a las 18.00 hrs.) en los embalses, descargas de entrada calculadas a Valdesia, número de horas de operación de las turbinas, potencia y energía generada y descargas medidas en los canales principales. La Figura 4.7 muestra los diferentes niveles de almacenamiento para el embalse de Valdesia. En las Tablas 4.2 a 4.4 se provee las relaciones área-capacidad-altura y las eficiencias de los tórbina de la central hidroeléctrica. Los datos corresponden al periodo Marzo 1976 (se inició la operación del sistema)-Diciembre 1984. De acuerdo a necesidades posteriores se desarrollaron otras bases de datos a niveles semanales y mensuales.

Se creó también una segunda base de datos con información del subsistema de irrigación, para el cálculo de las demandas de riego por grupo de cultivo y sector.

Fue utilizado el método de Penman modificado para determinar la evapotranspiración potencial que conjuntamente con los coeficientes de cultivos respectivos (grupos de la Tabla 4.1) estiman la evapotranspiración actual. Los requerimientos calculados por cada sector está en la Tabla 4.5.

La precipitación efectiva (porción de la lluvia que contribuye a satisfacer las demandas de riego) fue calculada por el método

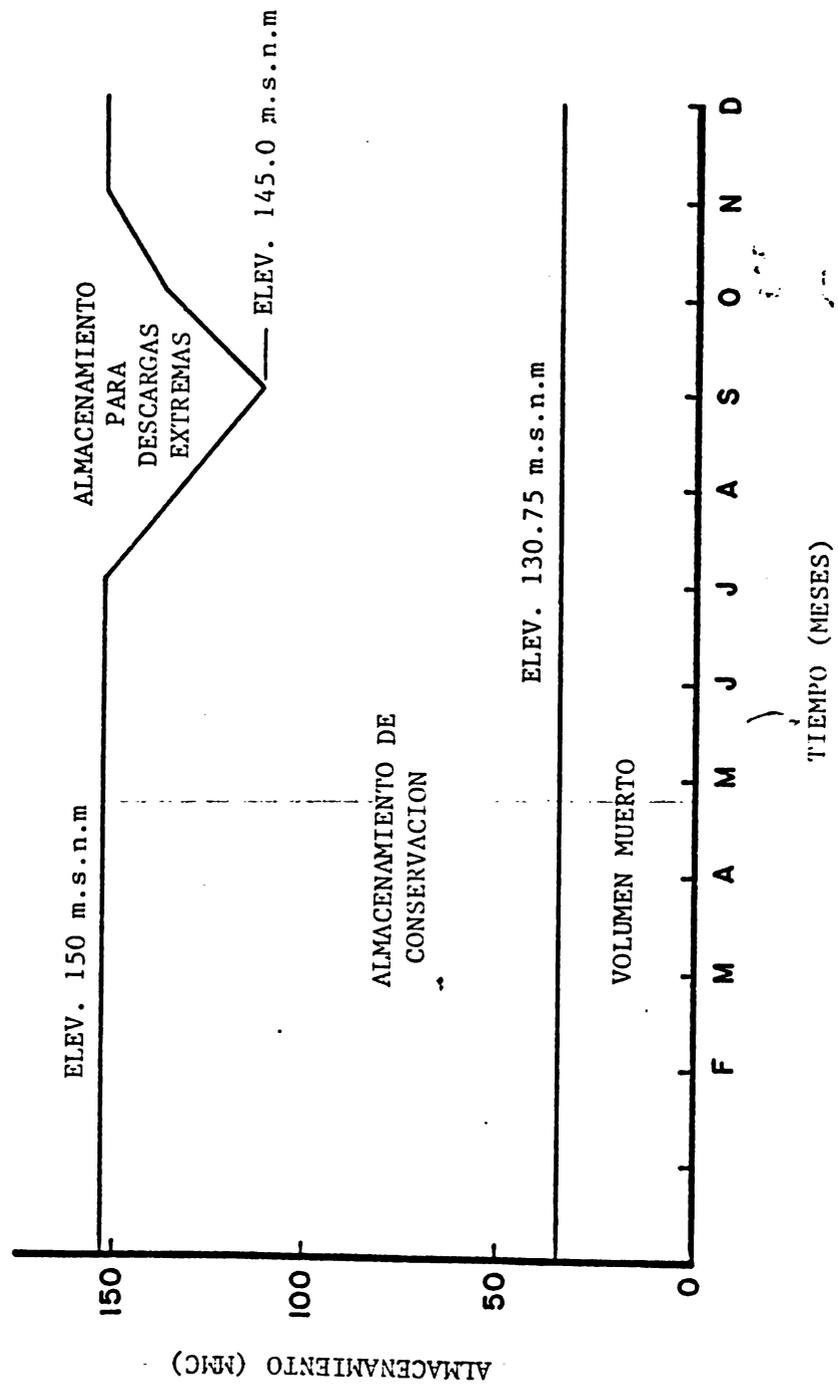


Figura 4.7 Zonas de almacenamiento en el embalse de Valdesia

Tabla 4.2 Relación elevación-área-volumen para el Embalse de Valdesia
(fuente: Corporación Dominicana de Electricidad)

ELEVACION (m. s. n. m.)	AREA (10 ³ m ²)	Volumen (10 ³ m ³)	
		ORIGINAL	DESDE MAYO 1981
95	38	38	0
100	150	508	0
105	324	1693	0
110	871	4680	600
115	1572	10788	1173
120	2310	20493	6182
125	3406	34808	16214
130	4537	54669	32163
135	5664	80168	53736
140	6677	111021	80145
145	7492	146443	113465
150	8357	186066	153688

Tabla 4.3 Relación elevación-área-volumen para el Embalse Las Barias
(fuente: Corporación Dominicana de Electricidad)

ELEVACION (m. s. n. m.)	AREA (10 ³ m ²)	VOLUMEN (10 ³ m ³)
69	0	0
70	52	50
72	190	240
73	310	450
74	460	800
75	640	1400
76	805	2100
77*	910	3000
78	1000	4000
80†	1140	6050

* Capacidad máxima sin llegar a tener vertidos

Tabla 4.4 Eficiencias de la Turbinas en la Central Hidroeléctrica del Embalse de Valdesia

Carga (m)	Descarga (m ³ /s)								
	0	40	50	60	65	70	75	80	90
60	.0	.6442	.6893	.7085	.7190	.7131	.7133	.7046	.6797
64	.0	.6346	.6854	.7190	.7344	.7334	.7296	.7219	.6970
67	.0	.6346	.6893	.7258	.7373	.7430	.7440	.7411	.7430
71	.0	.6202	.6893	.7354	.7507	.7565	.7498	.7478	.7248
74	.0	.6144	.6874	.7402	.7526	.7632	.7613	.7574	.7315
77	.0	.6288	.6912	.7373	.7507	.7584	.7594	.7565	.7373
80	.0	.6422	.7037	.7421	.7526	.7622	.7670	.7613	.7334

Tabla 4.5 Requerimientos de riego para el subsistema de irrigación de Valdesia (m³/s)

SEMANA	SECTOR								TOTAL
	S. 1	S. 2	S. 3	S. 4	S. 5	S. 6	S. 7	S. 8	
1	1.41429	0.94286	1.50000	0.94286	3.01429	1.01429	0.92857	0.471429	9.890
2	0.95714	0.64286	1.04286	0.62857	2.18571	0.65714	0.67143	0.100000	6.880
3	0.95714	0.67143	1.08571	0.64286	2.25714	0.68571	0.70000	0.114286	7.090
4	1.10000	0.74286	1.20000	0.72857	2.48571	0.75714	0.75714	0.114286	7.895
5	1.34286	0.85714	1.28571	1.04286	3.10000	1.17143	0.94286	0.185714	9.930
6	0.88571	0.58571	0.85714	0.64286	2.32857	0.84286	0.71429	0.114286	6.965
7	1.02857	0.67143	0.98571	0.74286	2.58571	0.94286	0.78571	0.142857	7.885
8	1.51429	0.97143	1.47143	1.17143	3.48571	1.32857	1.05714	0.214286	11.225
9	1.62857	1.02857	1.60000	1.20000	3.18571	1.35714	0.95714	0.257143	11.210
10	1.47143	0.92857	1.45714	1.11429	2.94286	1.24286	0.88571	0.228571	10.270
11	1.45714	0.92857	1.44286	1.10000	2.94286	1.24286	0.88571	0.228571	10.205
12	1.61429	1.01429	1.58571	1.18571	3.20000	1.35714	0.95714	0.257143	11.190
13	1.97143	1.25714	1.98571	1.42857	4.05714	1.70000	1.21429	0.328571	13.940
14	1.31429	0.85714	1.37143	1.00000	2.98571	1.30000	0.91429	0.257143	9.995
15	1.58571	1.00000	1.62857	1.24286	3.45714	1.54286	1.05714	0.271429	11.785
16	1.47143	0.92857	1.50000	1.14286	3.24286	1.44286	0.98571	0.257143	10.995
17	1.01429	0.67143	1.05714	0.80000	2.42857	1.05714	0.74286	0.185714	7.945
18	1.97143	1.22857	1.98571	1.52857	4.01429	1.85714	1.24286	0.328571	14.145
19	1.47143	0.90000	1.48571	1.21429	3.05714	1.45714	0.95714	0.228571	10.820
20	1.07143	0.65714	1.08571	0.94286	2.32857	1.12857	0.72857	0.171429	8.125
21	0.30000	0.20000	0.31429	0.27143	0.81429	0.38571	0.25714	0.057143	2.610
22	0.55714	0.35714	0.58571	0.38571	1.07143	0.45714	0.34286	0.100000	3.850
23	1.25571	0.80000	1.31429	0.94286	2.48571	1.11429	0.77143	0.214286	8.925
24	0.67143	0.40000	0.68571	0.54286	1.30000	0.62857	0.40000	0.100000	4.715
25	1.48571	0.90000	1.50000	1.11429	2.84286	1.30000	0.88571	0.242857	10.265
26	2.10000	1.21429	2.05714	1.45714	3.80000	1.72857	1.17143	0.314286	13.865
27	1.07143	0.61429	1.07143	0.70000	1.91429	0.88571	0.60000	0.171429	7.020
28	2.05714	1.20000	2.02857	1.37143	3.64286	1.67143	1.14286	0.342857	13.465
29	1.90000	1.10000	1.87143	1.24286	3.35714	1.52857	1.04286	0.314286	12.375
30	0.80000	0.47143	0.80000	0.48571	1.41429	0.61429	0.44286	0.114286	5.160
31	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.000000	0.000
32	1.57143	0.91429	1.61429	0.90000	2.71429	1.22857	0.84286	0.285714	10.065
33	2.11429	1.22857	2.15714	1.21429	3.68571	1.64286	1.15714	0.371429	13.575
34	1.60000	0.92857	1.65714	0.91429	2.75714	1.24286	0.87143	0.285714	10.225
35	1.07143	0.67143	1.21429	0.52857	2.15714	0.80000	0.70000	0.142857	7.280
36	1.84286	1.11429	1.95714	0.97143	3.52857	1.38571	1.11429	0.271429	12.190
37	1.81429	1.08571	1.92857	0.95714	3.47143	1.35714	1.10000	0.271429	12.000
38	0.48571	0.28571	0.51429	0.24286	0.94286	0.37143	0.30000	0.057143	3.195
39	1.02857	0.61429	1.21429	0.54286	2.15714	0.80000	0.67143	0.171429	7.215
40	1.42857	0.84286	1.60000	0.87143	2.70000	1.00000	0.85714	0.214286	9.515
41	1.38571	0.81429	1.54286	0.82857	2.58571	0.95714	0.82857	0.214286	9.140
42	0.85714	0.52857	0.94286	0.52857	1.55714	0.58571	0.48571	0.128571	5.595
43	1.18571	0.72857	1.31429	0.71429	2.20000	0.81429	0.70000	0.171429	7.815
44	1.45714	0.91429	1.87143	0.97143	2.78571	0.95714	0.85714	0.228571	10.045
45	1.58571	0.98571	1.85714	1.02857	2.90000	0.98571	0.90000	0.214286	10.465
46	1.90000	1.18571	2.30000	1.28571	3.55714	1.22857	1.10000	0.285714	12.845
47	1.54286	0.94286	1.75714	1.00000	2.78571	0.97143	0.87143	0.214286	10.085
48	1.35571	1.05714	2.01429	1.05714	3.10000	1.07143	0.98571	0.214286	10.890
49	0.77143	0.64286	1.28571	0.58571	1.91429	0.57143	0.58571	0.114286	6.480
50	1.57143	1.12857	2.12857	1.14286	3.31429	1.15714	1.05714	0.228571	11.725
51	1.18571	0.82857	1.54286	0.81429	2.40000	0.82857	0.75714	0.171429	8.530
52	1.25714	0.95714	1.80000	0.95714	2.80000	0.94286	0.87143	0.200000	9.795

desarrollado por Morel-Seytoux y Restrepo (1985) en la que se considera el fenómeno de intercepción, conductividad hidráulica de los suelos, contenido de humedad en capacidad de campo, profundidad de la zona de raíces y el parámetro de recarga.

En este caso, como probablemente en muchos otros, los datos presentaron deficiencias en cantidad, calidad y distribución temporal y espacial, por lo que fue necesario utilizar métodos estadísticos y balance de masa para corregirlos al nivel requerido.

4.5.4 Calibración del modelo MODSIM

El modelo de simulación MODSIM debe ser calibrado con datos históricos, antes de ser utilizado. Para ello se debe, primeramente, conocer la configuración real del sistema (Figura 4.5) para representarla después en un gráfico de redes de flujo con nudos y conexiones (Figura 4.8.). El sistema de Valdesia tiene 2 embalses (Figura 4.8): el de mayor capacidad es el embalse de Valdesia y el de menor Las Barias, el cual regula (con fines de irrigación) las aguas turbinadas en el otro embalse aguas arriba. Hay también un par de zonas de irrigación: una regada por el Canal M. Cabral y la otra por el Nizao-Najayo. El agua vertida en Las Barias regresa directamente al río Nizao. La designación de los nudos y conexiones son mostradas en la Tabla 4.6, asimismo sus respectivas prioridades, costos, y límites inferiores y superiores.

Se ingresarán en el modelo los niveles medidos en los embalses, horas de generación de las turbinas, evaporación neta, demandas por irrigación, curvas elevación-área-volumen, eficiencias de las turbinas (función de la carga y caudal) y prioridades (valores mayores a los embalses para obligar al modelo a mantener los mismos niveles

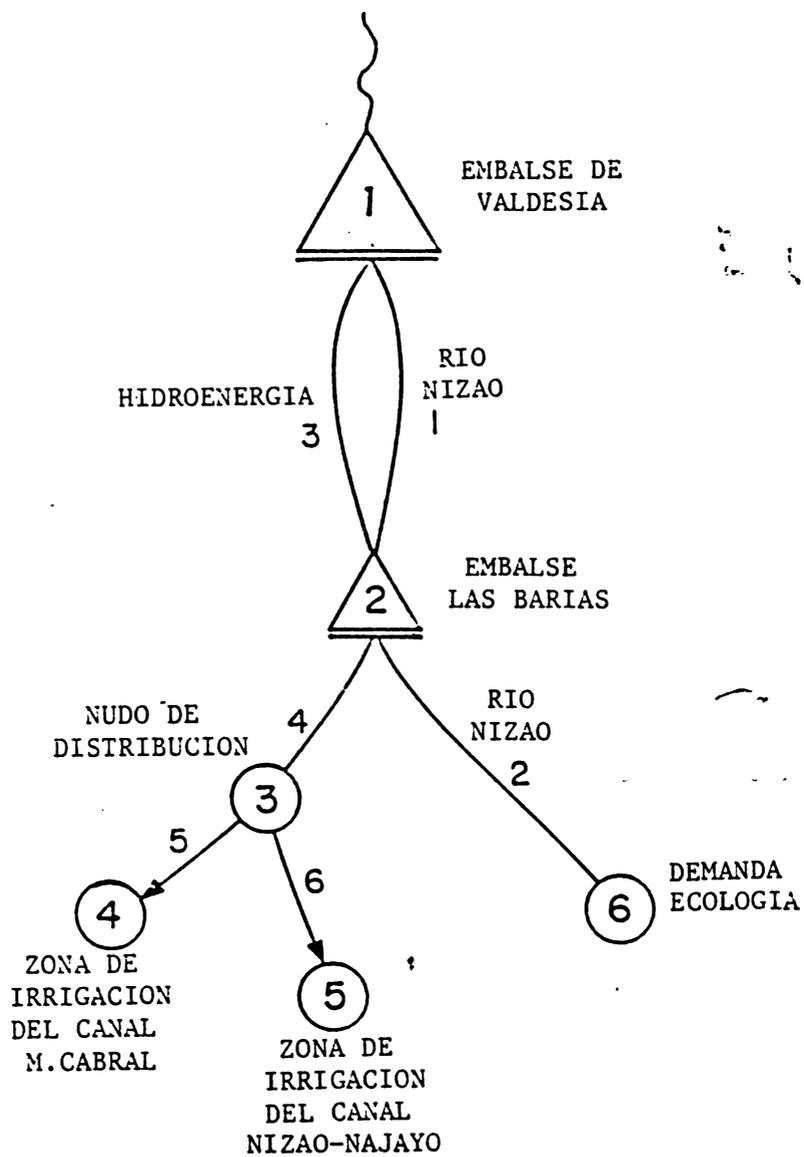


Figura 4.8 Gráfico con nudos y conexiones para el sistema de Valdesia

Tabla 4.6 Nudos y conexiones de la red de flujo de MODSIM para propósitos de calibración

NUDOS

No.	Nombre	Prioridad	CAPACIDAD (10^3m^3)		Nivel inicial
			Límite inferior	Límite superior	
1	Embalse de Valdesia	1	348	186066*	140482
2	Embalse Las Barias	40	240	6050**	1400
3	Nudo de distribución	-	-	-	
4	Nudo de demanda del Canal M. Cabral	10	demandas ingresadas en el archivo ADATA		
5	Nudo de demanda del Canal Nizao-Najayo	30	demandas ingresadas en el archivo ADATA		
6	Demanda Ecológica	99	demandas ingresadas en el archivo ADATA		

CONEXIONES

No.	Nombre	Costo	DESCARGAS ($10^3\text{m}^3/\text{mes}$)	
			Límite inferior	Límite superior
1	Río Nizao (del embalse Valdesia a Las Barias)	0	0	4233600
2	Río Nizao (aguas abajo de Las Barias)	-1	0	4233600
3	Hidroenergía (descargas de agua turbinadas)	-1	0	54432
4	Conexión de distribución	0	0	8951
5	Canal M. Cabral	0	0	7258
6	Canal Nizao-Najayo	0	0	1693

* Basado en la curva carga-volumen antes del Huracán David (1979).

**Basado en la curva carga-volumen después del Huracán David (1979).

históricos), teniéndose como resultados las descargas, potencia y energía generada y caudales distribuidos a los canales principales.

Como no se conocen los caudales afluentes a Valdesia, se los estimó mediante un balance de masa basado en los niveles de almacenamientos, descargas, precipitación y evaporación histórica diaria. La evaporación neta mensual para este embalse es determinada de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$E_{net} = 0.8 (\text{Evap. Pan}) - (\text{Precipitación}) \text{ [m.]}$$

donde la precipitación y evaporación del tanque Pan A fueron medidos en la estación meteorológica Valdesia. La evaporación neta veces la superficie del espejo de agua da el volumen neto. Se conocía además las descargas de Valdesia a nivel horario (convertidas luego a diario) y los niveles medidos a las 18:00 horas de cada día del período histórico. Mediante la ecuación del balance de masa, los caudales ingresantes a Valdesia son:

$$I_t = V_{t+1} - V_t + R_t + E_{net,t}$$

donde,

$$I_t \quad - \text{descargas de avenida } 10^6 \text{m}^3/\text{d}$$

$$V_t \quad - \text{almacenamiento en el día } t, 10^6 \text{m}^3$$

$$R_t \quad - \text{descargas diarias, } 10^6 \text{m}^3/\text{d}$$

$$E_{net,t} \quad - \text{evaporación neta diaria (fue usado un promedio mensual), } 10^6 \text{m}^3/\text{d}$$

Finalmente se incluyeron las horas de generación de las turbinas de la central hidroeléctrica de Valdesia registradas por la Corporación Dominicana de Electricidad.

La calibración consistirá en representar, con un margen de error mínimo, el comportamiento pasado del sistema. En las Figuras 4.9

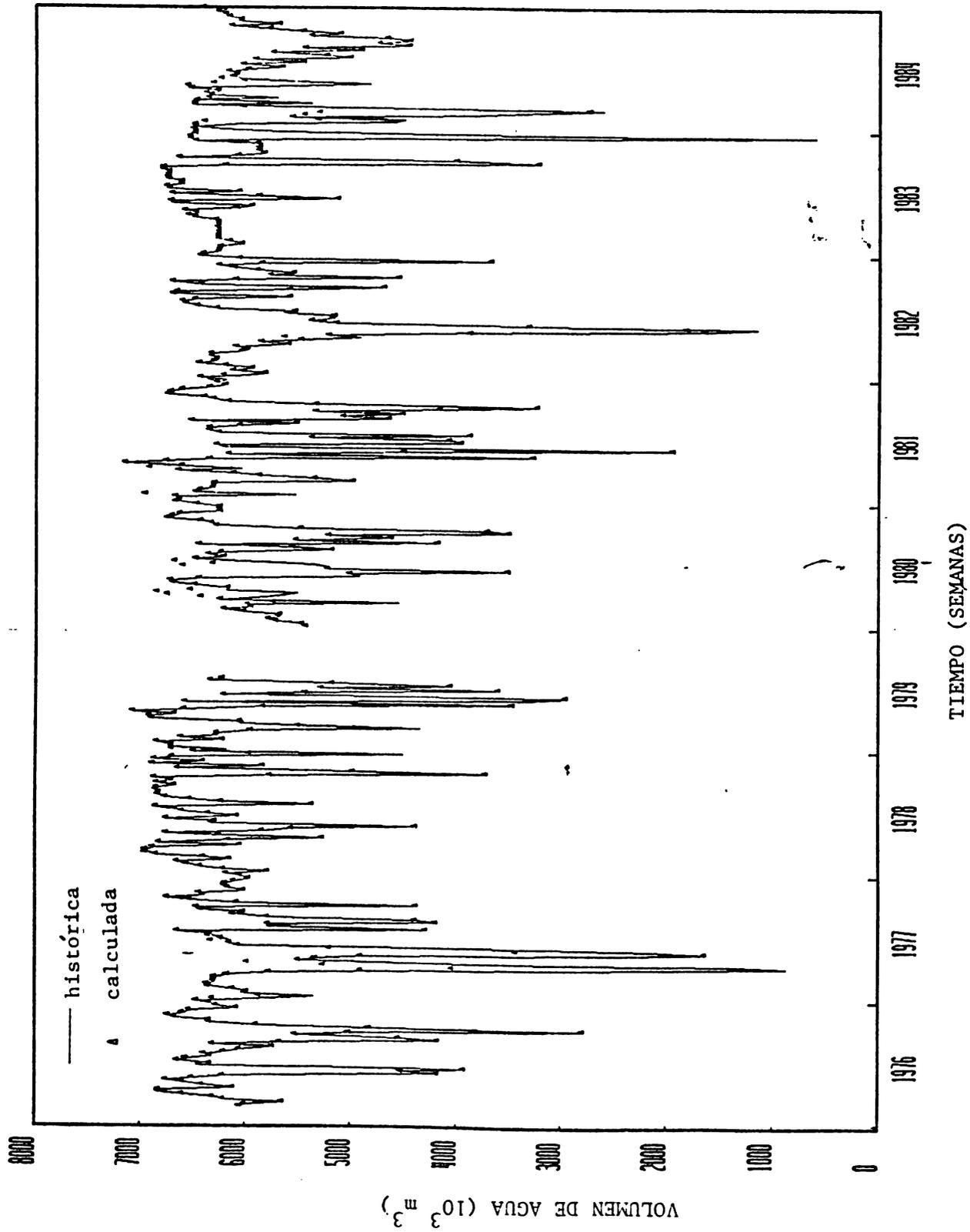


Figura 4.9 Distribución de volúmenes de agua históricas y calculadas (MODSIM) en el canal M. Cabral

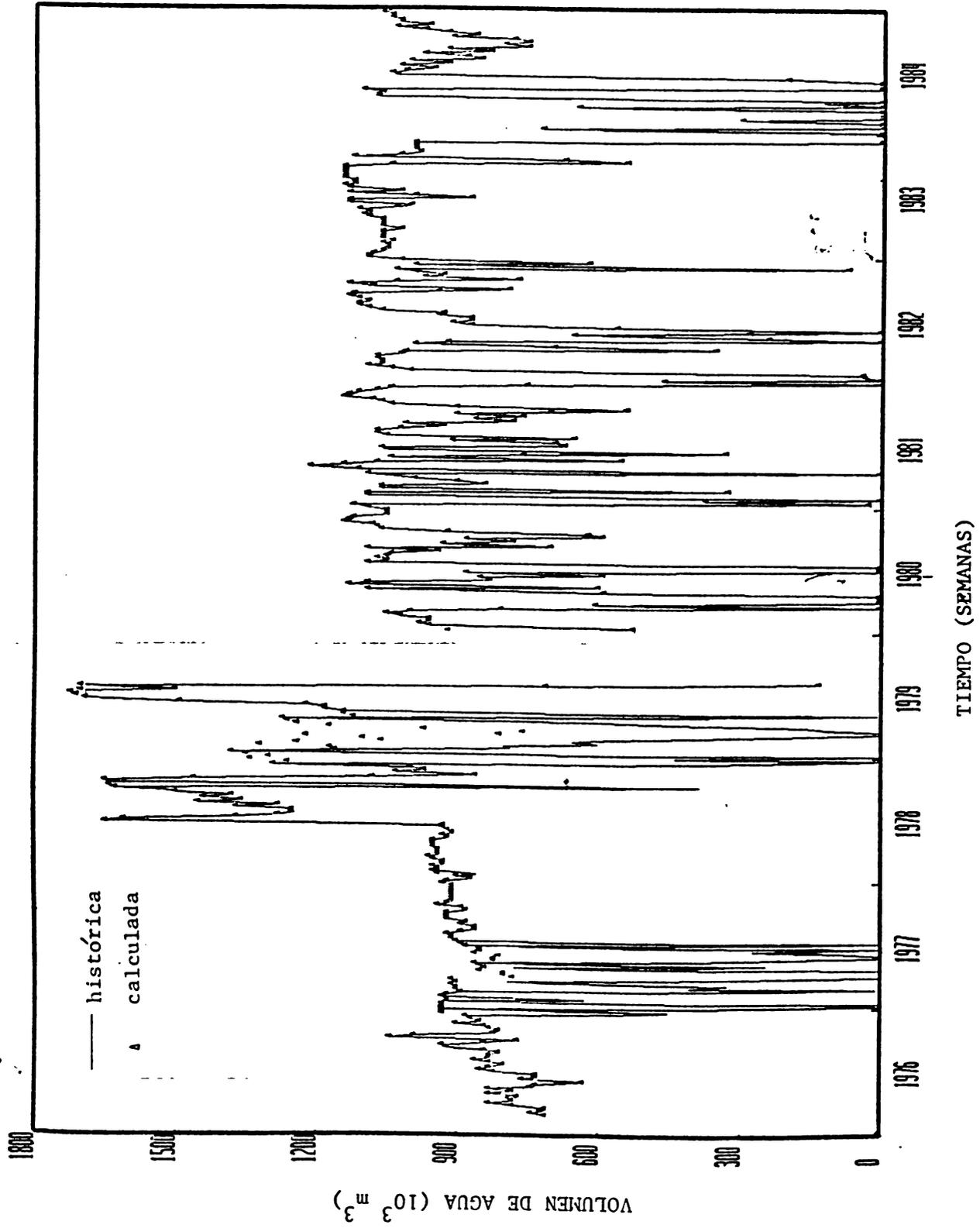


Figura 4.10 Distribucion de volúmenes de agua históricas y calculadas (MODSIM) en el canal Nizao-Najayo

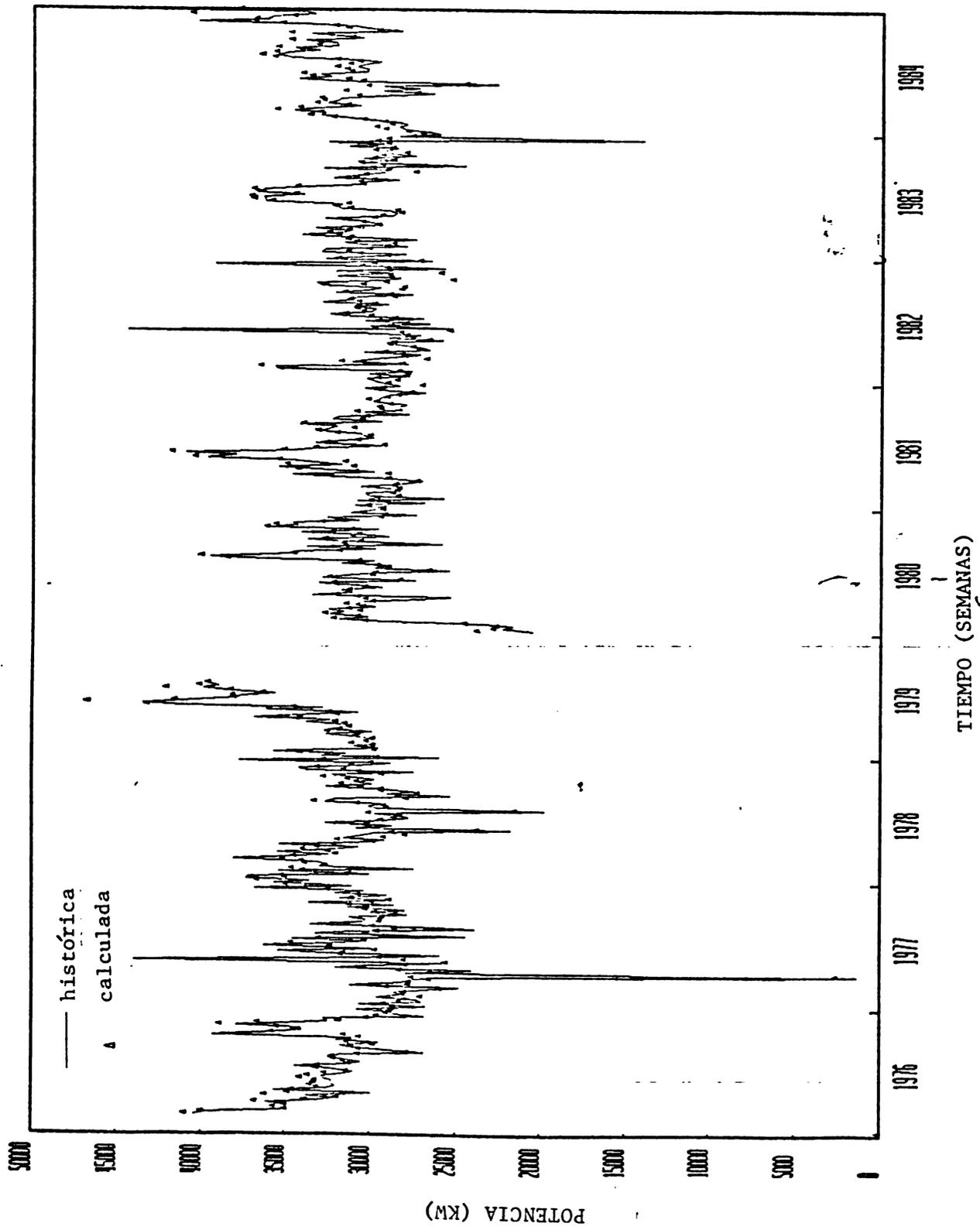


Figura 4.11 Distribución de potencia histórica y calculada (MODSIM) para la Central Hidroeléctrica de Vaidesia

À 4.11 se muestran los resultados de las descargas (para los canales M. Cabral y Nizao-Najayo) y potencias para el periodo 1976-84, en base semanal. El único ajuste realizado en los datos de entrada fue al reducir ligeramente las eficiencias de las turbinas, respecto a las proporcionadas por el fabricante, lo cual motivó la obtención de resultados de potencia bastante cercanos a los medidos (ver Figura 4.11.).

4.5.5 Operación normal óptima semanal

La operación normal del sistema, en tiempo real, se realiza a través del modelo MODSIM. Para ello se requiere de la siguiente información:

1. Caudal promedio mensual del mes anterior al de estudio.
2. Volumen de almacenamiento inicial en los embalses.
3. Gráficos o tablas de las reglas operativas óptimas.
4. Configuración física del sistema.
5. Datos de entrada del programa MODSIM: curvas área-altura-volumen de los embalses, tablas de eficiencia de las turbinas de las centrales hidroeléctricas, número probable de las horas de operación de las turbinas, demandas de irrigación u otras, pronósticos de las descargas de avenidas, etc. requeridos en los archivos ORGANIZ y ADATA del programa MODSIM.

La Figura 4.12 muestra la configuración de la red física en estudio. Notar que se está considerando por separado los ocho sectores de riego. El nudo denominado demanda ecológica corresponde a los requerimientos aguas abajo del río Nizao, el cual sirve para mantener el ecosistema existente.

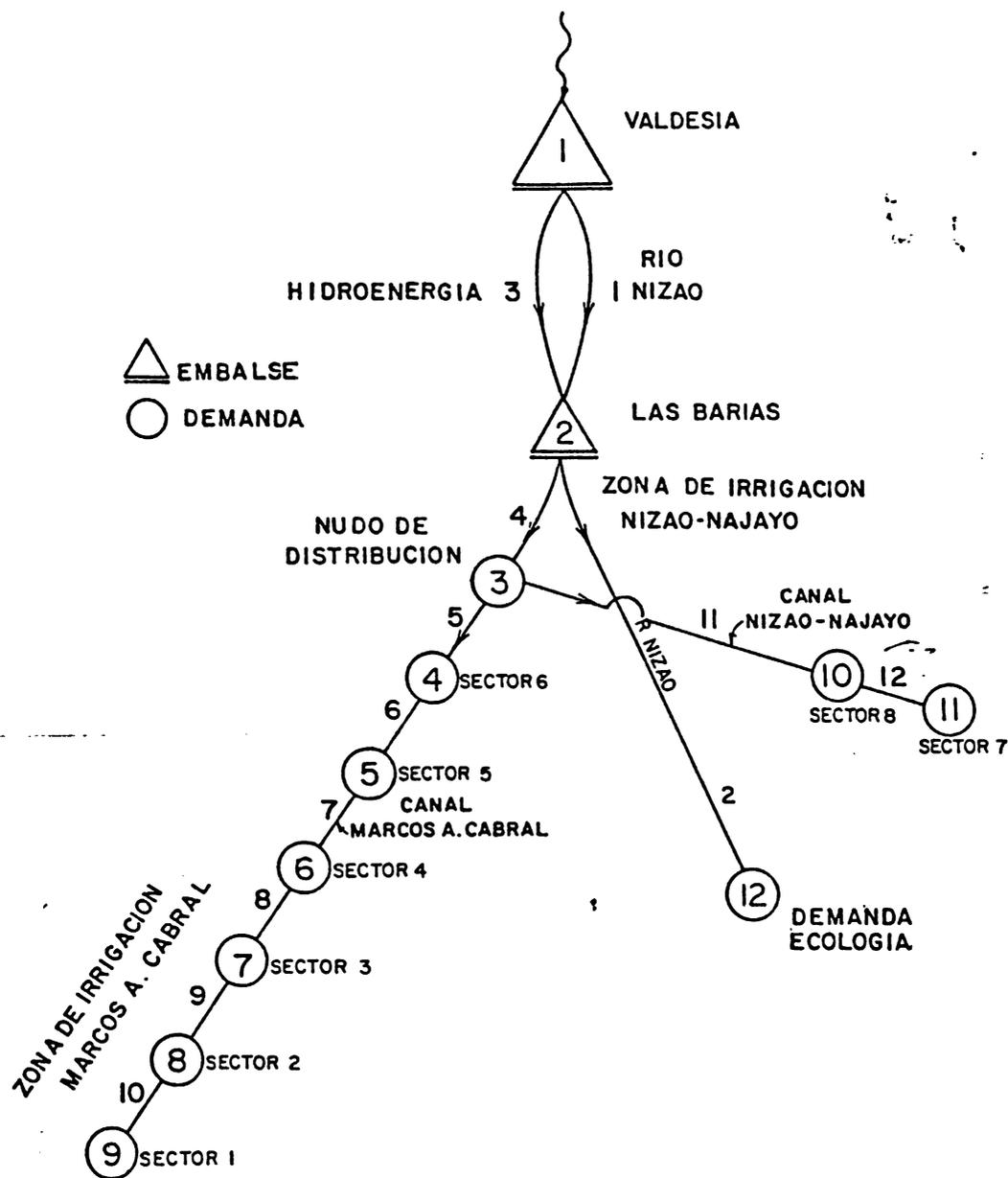


Figura 4.12 Configuración de redes de flujo del sistema de Valdesia para la operación semanal en tiempo real

Para este ejercicio se está considerando un periodo de 12 semanas (se asume 4 semanas por mes) de operación. Se ha fijado como nivel de almacenamiento objetivo en Las Barias (embalse lleno) 3 millones de metros cúbicos.

El proceso se inicia usando las curvas mensuales de operación, dados el caudal promedio mensual de mes anterior y el volumen inicial en el embalse. La obtención de las normal óptimas mensuales de operación, via programación dinámica estocástica, son presentadas en el Capítulo 6.

Los archivos ORGANIZ y ADATA son mostrados en el Apéndice de este Capítulo; se presentan los datos del primero en forma de un listado eco. Muchos de los datos de ORGANIZ corresponden a las características físicas del sistema. Estas no varían constantemente sin embargo se tendrán que editar algunas que corresponden a los niveles iniciales de almacenamiento en los embalses.

Las capacidades en las conexiones están dadas por las características de caudal y carga de los canales principales. En vez de considerar las pérdidas por conducción directamente se ajustaron las demandas de irrigación (dato de entrada) por sus eficiencias respectivas. MODSIM también admite usar las pérdidas por separado.

Las demandas son incluidas en el archivo ADATA por cada nudo. Estos tienen prioridades de 1 a 99 (número menor representa una mayor prioridad), las cuales son convertidos en costos negativos c_{ij} (beneficios) y trabajados internamente en el modelo como unidades de priorización. Generalmente se asignan valores entre 10 y 30 (lo cual se verifica en el presente ejemplo) a excepción de la demanda ecológica que tiene prioridad de 90. Esto significa que ella recibe agua después que se ha satisfecho los requerimientos de irrigación e hidroenergía.

De igual forma se procede con los embalses (ver listado eco). En este caso Valdesia tiene una prioridad de 40, lo cual implica que podrá mantener los niveles objetivo después que se ha cedido lo necesario para irrigación. Los factores semanales de distribución, representan los niveles deseados de almacenamiento sobre el volumen total disponible del embalse. Durante la época de crecidas (inundaciones) se deberán variar los niveles para mantener el espacio libre de contención de estos eventos extremos. El embalse Las Barias tiene una prioridad de 50. La información remanente en el listado eco es relacionada a los características físicas invariables del sistema.

El archivo ADATA posee los pronósticos de descargas, evaporación neta, horas de generación de las turbinas y demandas de irrigación que necesitan ser modificados de acuerdo a los requerimientos de operación en tiempo real.

Se recomienda a los operarios simular diferentes escenarios de pronósticos y analizar sus impactos, y lo que implica. Por ejemplo, se pueden obtener bajos niveles de energía y potencia al escoger reducidas horas de generación, las cuales deberán ser modificadas (en otra ejecución de MODSIM) para alcanzar las demandas del sistema.

En épocas de sequías el modelo como está planteado (ver el Apendice) tratará de abastecer primero las demandas de irrigación y producir poca energía. Con fines comparativos se puede modificar la prioridad de Valdesia a 5, por ejemplo, y realizar un análisis de intercambio. Es muy probable que para este último caso aparecerán déficits en el sistema de riego. Son importantes, en esta situación, los acuerdos logrados entre los usuarios de agua y energía de tal forma de balancear la carestía de agua en el sistema.

El Apéndice a este Capítulo contiene un listado de los resultados de MODSIM para este ejemplo.

APENDICE 4.A

LISTADO DE LOS RESULTADOS DEL PROGRAMA MODSIM

***** River Basin Simulation Package (Network Flow Algorithms) *****
 Version : MODSIMX V2.51 (448K RAM) cSu Feb. 1986

If you want to STOP execution at any time, just press Ctrl-Break !

For continuing execution,
 Please press <return> to continue.

Please press <return> to continue.

***** Data Editing Mode *****

There are two data files required for MODSIMX :
 one generated by subroutine SORGANIZ.FOR (ORGANIZ)
 and the other one by subroutine SADATA.FOR (ADATA)

Do you want to Create any new data file ? [Yes/No] YES

If you want the data to be saved on another diskette,
 please take out program diskette and insert the data diskette
 just "before" entering the data file name.

***** ORGANIZ SECTION *****

Do you want to Create a new ORGANIZ Data file ? [Yes/No] YES

Type in a NEW filename for storing the data : DEMO.ORG

***** ORGANIZ Data File "DEMO.ORG" Creation *****

*** BEGIN RECORD 1 ***

Which Unit System are you using, English or Metric Units ? [E/M] M

There are 2 types of data organization available in MODSIMX
 one is monthly data on a yearly basis,
 the other is weekly data on a quarterly basis.
 Currently, a quarter is defined as 12 weeks.!

ENTER: [0] If data in Year/Month basis.
 [1] If data in Quarter/Week basis
 1

ENTER: [0] If reservoir target storage and demands are to be
 based on AVG., WET, or DRY conditions.
 [1] If storage and demand requirements are to be
 INPUT for each year of the simulation
 1

Do you want a Full or Short Output of Reservoir Analysis ? [F/S] F

PRINTER PLOT for reservoir storage or link flow rate ? [Yes/No] YES

*** BEGIN RECORD 2 ***

ENTER: TITLE (UP TO 80 CHARACTERS)
 VALDESIA TEST-WEEKLY BASIS; 8 IRRIGATION SECTORS, STARTING 84/10/09

*** BEGIN RECORD 3 ***

ENTER: Total No. of Network Nodes (<= 70) = 12
 ENTER: Total No. of Network Links (<= 70) = 12
 ENTER: Total No. of Reservoirs (<= 30) = 2
 ENTER: Total No. of Natural River Reaches = 2
 ENTER: Total No. of Demand Nodes (<= 70) = 9
 ** Note: It is safest to make each reservoir a spill node
 ENTER: Total No. of Spill Nodes (<= 30) = 2
 ENTER: Total No. of Import Nodes (<= 70) = 0
 ENTER: Total # of Quarters to be Simulated = 1
 ENTER: Starting "Calendar" Quarter of Simulation = 40
 ENTER: FROM-TO INDEX QUARTERS OF detailed OUTPUT DESIRED
 (e.g. Entering " 1,3 " means you desire output for quarters #1 through #3) = 1,1
 IS FIRM YIELD TO BE CALCULATED ? [Yes/No] NO

*** BEGIN RECORD 4 ***

** Note :

- * Reservoirs must always be the first consecutive nodes numbered in a network, starting at 1
- * Reservoir volumes must be integer quantities and, ideally scaled so as not to exceed 6 significant digits.

* REQUIRED RESERVOIR DATA :

- (1) 8 character alphanumeric name
name must be delineated by quotation marks (eg. 'NAME')
- (2) Network node no.
- (3) Maximum capacity (Integer, E.G. acre-feet)
- (4) Minimum capacity (Integer, E.G. acre-feet)
- (5) Starting volume (Integer, E.G. acre-feet)

ENTER ABOVE DATA FOR FIRST RESERVOIR : 'VALDESIA' 1 153000 35000 93000
 ENTER ABOVE DATA FOR NEXT RESERVOIR : 'BARIAS' 2 3000 240 3000

 * Required NON-STORAGE Node Data :

- (1) 8 character alphanumeric name
name must be delineated by quotation marks (eg. 'NAME')

ENTER: Name for NON-STORAGE Node #03 = 'DISTRIB'
 ENTER: Name for NON-STORAGE Node #04 = 'SECTOR06'
 ENTER: Name for NON-STORAGE Node #05 = 'SECTOR05'
 ENTER: Name for NON-STORAGE Node #06 = 'SECTOR04'
 ENTER: Name for NON-STORAGE Node #07 = 'SECTOR03'
 ENTER: Name for NON-STORAGE Node #08 = 'SECTOR02'
 ENTER: Name for NON-STORAGE Node #09 = 'SECTOR01'
 ENTER: Name for NON-STORAGE Node #10 = 'SECTOR08'
 ENTER: Name for NON-STORAGE Node #11 = 'SECTOR07'
 ENTER: Name for NON-STORAGE Node #12 = 'ECOLOGIC'

*** BEGIN RECORD 5 ***

ENTER: 2 Spill Node(s) in Order of Preference = 2 1

*** BEGIN RECORD 6 ***

** AREA-CAPACITY-HEAD TABLE OF RESERVOIRS

[These units are based on the storage or capacity (C)
 units used in Record 4 such that C=A*H]

DATA REQUIRED :

- (1) Area (Integer, E.G. acre)
- (2) Capacity (Integer, E.G. acre-feet)
- (3) Head (Integer, E.G. feet)

also,

** POWER EFFICIENCY (Fraction)

[You can use either single or Tabular values for efficiency. In Tabular data, efficiencies can vary with head and release for your problem.]

 ENTER: NO. of A-C-H Tabular Values for Reservoir Node #01 = 14
 ENTER: 14 AREAs in ascending order
 38 150 324 871 1572 2310 3406 4537 5664 6677 7492 8357 9000 9776
 ENTER: 14 VOLUMEs in ascending order
 0 0 0 0 1173 6182 16214 32163 53736 80145 113465 153088 196481 243421
 ENTER: 14 HEADs in ascending order
 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90

Will hydropower efficiency be a Single value or Tabular values (S/T) ? T
 ENTER: No. of different [Heads] and [Releases] will be used in Table = 7 9
 ENTER: 07 HEADs in ascending order
 60 64 67 71 74 77 80
 ENTER: 09 RELEASEs in ascending order
 0 12096 30240 36288 39312 42336 45360 48384 54432
 ENTER: 09 EFFICIENCYs correspond to different RELEASE, when HEAD = 60
 Release = 0 12096 30240 36288 39312 42336 45360 48384 54432
 .0 .6442 .6893 .7085 .7190 .7181 .7133 .7046 .6797
 ENTER: 09 EFFICIENCYs correspond to different RELEASE, when HEAD = 64
 Release = 0 12096 30240 36288 39312 42336 45360 48384 54432
 .0 .6346 .6854 .7190 .7344 .7334 .7296 .7219 .6970
 ENTER: 09 EFFICIENCYs correspond to different RELEASE, when HEAD = 67
 Release = 0 12096 30240 36288 39312 42336 45360 48384 54432
 .0 .6346 .6893 .7258 .7373 .7430 .7440 .7411 .7430
 ENTER: 09 EFFICIENCYs correspond to different RELEASE, when HEAD = 71
 Release = 0 12096 30240 36288 39312 42336 45360 48384 54432
 .0 .6202 .6893 .7354 .7507 .7565 .7498 .7478 .7248
 ENTER: 09 EFFICIENCYs correspond to different RELEASE, when HEAD = 74
 Release = 0 12096 30240 36288 39312 42336 45360 48384 54432
 .0 .6144 .6874 .7402 .7526 .7632 .7613 .7574 .7315
 ENTER: 09 EFFICIENCYs correspond to different RELEASE, when HEAD = 77
 Release = 0 12096 30240 36288 39312 42336 45360 48384 54432
 .0 .6288 .6912 .7373 .7507 .7584 .7594 .7565 .7373
 ENTER: 09 EFFICIENCYs correspond to different RELEASE, when HEAD = 80
 Release = 0 12096 30240 36288 39312 42336 45360 48384 54432
 .0 .6422 .7037 .7421 .7526 .7622 .7670 .7613 .7334

ENTER: Seepage Rate (Fraction of Mean Storage); (Zero [0], If none) = 0

 ENTER: NO. of A-C-H Tabular Values for Reservoir Node #02 = 10
 ENTER: 10 AREAs in ascending order
 0 52 190 310 460 640 805 910 1000 1140
 ENTER: 10 VOLUMEs in ascending order
 0 50 240 450 800 1400 2100 3000 4000 6050
 ENTER: 10 HEADs in ascending order
 69 70 72 73 74 75 76 77 78 80

Will hydropower efficiency be a Single value or Tabular values (S/T) ? S
 ENTER: Single Hydropower Efficiency (Zero [0], If no power) = 0
 ENTER: Seepage Rate (Fraction of Mean Storage); (Zero [0], If none) = 0

*** BEGIN RECORD 7 ***

** Priority numbers are between 1 and 99; lower Number means higher priority

For FIRST Demand Node :

ENTER: (1) Network Node No.
 (2) If Flow-thru Demand or instream use, Node where(only 1) Flow Accrues
 Otherwise, Zero [0].
 (3) Quarterly Demand (Integer);
 Or Zero [0], if demand is entered via ADATA File.
 4 0 0

DOES INFILTRATION FROM THIS DEMAND CONTRIBUTE TO GROUNDWATER ? (Yes/No) NO

ENTER: PRIORITY FOR EACH QUARTER OF SIMULATION

10

 For NEXT Demand Node :

ENTER: (1) (2) (3)
 5 0 0

DOES INFILTRATION FROM THIS DEMAND CONTRIBUTE TO GROUNDWATER ? (Yes/No) NO

ENTER: PRIORITY FOR EACH QUARTER OF SIMULATION

10

 For NEXT Demand Node :

ENTER: (1) (2) (3)
 6 0 0

DOES INFILTRATION FROM THIS DEMAND CONTRIBUTE TO GROUNDWATER ? (Yes/No) NO

ENTER: PRIORITY FOR EACH QUARTER OF SIMULATION

10

 For NEXT Demand Node :

ENTER: (1) (2) (3)
 7 0 0

DOES INFILTRATION FROM THIS DEMAND CONTRIBUTE TO GROUNDWATER ? (Yes/No) NO

ENTER: PRIORITY FOR EACH QUARTER OF SIMULATION

10

 For NEXT Demand Node :

ENTER: (1) Network Node No.
 (2) If Flow-thru Demand or instream use, Node where(only 1) Flow Accrues
 Otherwise, Zero [0].
 (3) Quarterly Demand (Integer);
 Or Zero [0], if demand is entered via ADATA File.
 8 0 0

DOES INFILTRATION FROM THIS DEMAND CONTRIBUTE TO GROUNDWATER ? (Yes/No) NO

ENTER: PRIORITY FOR EACH QUARTER OF SIMULATION

10

 For NEXT Demand Node :

ENTER: (1) (2) (3)
 9 0 0

DOES INFILTRATION FROM THIS DEMAND CONTRIBUTE TO GROUNDWATER ? (Yes/No) NO

ENTER: PRIORITY FOR EACH QUARTER OF SIMULATION

10

*-----
 For NEXT Demand Node :
 ENTER: (1) (2) (3)
 10 0 0

DOES INFILTRATION FROM THIS DEMAND CONTRIBUTE TO GROUNDWATER ? (Yes/No) NO

ENTER: PRIORITY FOR EACH QUARTER OF SIMULATION.
 10

*-----
 For NEXT Demand Node :
 ENTER: (1) (2) (3)
 11 0 0

DOES INFILTRATION FROM THIS DEMAND CONTRIBUTE TO GROUNDWATER ? (Yes/No) NO

ENTER: PRIORITY FOR EACH QUARTER OF SIMULATION
 10

*-----
 For NEXT Demand Node :
 ENTER: (1) Network Node No.
 (2) If Flow-thru Demand or instream use, Node where(only 1) Flow Accrues
 Otherwise, Zero (0).
 (3) Quarterly Demand (Integer);
 Or Zero (0), if demand is entered via ADATA File.
 12 0 0

DOES INFILTRATION FROM THIS DEMAND CONTRIBUTE TO GROUNDWATER ? (Yes/No) NO

ENTER: PRIORITY FOR EACH QUARTER OF SIMULATION
 99

*** BEGIN RECORD 10 ***

If all flow units (Q) including demands, are in volume units (C)
 per time increment, no conversion is necessary. E.g., if volume in
 acre-ft/month and flow in cfs, the conversion factor = 60.372

Are Conversion Factors Necessary ? (Yes/No) NO

*** BEGIN RECORD 11 ***

** Priority numbers are between 1 and 99; lower Number means higher priority

For Reservoir Node No. 1 :
 ENTER: PRIORITY for each simulation Quarter
 40
 ENTER: [0] If Reservoir Target Storage is ZERO for Entire Simulation Period
 ENTER: [1] If Reservoir Target Storage is FULL for Entire Simulation Period
 ENTER: [V] If Reservoir Target Storage Varies Weekly
 V
 ENTER: Weekly Target Storage Capacity for Quarter 1
 96000 99000 102000 104000 105000 106000 107000 107000 107000 107000 107000

For Reservoir Node No. 2 :
 ENTER: PRIORITY for each simulation Quarter
 50
 ENTER: [0] If Reservoir Target Storage is ZERO for Entire Simulation Period
 ENTER: [1] If Reservoir Target Storage is FULL for Entire Simulation Period
 ENTER: [V] If Reservoir Target Storage Varies Weekly

*** BEGIN RECORD 12 ***

** Note :

- * Natural river reaches must always be the first consecutive links numbered in a network, starting at 1
- * All flow in canals is assumed to be pumped into the canal

 ENTER: No. of Links with Variable capacity = 0

FOR REMAINING Fixed Capacity LINKAGE configuration;

Enter: (1) NETWORK ARC NO.

(2) BEGINNING NODE.

(3) TERMINAL NODE.

(4) MAXIMUM CAPACITY (Integer, E.g. acre-ft/month)

(5) MINIMUM CAPACITY (Integer, E.g. MCM/Month)

(6) UNIT COST.

(7) LOSS COEFFICIENT (Fraction).

For First fixed capacity LINK : 1 1 2 4233600 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 2 2 12 4233600 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 3 1 2 54432 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 4 2 3 8951 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 5 3 4 7258 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 6 4 5 7258 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 7 5 6 7258 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 8 6 7 7258 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 9 7 8 7258 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 10 8 9 7258 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 11 3 10 1693 0 0 0
 For Next fixed capacity LINK : 12 10 11 1693 0 0 0

*** BEGIN RECORD 13 ***

Note : Maxiaum number of reservoirs or linkages can be plotted is 20

How many Reservoirs do you want to plot ? 2 ;
 List reservoir Nodes requested : 1 2

How many Linkages do you want to plot ? 2
 List linkage Nodes requested : 1 3

***** End of ORGANIZ Section *****

If you made any mistake in ORGANIZ section, you may use
 editor (e.g. EDLIN, WordSTAR, or any other word processor.)
 to edit the data file which you just created.
 (Note: It is easy to follow the content line by line,
 since each data line is identified by alphanumeric characters)

Unit/Data/Storage/Output/Plot [E/M,Y/Q,0/1,F/S,N/Y] 1 1 1 0 1
 VALDESIA TEST-WEEKLY BASIS; 8 IRRIGATION SECTORS, STARTING 84/10/09
 Nodes: Total/Reservoir/Spill/Demand/Import 12 2 2 9 0
 Links: Total/River Reach 12 2
 Periods(Year): Total/Beginning Calendar 1 40
 Index Period: Start/End of Output 1 1

Firm Yield (N/Y,0/Node#), Tolerance Level for Shortage 0 .0000

VALDESIA	1	153000	35000	93000
BARIAS	2	3000	240	3000
DISTRIB	3			
SECTOR06	4			
SECTOR05	5			
SECTOR04	6			
SECTOR03	7			
SECTOR02	8			
SECTOR01	9			
SECTOR08	10			
SECTOR07	11			
ECOLOGIC	12			

Spill Nodes: 2 1

RES #, A-C-H POINTS 1 14

A-C-H	38	0	25	150	0	30	324	0	35
	871	0	40	1572	1173	45	2310	6182	50
	3406	16214	55	4537	32163	60	5664	53736	65
	6677	80145	70	7492	113465	75	8357	153088	80
	9000	196481	85	9776	243421	90			

Power Eff [0/1,S/T] 1

No of H,Q 7 9

Eff Table	H\Q	0	12096	30240	36288	39312	42336	45360	48384	54432
	60	.0000	.6442	.6893	.7085	.7190	.7181	.7133	.7046	.6797
	64	.0000	.6346	.6854	.7190	.7344	.7334	.7296	.7219	.6970
	67	.0000	.6346	.6893	.7258	.7373	.7430	.7440	.7411	.7430
	71	.0000	.6202	.6893	.7354	.7507	.7565	.7498	.7478	.7248
	74	.0000	.6144	.6874	.7402	.7526	.7632	.7613	.7574	.7315
	77	.0000	.6288	.6912	.7373	.7507	.7584	.7594	.7565	.7373
	80	.0000	.6422	.7037	.7421	.7526	.7622	.7670	.7613	.7334

NO GW .000

RES #, A-C-H POINTS 2 10

A-C-H	0	0	69	52	50	70	190	240	72
	310	450	73	460	800	74	640	1400	75
	805	2100	76	910	3000	77	1000	4000	78
	1140	6050	80						

Power Eff [0/1,S/T] 0 .0000

NO GW .000

Demand	4	0	0
All Quarters	10		
Demand	5	0	0
All Quarters	10		
Demand	6	0	0
All Quarters	10		
Demand	7	0	0
All Quarters	10		
Demand	8	0	0
All Quarters	10		
Demand	9	0	0
All Quarters	10		
Demand	10	0	0
All Quarters	10		
Demand	11	0	0
All Quarters	10		
Demand	12	0	0
All Quarters	99		

Factors: Link F=		1.0000000	Inflow=	1.0000000	Demand=	1.0000000		
Quarterly OPR	1 40	96000.	99000.	102000.	104000.	105000.	106000.	01
		107000.	107000.	107000.	107000.	107000.	107000.	
Quarterly OPR	2 50	3000.	3000.	3000.	3000.	3000.	3000.	01
		3000.	3000.	3000.	3000.	3000.	3000.	

NVARLKS 0

Link	1	1	2	4233600	0	0	.00000
Link	2	2	12	4233600	0	0	.00000
Link	3	1	2	54432	0	0	.00000
Link	4	2	3	8951	0	0	.00000
Link	5	3	4	7258	0	0	.00000
Link	6	4	5	7258	0	0	.00000
Link	7	5	6	7258	0	0	.00000
Link	8	6	7	7258	0	0	.00000
Link	9	7	8	7258	0	0	.00000
Link	10	8	9	7258	0	0	.00000
Link	11	3	10	1693	0	0	.00000
Link	12	10	11	1693	0	0	.00000
LINK PLOT	2		1 3				
RES. PLOT	2		1 2				

***** River Basin Simulation Package (Network Flow Algorithm) *****
 Version : MODSIMX V2.51 (448K RAM) cSu Feb, 1986

If you want to STOP execution at any time, just press Ctrl-Break !

For continuing execution,
 Please press <return> to continue.

***** Data Editing Mode *****

There are two data files required for MODSIMX :
 one generated by subroutine SORGANZP.FOR (ORGANIZ)
 and the other one by subroutine SADATA.FOR (ADATA)

Do you want to Create any new data file ? [Yes/No] y

If you want the data to be saved on another diskette,
 please take out program diskette and insert the data diskette
 just "before" entering the data file name.

***** ORGANIZ SECTION *****

Do you want to Create a new ORGANIZ Data file ? [Yes/No] N

**** Transfer to ADATA Section ****

***** ADATA SECTION *****

Do you want to Creat a new ADATA Data file ? [Yes/No] Y

Type in a NEW file name for saving input data = DEMO.ADA

Coded Inflow, Demand, and Evap. File "DEMO.ADA" " Creation

ENTER: [0] If data in Year/Month basis
 [1] If data in Quarter/Week basis

1
 ENTER: Total No. of Network Nodes =
 12

ENTER: Total No. of Reservoirs = 2
 Beginning Calender of Simulation = 40
 Ending Calender of Simulation = 40

ENTER: Total No. of Additional DEMAND Nodes
 whose Demands are to be Entered here in ADATA and not in ORGANIZ = 9

ENTER: Node No. of each Demand Node
 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Confirm :
 4 5 6 7 8 9 10 11 12
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Total No. of Nodes where Unregulated inflow Occurs = 1
 ENTER: Node No. of each Unreg. Inflow Node
 1

Confirm :
 1
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Total No. of Reservoirs which has Power Plant = 1
 ENTER: Node No. of each Reservoir which has Power Plant
 1

Confirm :
 1
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Total No. of Reservoir with Net Evap. <> 0
 (Note: Negative values indicate precip. rate > evap. rate) = 2
 ENTER: Node No. of Reservoirs with Evap. <> 0
 1 2

Confirm :
 1 2
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Inflows for Node No. 1 of Quarter 40
 7*15120 13300 4*11980

Confirm :
 15120.0000 15120.0000 15120.0000 15120.0000 15120.0000 15120.0000
 15120.0000 13300.0000 11980.0000 11980.0000 11980.0000 11980.0000
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Hours of Turbine Operation for Node No. 1 in Quarter 40
 12*50

Confirm :
 50.0000 50.0000 50.0000 50.0000 50.0000 50.0000
 50.0000 50.0000 50.0000 50.0000 50.0000 50.0000
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

(Note: Evaporation rate has the same unit as Head)
 ENTER: Weekly Evap. Rates for Res. No. 1 of Quarter 40
 3*-.047 4*.023 .051 4*.080

Confirm :
 -.0470 -.0470 -.0470 .0230 .0230 .0230
 .0230 .0510 .0800 .0800 .0800 .0800
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

(Note: Evaporation rate has the same unit as Head)
 ENTER: Weekly Evap. Rates for Res. No. 2 of Quarter 40
 3*-.0470 4*.023 .051 4*.080

Confirm :
 -.0470 -.0470 -.0470 .0230 .0230 .0230
 .0230 .0510 .0800 .0800 .0800 .0800
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Demands for Node No. 4 of Quarter 40
 605 579 354 492 579 596 743 588 648 346 700 501

Confirm :
 605.0000 579.0000 354.0000 492.0000 579.0000 596.0000
 743.0000 588.0000 648.0000 346.0000 700.0000 501.0000
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Demands for Node No. 5 of Quarter 40
 1633 1564 942 1331 1685 1754 2151 1685 1875 1158 2005 1452

Confirm :
 1633.0000 1564.0000 942.0000 1331.0000 1685.0000 1754.0000
 2151.0000 1685.0000 1875.0000 1158.0000 2005.0000 1452.0000
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Demands for Node No. 6 of Quarter 40
 527 501 320 432 588 622 778 605 639 354 691 492

Confirm :
 527.0000 501.0000 320.0000 432.0000 588.0000 622.0000
 778.0000 605.0000 639.0000 354.0000 691.0000 492.0000
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Demands for Node No. 7 of Quarter 40
 968 933 570 795 1132 1123 1391 1063 1218 778 1287 933

Confirm :
 968.0000 933.0000 570.0000 795.0000 1132.0000 1123.0000
 1391.0000 1063.0000 1218.0000 778.0000 1287.0000 933.0000
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Demands for Node No. 8 of Quarter 40
 510 492 320 441 553 596 717 570 639 389 683 501

Confirm :
 510.0000 492.0000 320.0000 441.0000 553.0000 596.0000
 717.0000 570.0000 639.0000 389.0000 683.0000 501.0000
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Demands for Node No. 9 of Quarter 40
 864 838 518 717 881 959 1149 933 838 467 950 717

Confirm :
 864.0000 838.0000 518.0000 717.0000 881.0000 959.0000
 1149.0000 933.0000 838.0000 467.0000 950.0000 717.0000
 Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Demands for Node No. 10 of Quarter 40
 130 130 78 104 138 130 173 108 180 69 138 104

Confirm :
 130.0000 130.0000 78.0000 104.0000 138.0000 130.0000
 173.0000 130.0000 130.0000 69.0000 138.0000 104.0000

Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Demands for Node No. 11 of Quarter 40
518 501 294 423 518 544 665 527 596 354 639 458

Confirm :
518.0000 501.0000 294.0000 423.0000 518.0000 544.0000
665.0000 527.0000 596.0000 354.0000 639.0000 458.0000
Is that Correct [Yes/No] ? Y

ENTER: Weekly Demands for Node No. 12 of Quarter 40
12*4000000

Confirm :
4000000.0000 4000000.0000 4000000.0000 4000000.0000 4000000.0000 4000000.0000
4000000.0000 4000000.0000 4000000.0000 4000000.0000 4000000.0000 4000000.0000
Is that Correct [Yes/No] ? Y

The Coded Version of this Data File is Stored on Disk File : DEMO.ADA

***** End of ADATA Section *****

Do you want to Create any new data file ? [Yes/No] N

Here, take out your data diskette, and insert the program(working) diskette

When you have finished,
Please press <return> to continue.

***** End of Editing Mode *****

Next will be Echo Print of ORGANIZ data file

***** ECHOIT Section *****

Do you want to echo print any ORGANIZ data file [Yes/No] ? N

***** End of ECHOIT Section *****

Program MODSIMX can now be executed

If you made any mistake and would like to correct it,
Type in "CTRL-BREAK" followed by "Y" to interrupt batch file execution.

After correction, Type "MODSIMX" to run the batch file again !

Strike a key when ready . . .

***** ADATA SECTION *****

Do you want to Creat a new ADATA Data file ? [Yes/No] NO

***** End of ADATA Section *****

Do you want to Create any new data file ? [Yes/No] NO

Here, take out your data diskette, and insert the program(working) diskette
When you have finished,
Please press <return> to continue.

***** End of Editing Mode *****

Next will be Echo Print of ORGANIZ data file

***** ECHOIT Section *****

Do you want to echo print any ORGANIZ data file [Yes/No] ? YES

Notes:
Before typing in the data file name,
take out the program diskette and
insert the diskette with the ORGANIZ data file

Type in file names :

INPUT DATA FILE (edited by ORGANIZ) = DEMO.ORG
OUTPUT FILE (for storing echo print) = DEMO.ECH

Any other ORGANIZ data file to be echo printed? [Yes/No] ? NO

Here, insert the PROBLEM SOLVING program diskette
i.e., the working diskette No.2

After you finished,
Please press <return> to continue.

***** End of ECHOIT Section *****

Program MODSIMX can now be executed

If you made any mistake and would like to correct it,
Type in "CTRL-BREAK" followed by "Y" to interrupt batch file execution.

After correction, Type "MODSIMX" to run the batch file again !

```

*****
*
*       Program MODSIMX   River Basin Simulation Package
*       Colorado State University   cSu
*       Version: Valdesia.1a   IBM/PC-XT   December 13, 1985
*
*****

```

Control Options : DATA is Quarter-Week basis
 Metric UNIT is used
 Storage PRIORITY is same for each Week in a Quarter
 Full OUTPUT for result of reservoir analysis
 PLOT of reservoir and/or linkage is requested

VALDESIA TEST-WEEKLY BASIS; 8 IRRIGATION SECTORS, STARTING 04/10/09

```

Number of Nodes = 12
Number of Links = 12
The Quarter Operation Starts = 40
Number of Demand Nodes = 9
Yield Node = 0
Number of Reservoirs = 2
Number of River Reaches = 2
Number of Quarters to Simulate = 1
Number of Spill Nodes = 2
Number of Import Nodes = 0

```

Node	Name	Capacities			Quarterly Demand
		Maximum	Minimum	Beginning	
1	VALDESIA	153000	35000	93000	0
2	BARIAS	3000	240	3000	0
3	DISTRIB	0	0	0	0
4	SECTOR06	0	0	0	0
5	SECTOR05	0	0	0	0
6	SECTOR04	0	0	0	0
7	SECTOR03	0	0	0	0
8	SECTOR02	0	0	0	0
9	SECTOR01	0	0	0	0
10	SECTOR08	0	0	0	0
11	SECTOR07	0	0	0	0
12	ECOLOGIC	0	0	0	0

System Configuration

Link	From Node	to Node	Maximum Capacity	Minimum Capacity	Unit Cost	Loss Coefficient
1	1	2	4233600	0	0	.000
2	2	12	4233600	0	0	.000
3	1	2	54432	0	0	.000
4	2	3	8951	0	0	.000
5	3	4	7258	0	0	.000
6	4	5	7258	0	0	.000
7	5	6	7258	0	0	.000
8	6	7	7258	0	0	.000
9	7	8	7258	0	0	.000
10	8	9	7258	0	0	.000
11	3	10	1693	0	0	.000
12	10	11	1693	0	0	.000

Spill Reservoirs in Order of Preference 1

2 1

Priorities and Desired Operating Levels are Unique for each Quarter
(Level can vary with Week)

System Demand(s)

Node 4

Quarter	Rank	(Demand is Read via Data File)
-----	-----	
1	10	

Node 5

Quarter	Rank	(Demand is Read via Data File)
-----	-----	
1	10	

Node 6

Quarter	Rank	(Demand is Read via Data File)
-----	-----	
1	10	

Node 7

Quarter	Rank	(Demand is Read via Data File)
-----	-----	
1	10	

Node 8

Quarter	Rank	(Demand is Read via Data File)
-----	-----	
1	10	

Node 9

Quarter	Rank	(Demand is Read via Data File)
-----	-----	
1	10	

Node 10

Quarter	Rank	(Demand is Read via Data File)
-----	-----	
1	10	

Node 11

Quarter	Rank	(Demand is Read via Data File)
-----	-----	
1	10	

Node 12

Quarter	Rank	(Demand is Read via Data File)
-----	-----	
1	99	

Reservoir Desired Storage Levels and Ranks

Reservoir 1		Weekly Distribution											
Quarter	Rank	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	40	.627	.647	.667	.680	.686	.693	.699	.699	.699	.699	.699	.699

Reservoir 2		Weekly Distribution											
Quarter	Rank	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	50	1.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001

Reservoir Area-Capacity-Head Table and Power Efficiency:

Reservoir 1

Point	Area	Capacity	Head
1	38	0	25
2	150	0	30
3	324	0	35
4	871	0	40
5	1572	1173	45
6	2310	6182	50
7	3406	16214	55
8	4537	32163	60
9	5664	53736	65
10	6677	80145	70
11	7492	113465	75
12	8357	153088	80
13	9000	196481	85
14	9776	243421	90

Power Efficiency Table :

Head\Release	0	12096	30240	36288	39312	42336	45360	48384	54432
60	.0000	.6442	.6893	.7085	.7190	.7181	.7133	.7046	.6797
64	.0000	.6346	.6854	.7190	.7344	.7334	.7296	.7219	.6970
67	.0000	.6346	.6893	.7258	.7373	.7430	.7440	.7411	.7430
71	.0000	.6202	.6893	.7354	.7507	.7565	.7498	.7478	.7248
74	.0000	.6144	.6874	.7402	.7526	.7632	.7613	.7574	.7315
77	.0000	.6288	.6912	.7373	.7507	.7584	.7594	.7565	.7373
80	.0000	.6422	.7037	.7421	.7526	.7622	.7670	.7613	.7334

Reservoir 2

Point	Area	Capacity	Head
1	0	0	69
2	52	50	70
3	190	240	72
4	310	450	73
5	460	800	74
6	640	1400	75
7	805	2100	76
8	910	3000	77
9	1000	4000	78
10	1140	6050	80

Constant Power Efficiency = .0000


```

*****
*                               *
*   Program MODSIMX   River Basin Simulation Package   *
*   Colorado State University   cSu   *
*   Version: V2.51   IBM/PC-XT   February 13, 1986   *
*                               *
*****

```

VALDESIA TEST-WEEKLY BASIS; 8 IRRIGATION SECTORS, STARTING 84/10/09

Reservoir No. 1 VALDESIA Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40
 Maximum Capacity 153000 Minimum Operating Pool Capacity 35000

Week	***** Storage *****			***** Losses *****			
	Initial	Ending	Target	Spills	Evap. Rate	Evap. Loss	Seepage
1	93000	96000	96000	0	-.047	-329	0
2	96000	99000	99000	0	-.047	-333	0
3	99000	102000	102000	0	-.047	-336	0
4	102000	104000	104000	0	.023	166	0
5	104000	105000	105000	0	.023	167	0
6	105000	106000	106000	0	.023	168	0
7	106000	107000	107000	0	.023	168	0
8	107000	107000	107000	0	.051	374	0
9	107000	107000	107000	0	.080	587	0
10	107000	107000	107000	0	.080	587	0
11	107000	107000	107000	0	.080	587	0
12	107000	107000	107000	0	.080	587	0

Week	***** Inflow *****				***** Outflow *****	
	Unreg. Inflow	Upstream Releases	Surface Pumped in	Ground-Water	Downstream Release	Surface Pumped Out
1	15120	0	0	0	12449	0
2	15120	0	0	0	12453	0
3	15120	0	0	0	12456	0
4	15120	0	0	0	12954	0
5	15120	0	0	0	13953	0
6	15120	0	0	0	13952	0
7	15120	0	0	0	13952	0
8	13300	0	0	0	12926	0
9	11980	0	0	0	11393	0
10	11980	0	0	0	11393	0
11	11980	0	0	0	11393	0
12	11980	0	0	0	11393	0

Week	**** Demand ****		***** Hydropower *****			Surface
	Required	Shortage	Avg. Head	Avg. Power KW	Energy MW-HR	Area
1	0	0	72.13	29583	1774	7024
2	0	0	72.58	29800	1788	7097
3	0	0	73.03	30015	1800	7171
4	0	0	73.44	31923	1915	7238
5	0	0	73.67	35062	2103	7275
6	0	0	73.82	35135	2108	7299
7	0	0	73.97	35211	2112	7324
8	0	0	74.06	32129	1927	7338
9	0	0	74.07	26891	1613	7341
10	0	0	74.07	26891	1613	7341
11	0	0	74.07	26891	1613	7341
12	0	0	74.07	26891	1613	7341

Reservoir No. 2 BARIAS Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40
 Maximum Capacity 3000 Minimum Operating Pool Capacity 240

Week	***** Storage *****			***** Losses *****			
	Initial	Ending	Target	Spills	Evap. Rate	Evap. Loss	Seepage
1	3000	3000	3000	0	-.047	-42	0
2	3000	3000	3000	0	-.047	-42	0
3	3000	3000	3000	0	-.047	-42	0
4	3000	3000	3000	0	.023	21	0
5	3000	3000	3000	0	.023	21	0
6	3000	3000	3000	0	.023	21	0
7	3000	3000	3000	0	.023	21	0
8	3000	3000	3000	0	.051	46	0
9	3000	3000	3000	0	.080	73	0
10	3000	3000	3000	0	.080	73	0
11	3000	3000	3000	0	.080	73	0
12	3000	3000	3000	0	.080	73	0

Week	***** Inflow *****			***** Outflow *****		
	Unreg. Inflow	Upstream Releases	Surface Pumped in	Ground-Water	Downstream Release	Surface Pumped Out
1	0	12449	0	0	6736	5755
2	0	12453	0	0	6957	5538
3	0	12456	0	0	9102	3396
4	0	12954	0	0	8198	4735
5	0	13953	0	0	7858	6074
6	0	13952	0	0	7607	6324
7	0	13952	0	0	6164	7767
8	0	12926	0	0	6779	6101
9	0	11393	0	0	4737	6583
10	0	11393	0	0	7405	3915
11	0	11393	0	0	4227	7093
12	0	11393	0	0	6162	5158

Week	**** Demand ****		***** Hydropower *****			Surface
	Required	Shortage	Avg. Head	Avg. Power KW	Energy MW-HR	Area
1	0	0	76.98	0	0	908
2	0	0	76.98	0	0	908
3	0	0	76.98	0	0	908
4	0	0	77.00	0	0	910
5	0	0	77.00	0	0	910
6	0	0	77.00	0	0	910
7	0	0	77.00	0	0	910
8	0	0	77.00	0	0	910
9	0	0	77.00	0	0	910
10	0	0	77.00	0	0	910
11	0	0	77.00	0	0	910
12	0	0	77.00	0	0	910

Demand Node No. 4 SECTOR06 Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40

Week	Demand	Surface Water Contribution	Groundwater Contribution	Shortage (- Implies Excess)
1	605	605	0	0
2	579	579	0	0
3	354	354	0	0
4	492	492	0	0
5	579	579	0	0
6	596	596	0	0
7	743	743	0	0
8	588	588	0	0
9	648	648	0	0
10	346	346	0	0
11	700	700	0	0
12	501	501	0	0

Demand Node No. 5 SECTOR05 Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40

Week	Demand	Surface Water Contribution	Groundwater Contribution	Shortage (- Implies Excess)
1	1633	1633	0	0
2	1564	1564	0	0
3	942	942	0	0
4	1331	1331	0	0
5	1685	1685	0	0
6	1754	1754	0	0
7	2151	2151	0	0
8	1685	1685	0	0
9	1875	1875	0	0
10	1158	1158	0	0
11	2005	2005	0	0
12	1452	1452	0	0

Demand Node No. 6 SECTOR04 Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40

Week	Demand	Surface Water Contribution	Groundwater Contribution	Shortage (- Implies Excess)
1	527	527	0	0
2	501	501	0	0
3	320	320	0	0
4	432	432	0	0
5	588	588	0	0
6	622	622	0	0
7	778	778	0	0
8	605	605	0	0
9	639	639	0	0
10	354	354	0	0
11	691	691	0	0
12	492	492	0	0

Demand Node No. 7 SECTOR03 Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40

Week	Demand	Surface Water Contribution	Groundwater Contribution	Shortage (- Implies Excess)
1	968	968	0	0
2	933	933	0	0
3	570	570	0	0
4	795	795	0	0
5	1132	1132	0	0
6	1123	1123	0	0
7	1391	1391	0	0
8	1063	1063	0	0
9	1218	1218	0	0
10	778	778	0	0
11	1287	1287	0	0
12	933	933	0	0

Demand Node No. 8 SECTOR02 Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40

Week	Demand	Surface Water Contribution	Groundwater Contribution	Shortage (- Implies Excess)
1	510	510	0	0
2	492	492	0	0
3	320	320	0	0
4	441	441	0	0
5	553	553	0	0
6	596	596	0	0
7	717	717	0	0
8	570	570	0	0
9	639	639	0	0
10	389	389	0	0
11	683	683	0	0
12	501	501	0	0

Demand Node No. 9 SECTOR01 Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40

Week	Demand	Surface Water Contribution	Groundwater Contribution	Shortage (- Implies Excess)
1	864	864	0	0
2	838	838	0	0
3	518	518	0	0
4	717	717	0	0
5	881	881	0	0
6	959	959	0	0
7	1149	1149	0	0
8	933	933	0	0
9	838	838	0	0
10	467	467	0	0
11	950	950	0	0
12	717	717	0	0

Demand Node No. 10 SECTOR08 Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40

Week	Demand	Surface Water Contribution	Groundwater Contribution	Shortage (- Implies Excess)
1	130	130	0	0
2	130	130	0	0
3	78	78	0	0
4	104	104	0	0
5	138	138	0	0
6	130	130	0	0
7	173	173	0	0
8	130	130	0	0
9	130	130	0	0
10	69	69	0	0
11	138	138	0	0
12	104	104	0	0

Demand Node No. 11 SECTOR07 Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40

Week	Demand	Surface Water Contribution	Groundwater Contribution	Shortage (- Implies Excess)
1	518	518	0	0
2	501	501	0	0
3	294	294	0	0
4	423	423	0	0
5	518	518	0	0
6	544	544	0	0
7	665	665	0	0
8	527	527	0	0
9	596	596	0	0
10	354	354	0	0
11	639	639	0	0
12	458	458	0	0

Demand Node No. 12 ECOLOGIC Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40

Week	Demand	Surface Water Contribution	Groundwater Contribution	Shortage (- Implies Excess)
1	4000000	6736	0	3993264
2	4000000	6957	0	3993043
3	4000000	9102	0	3990898
4	4000000	8198	0	3991802
5	4000000	7858	0	3992142
6	4000000	7607	0	3992393
7	4000000	6164	0	3993836
8	4000000	6779	0	3993221
9	4000000	4737	0	3995263
10	4000000	7405	0	3992595
11	4000000	4227	0	3995773
12	4000000	6162	0	3993838

Volumetric Flows in Links

Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
1	12449	12453	12456	12954	13953	13952
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	13952	12926	11393	11393	11393	11393
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
2	6736	6957	9102	8198	7858	7607
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	6164	6779	4737	7405	4227	6162
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
3	0	0	0	0	0	0
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	0	0	0	0	0	0
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
4	5755	5538	3396	4735	6074	6324
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	7767	6101	6583	3915	7093	5158
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
5	5107	4907	3024	4208	5418	5650
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	6929	5444	5857	3492	6316	4596
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
6	4502	4328	2670	3716	4839	5054
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	6186	4856	5209	3146	5616	4095
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
7	2869	2764	1728	2385	3154	3300
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	4035	3171	3334	1988	3611	2643
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
8	2342	2263	1408	1953	2566	2678
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	3257	2566	2695	1634	2920	2151
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

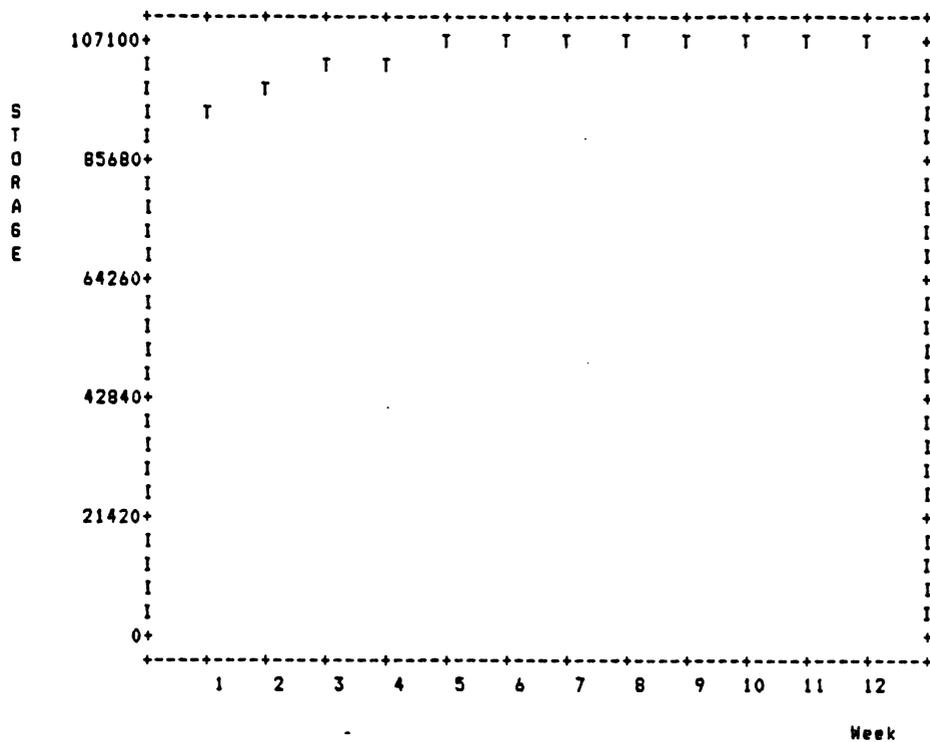
Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
9	1374	1330	838	1158	1434	1555
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	1866	1503	1477	856	1633	1218
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
10	864	838	518	717	881	959
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	1149	933	838	467	950	717
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

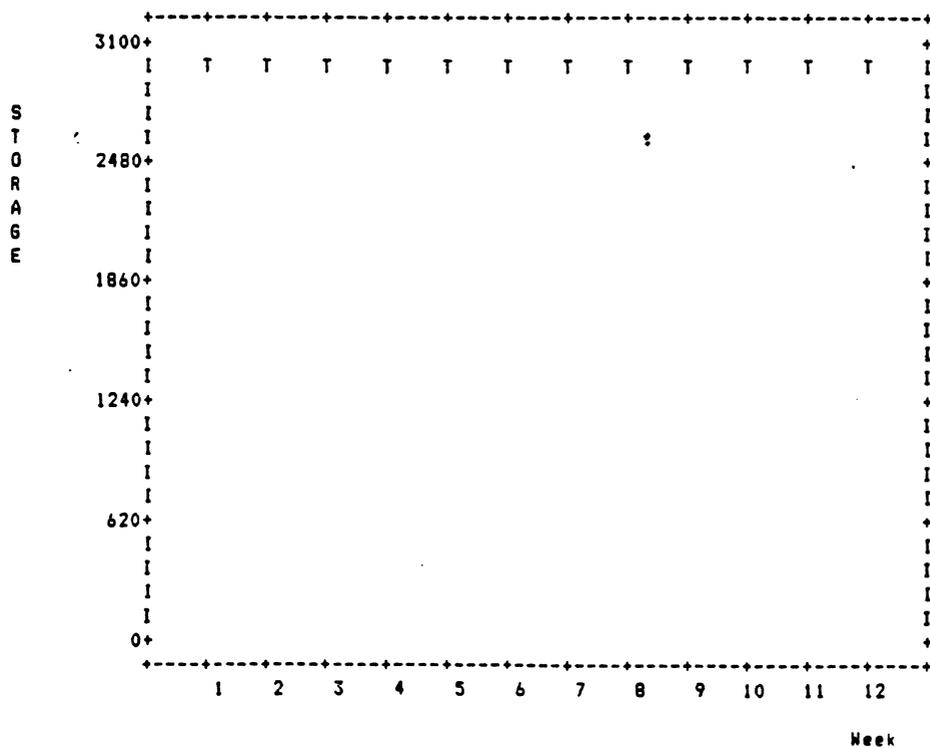
Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
11	648	631	372	527	656	674
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	838	657	726	423	777	562
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Link	Wek 1	Wek 2	Wek 3	Wek 4	Wek 5	Wek 6
12	518	501	294	423	518	544
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	Wek 7	Wek 8	Wek 9	Wek 10	Wek 11	Wek 12
	665	527	596	354	639	458
Loss	0.	0.	0.	0.	0.	0.

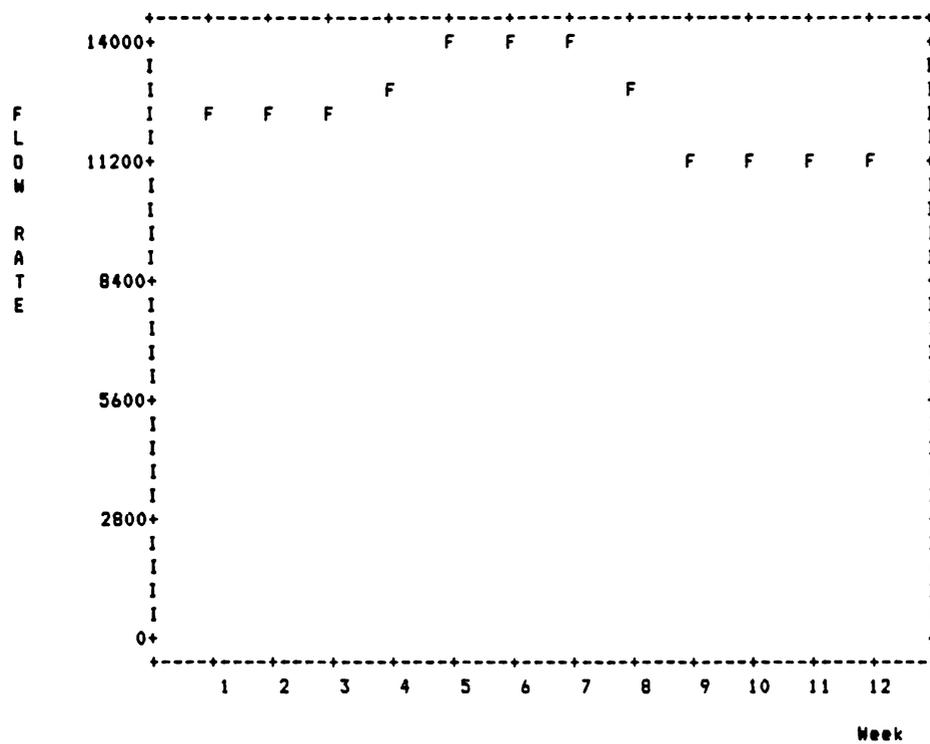
Target & End-of-Period Storage Levels for VALDESIA RES.(Node 1), Quarter 40



Target & End-of-Period Storage Levels for BARIAS RES.(Node 2), Quarter 40

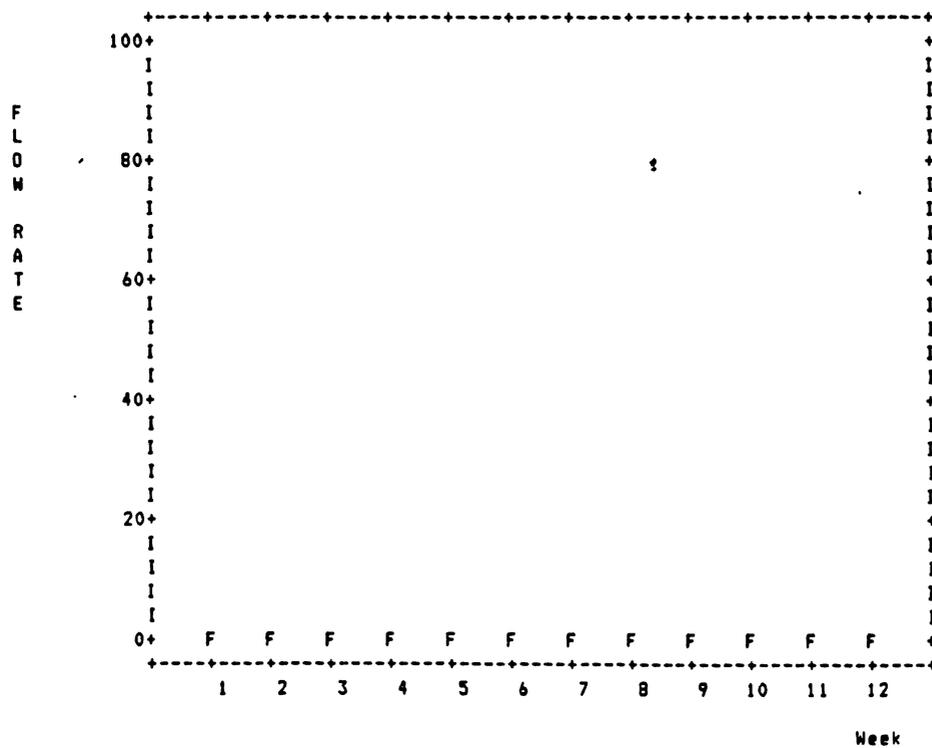


Flow in Link 1 during Quarter 40



1

Flow in Link 3 during Quarter 40



Total Loss from System (Export from Spill)

Node	Loss
2	0
1	0

Total	0

Total Shortage to Demand

Node	Shortage
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	47918068

Total	47918068

Average Quarterly KW Output

Node	KW
1	366426
2	0

Total	366426

```

*****
*
*           Program MODSIMX   River Basin Simulation Package
*           Colorado State University   cSu
*           Version: V2.51   IBM/PC-XT   February 13, 1986
*
*****

```

VALDESIA TEST-WEEKLY BASIS; 8 IRRIGATION SECTORS, STARTING 84/10/09

Reservoir No. 1 VALDESIA Simulation Quarter 1 Calendar Quarter 40
Maximum Capacity 153000 Minimum Operating Pool Capacity 35000

Week	***** Storage *****			***** Losses *****			
	Initial	Ending	Target	Spills	Evap. Rate	Evap. Loss	Seepage
1	93000	96000	96000	0	-.047	-329	0
2	96000	99000	99000	0	-.047	-333	0
3	99000	102000	102000	0	-.047	-336	0
4	102000	104000	104000	0	.023	166	0
5	104000	105000	105000	0	.023	167	0
6	105000	106000	106000	0	.023	168	0
7	106000	107000	107000	0	.023	168	0
8	107000	107000	107000	0	.051	374	0
9	107000	107000	107000	0	.080	587	0
10	107000	107000	107000	0	.080	587	0
11	107000	107000	107000	0	.080	587	0
12	107000	107000	107000	0	.080	587	0

Week	***** Inflow *****			***** Outflow *****		
	Unreg. Inflow	Upstream Releases	Surface Pumped in	Ground-Water	Downstream Release	Surface Pumped Out
1	15120	0	0	0	12449	0
2	15120	0	0	0	12453	0
3	15120	0	0	0	12456	0
4	15120	0	0	0	12954	0
5	15120	0	0	0	13953	0
6	15120	0	0	0	13952	0
7	15120	0	0	0	13952	0
8	13300	0	0	0	12926	0
9	11980	0	0	0	11393	0
10	11980	0	0	0	11393	0
11	11980	0	0	0	11393	0
12	11980	0	0	0	11393	0

Week	**** Demand ****		***** Hydropower *****			Surface
	Required	Shortage	Avg. Head	Avg. Power KW	Energy MW-HR	Area
1	0	0	72.13	37066923	1853346	7024
2	0	0	72.58	37356084	1867804	7097
3	0	0	73.03	37642136	1882107	7171
4	0	0	73.44	39432157	1971608	7258
5	0	0	73.67	42456837	2122842	7275
6	0	0	73.82	42569515	2128476	7299
7	0	0	73.97	42685662	2134283	7324
8	0	0	74.06	39761940	1988097	7338
9	0	0	74.07	34401655	1720083	7341
10	0	0	74.07	34401655	1720083	7341
11	0	0	74.07	34401655	1720083	7341
12	0	0	74.07	34401655	1720083	7341

CAPITULO 5

INTRODUCCION A LA PROGRAMACION DINAMICA EN LOS SISTEMAS
DE RECURSOS DE AGUA

5.1 Introducción

La mayoría de los problemas operacionales de los recursos de agua tienen una estructura especial que facilita su solución. Esto ocurre porque las decisiones son llevadas a cabo en una forma secuencial en tiempo o espacio. Por decir, al inicio de Enero existe un cierto nivel del agua en el embalse. Se decide luego descargar una cierta cantidad durante este mes. Las escorrentias naturales y pérdidas durante este mes, combinadas con las descargas controladas, originan un nuevo nivel de almacenamiento al final de Enero o inicios de Febrero (Figura 5.1). Durante Enero se incurren en ciertos beneficios netos, costos y penalizaciones, dependiendo del tipo de problema. Usualmente están relacionados a la decisión de descargar y al almacenamiento promedio del mes. Con un nuevo volumen en Febrero, una nueva decisión de descargar es tomada y así sucesivamente para los meses restantes. A pesar que las decisiones son tomadas una a la vez, no son independientes entre ellas. La programación dinámica es una técnica que explota estas características de problemas secuenciales de decisión. Por ella un problema de gran magnitud puede ser descompuesto en varios pequeños, los cuales son fácilmente resueltos.

La programación dinámica discreta es una técnica poderosa que resuelve muchos problemas en varias disciplinas (en la que se incluyen la de recursos de agua) y, a la vez, es versátil en su uso en microcomputadoras.

Las ventajas de la PD son las siguientes:

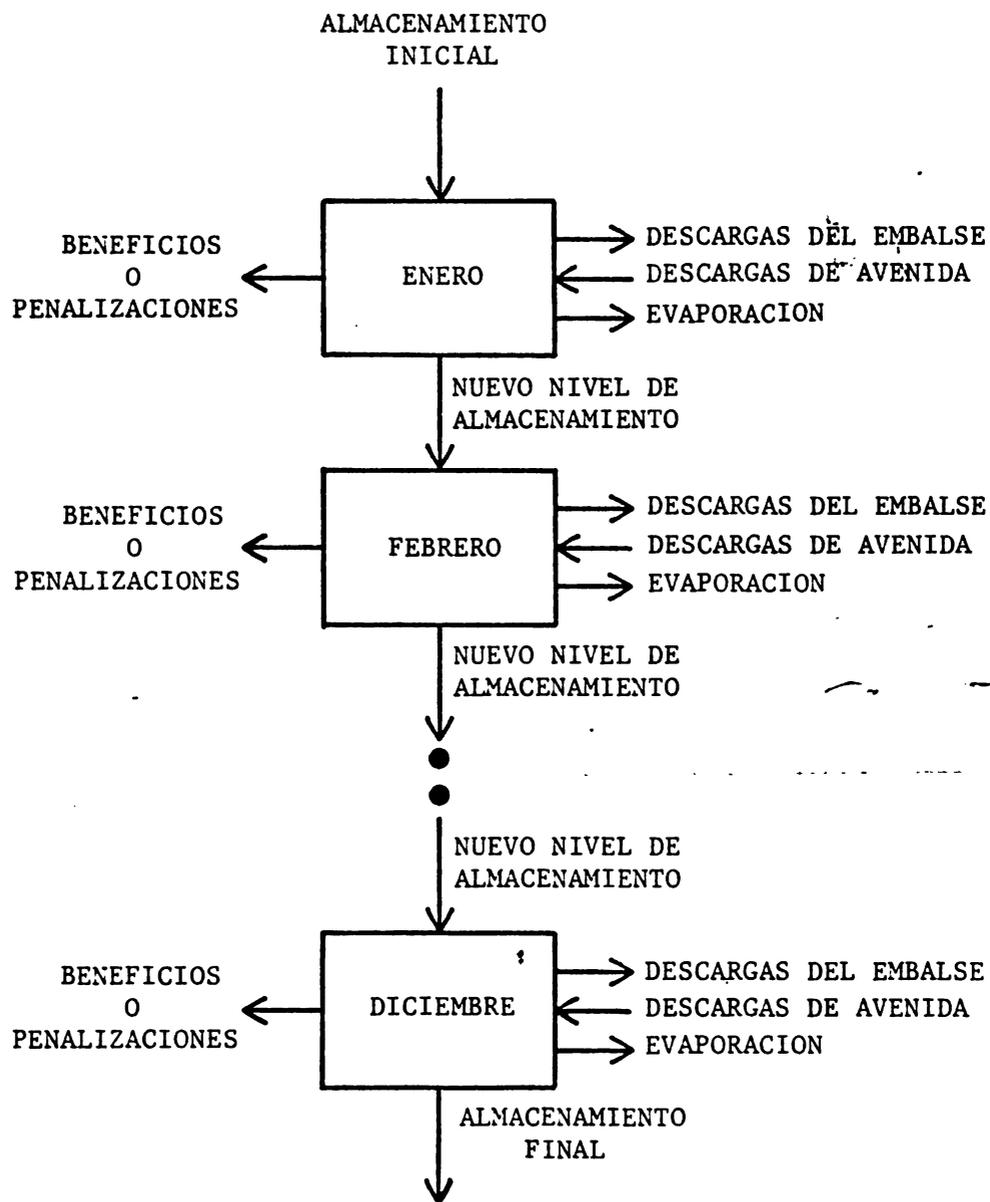


Figura 5.1. Ilustración del proceso secuencial de decisión en la operación de un embalse.

1. El esfuerzo computacional crece linealmente mientras que en otras técnicas se incrementa geométricamente, esto favorece en forma especial el uso de microcomputadores. Las etapas no necesitan periodos de tiempo discretos pudiendo representar actividades, ubicaciones y otro tipo de eventos secuenciales.

2. Las variables de decisión, particularmente en planeamiento y diseño son discretas. Programación dinámica es aplicable a un amplio rango de problemas enteros, lo cual es ventajoso para microcomputadores donde no se desea gran precisión. Esto contrasta con la programación lineal que requiere inversión de matrices y cálculos con números reales.

3. Relaciones funcionales de la función objetivo y restricciones pueden ser extremadamente no lineales, no convexas y hasta discontinuas. Esto es útil para ingenieros y administradores en particular ya que permite incorporar el comportamiento real del sistema en lugar de simplificarlo via linearización.

4. Muchos sistemas reales son bastante regulados, o sea tienen una variedad de restricciones. Esto favorece a la PD ya que el número de combinaciones factibles se reduce, lo cual decrece también el tiempo de procesamiento de microcomputadores.

5. A diferencia de otras técnicas matemáticas de programación, ésta produce normas de decisión retroalimentados que permiten tomar óptimas decisiones en cualquier etapa del sistema. Esta flexibilidad atrae a los ingenieros y administradores particularmente en problemas estocásticos y multiobjetivo. Estas soluciones pueden ser programadas en microprocesadores para control en tiempo real y operación del sistema. Estas familias de normas son útiles para examinar el intercambio entre objetivos inconmensurables en la fase de planeamiento.

La mayor desventaja, según su creador Richard Bellman (Bellman, 1957), es el de la dimensionalidad. Se necesita enormes requerimientos de memoria para problemas con varias variables de estado. Muchas de las computadoras grandes han sido diseñadas para una gran precisión (hasta 60 bits por carácter) pero con gran limitación en la memoria (menos de 300 Kbytes). En cambio los microcomputadores tienen 16 bits por palabra (lo cual es suficiente por los cálculos de PD) pero con memoria principal de hasta 3 Mb. Con microprocesadores como el Intel 80286 existe el potencial de aumentarla hasta 32 Mb de memoria virtual. Todo esto hace que la PD se acople con gran flexibilidad a la arquitectura microcomputacional. Para mayor información de programación dinámica y sus aplicaciones refiérase a Dreyfus y Law (1977), y Cooper y Cooper (1981), para el caso de recursos de agua en Labadie (1980) y para aspectos computacionales en Morin (1978).

5.2 Formato General

Procederemos ahora a formular el formato general de los problemas de optimización de programación dinámica. Esta es la mejor manera de resolverlos ya que intentar hacerlo directamente sin identificar su estructura, es usualmente más difícil para alguien con poca experiencia en esta técnica.

Primeramente, nuestro objetivo es el definir las etapas secuenciales del problema. Por ejemplo para un embalse típico las etapas pueden ser los periodos mensuales de tiempo en el horizonte operacional (en este caso un total de 12 estados).

En segundo término, se necesita separar las variables del problema en variables de estado y de decisión o control. Las variables de decisión son independientes y serán designadas como Q_i para la etapa i . Las variables de estado, x_i , son dependientes y su valor es determinado por la variable de decisión independiente y la de estado en el estado anterior.

Relacionemos todo esto con el problema de optimización de la operación en tiempo real. La ecuación básica de balance de masa o de continuidad es simplificado poniendo en conjunto las escorrentias naturales, más las descargas locales, menos las descargas al canal natural en un término constante determinístico C_t . La evaporación $EVAP_t$ es representada como una función del almacenamiento promedio en el periodo t .

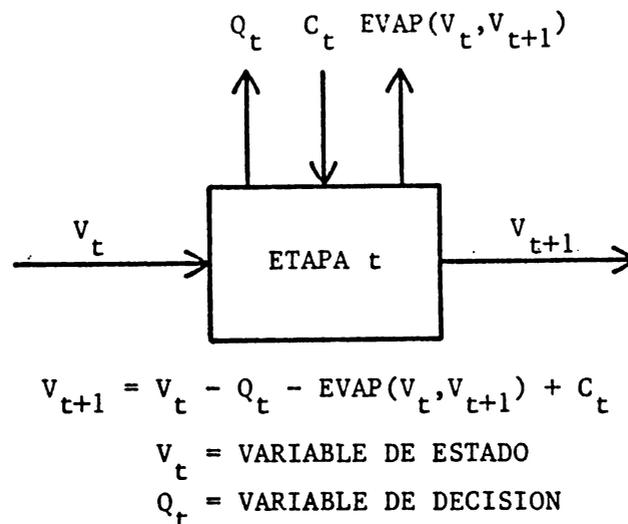
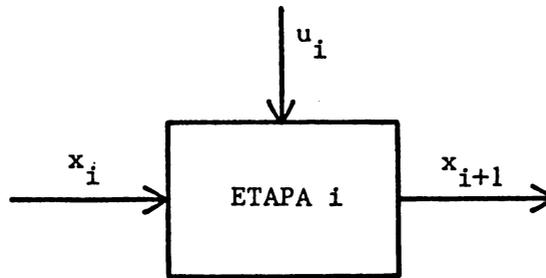


Figura 5.2. Etapa típica de un problema de operación de un embalse en tiempo real.

Notar que si la descarga Q_t es designada como una variable de decisión independiente entonces el almacenamiento en la etapa $t+1$ es determinado por él mismo en el período t y Q_t . Como V_{t+1} aparece en ambos lados de la ecuación se necesitará un proceso iterativo para resolverla. Sin embargo el almacenamiento puede ser definido como una variable de estado.

El tercer criterio para el uso de la programación dinámica es afín al primero. Debe ser definida una ecuación de estado del sistema relacionada a la variable de estado para la etapa $i+1$ con las variables de estado y control de la etapa previa. Básicamente esta ecuación transforma x_i , en la variable de estado x_{i+1} a través de la variable de decisión u_i . Se asume que todas las otras variables son constantes y determinísticas.

En algunos casos no es posible representar explícitamente a x_{i+1} como una función de x_i y u_i . Sin embargo, esto es factible si la función g es invertible expresando la variable de decisión u_i como una función explícita de x_i y x_{i+1} .



ECUACION DE ESTADO:

$$x_{i+1} = g_i(x_i, x_{i+1}, u_i) \quad (\text{forma no invertible})$$

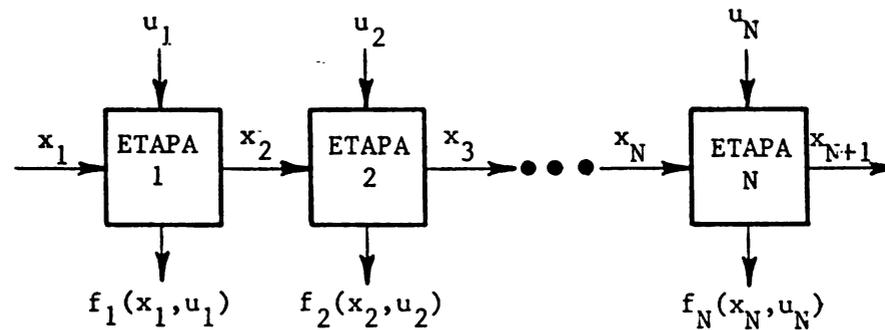
$$u_i = g_i^{-1}(x_i, x_{i+1}) \quad (\text{forma invertible})$$

Figura 5.3. Notación general en un etapa típica.

Frecuentemente la ecuación de estado simplemente expresa el balance de masa (presente ejemplo) o energía del sistema en análisis. Notar nuevamente que desde que el almacenamiento para la etapa $t+1$ aparece en ambos lados de la ecuación, explícitamente no es posible ponerla como una función de V_t y Q_t . Sin embargo, si la parte de la derecha es invertible se puede expresar la descarga como una función explícita de V_t y V_{t+1} .

$$Q_t = V_t - V_{t+1} - \text{EVAP}_t(V_t, V_{t+1}) + C_t \quad (\text{forma invertible})$$

El cuarto requisito es tener una función objetivo separable. Esto es, la función objetivo debe estar compuesta de funciones objetivo individuales f_i para cada etapa, y a la vez que sean funciones de las variables de estado y/o decisión para una única etapa particular (Figura 5.4).



$$\min (\text{o max}) \sum_{i=1}^N f_i(x_i, u_i)$$

Figura 5.4. Requerimiento de separabilidad del formato general.

No existe restricción alguna en la estructura de estas funciones objetivo individuales. Es posible definir separabilidad en una forma más general si una o ambas de las condiciones siguientes son satisfechas: (a) x_{i+1} es una función explícita de x_i y u_i en la ecuación de estado y/o (b) la ecuación de estado es invertible. En este caso las funciones objetivo individuales no podrán solamente ser relajadas para x_i y u_i sino también para el estado al final de la etapa i (o comienzo de la etapa $i+1$) llamada x_{i+1} .

El requisito final del formato general consiste en que las restricciones adicionales deben estar separadas, esto es, cada

restricción debe estar asociada con una sola etapa, por ello son denominadas restricciones individuales.

El grupo D comprende a todos los valores factibles de la variable de decisión u . Las funciones h (han sido subrayadas para indicar que puede representar más de una función) son restricciones funcionales de x y u juntas. Si la ecuación de estado es invertible entonces la función h puede ser expresada como una función de x_i y x_{i+1} , así como u_i .

Para nuestro ejemplo el grupo D para la etapa t es simplemente el

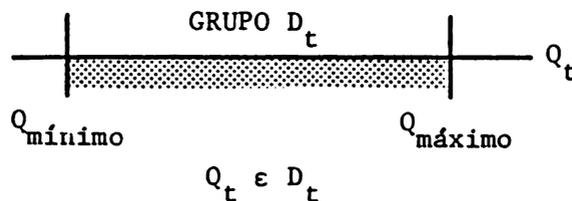


Figura 5.5. Ilustración del grupo de decisiones factibles de descarga.

conjunto de todos los valores de la variable de decisión Q_t que se encuentra entre $Q_{\text{mínimo}}$ y $Q_{\text{máximo}}$, y el grupo S está definido entre $V_{\text{mínimo}}$ y $V_{\text{máximo}}$.

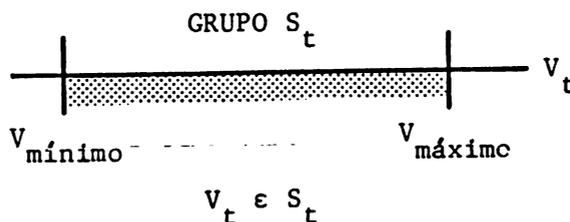


Figura 5.6. Ilustración del grupo de variables de estado factibles.

Restricciones analíticas adicionales en vez de las grupales pueden también ser definidas para cada etapa. Por ejemplo, en la operación de embalses en tiempo real, las funciones h pueden representar a las restricciones de la producción de energía, como se muestra a continuación.

$$h_t(V_t, V_{t+1}, Q_t) = \begin{cases} P_t(V_t, V_{t+1}, Q_t) - P_{\text{máximo}} \leq 0 \\ P_{\text{mínimo}} - P_t(V_t, V_{t+1}, Q_t) \leq 0 \end{cases}$$

Note que los límites inferiores y superiores son fácilmente expresados como inecuaciones y, desde que la ecuación de estado es invertible, se le puede escribir como una función de V_t , V_{t+1} y Q_t .

El formato general ahora está completamente definido. Se tienen

$$\min \text{ o } \max \quad \sum_{i=1}^N f_i(x_i, x_{i+1}, u_i) \quad (5.1)$$

sujeto a:

$$x_{i+1} = g_i(x_i, x_{i+1}, u_i) \quad (5.2)$$

$$x_{i+1} \in S_{i+1} \quad (5.3)$$

$$u_i \in D_i \quad (5.4)$$

$$h_i(x_i, x_{i+1}, u_i) \leq 0 \quad (5.5)$$

(para $i=1, \dots, N$)

y,

$$x_1 = c \text{ (dado)}$$

$$\text{o: } x_1 \in S_1$$

separadas las funciones objetivo para cada etapa, la ecuación de estado para el sistema y las restricciones individuales para cada etapa. Notar que el valor inicial de la variable de estado, x_1 , debe ser dado (por

ejemplo el nivel de almacenamiento inicial) o autorizado para variar entre los valores del grupo S_1 . Hasta ahora se ha visto que la optimización de las actividades operacionales en tiempo real se ajustan fácilmente a este formato. Se tratará análogamente el problema del planeamiento operativo a posteriori. Resolvamos ahora por medio de la programación dinámica, aquellos problemas puestos en el formato general.

5.3 Algoritmo de Programación Dinámica

Comencemos definiendo N problemas individuales asociados con el formato general correspondiente al número de etapas. El problema j es definido como sigue: minimizar (o maximizar) la suma de las funciones f_j a través de f_N con respecto a las variables u_i y x_{i+1} , definidos por las etapas $i=j, j+1$, y así sucesivamente hasta la etapa \widehat{N} , sujeto a la ecuación de estado y las restricciones individuales definidas en etapas previas. Supongamos temporalmente que x_j es dado, ya que es la variable de estado definida al comienzo de la etapa j .

PROBLEMA J

$$\min (\text{o max}) \sum_{i=j}^N f_i(x_i, x_{i+1}, u_i) \quad (5.6)$$

sujeto a:

$$x_{i+1} = g_i(x_i, x_{i+1}, u_i) \quad (5.7)$$

$$x_{i+1} \in S_i \quad (5.8)$$

$$u_i \in D_i \quad (5.9)$$

$$h_i(x_i, x_{i+1}, u_i) \leq 0 \quad (5.10)$$

(para $i = j, \dots, N$)

x_j dado

Se ha definido un problema de optimización que en vez de comenzar en la primera etapa (etapa 1) comienza en alguna intermedia j (dado x_j) para luego proceder con las restantes. Si j toma valores entre 1 a N , hemos definido N problemas individuales de optimización. Obviamente, el único que queremos resolver es el correspondiente a $j=1$

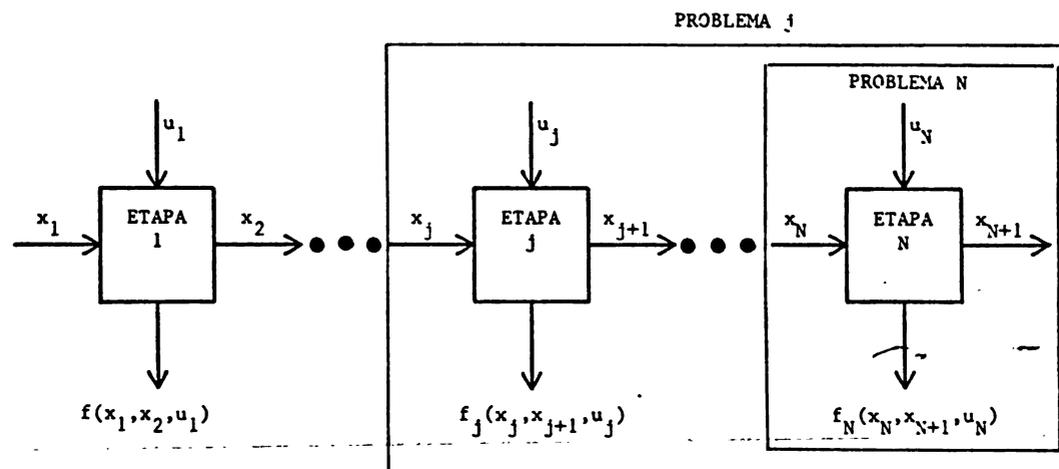


Figura 5.7. Ilustración del problema j , para las etapas $j, j+1, \dots, N$.

Ahora supongamos que comenzamos con $j=N$. Este es un problema definido sólo para la última etapa conocida x_N . Como todavía se ignora el valor óptimo de x_N , en vez de asumirlo, lo resolveremos para todos los posibles valores discretos factibles de x_N de acuerdo a la precisión requerida.

Para nuestro ejemplo x_N corresponde al almacenamiento V_{12} en el embalse al inicio del último periodo (etapa 12). Si $V_{\text{mínimo}}$ es 20 millones de metros cúbicos y $V_{\text{máximo}}$ es 150 millones de metros cúbicos, es razonable hacer variar a V_{12} en incrementos de 1 millón de metros

cúbicos. Para unos casos el incremento de 10 millones de metros cúbicos será más que suficiente en orden de ahorrar algún tiempo computacional.

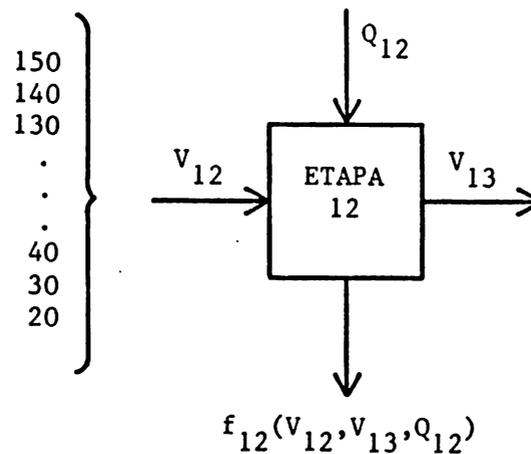


Figura 5.8. Etapa final del problema de operación en tiempo real.

Para cada nivel discreto de x_N , se resuelve el problema para la última etapa. En nuestro ejemplo, para cada valor discreto de x_N resolver:

$$\min_{u_N} (\text{o max}) f_N(x_N, x_{N+1}, u_N) \quad (5.11)$$

sujeto a:

$$x_{N+1} = g_N(x_N, x_{N+1}, u_N) \quad (5.12)$$

$$x_{N+1} \in S_{N+1} \quad (5.13)$$

$$u_N \in D_N \quad (5.14)$$

$$h_N(x_N, x_{N+1}, u_N) \leq 0 \quad (5.15)$$

se convierte en un problema de una etapa 14 veces, si se usan incrementos de 10 millones de metros cúbicos. Sin embargo, puede caerse en un proceso iterativo muy consumidor de tiempo de computador para

determinar x_{N+1} para cada valor de u_N optimizado. Si la ecuación de estado es invertible, se puede resolver el problema como es mostrado a continuación.

Para cada valor discreto de x_N resolver:

$$\min_{x_{N+1}} \text{ (o max) } f_N(x_N, x_{N+1}, u_N) \quad (5.16)$$

sujeto a:

$$u_N = g_N^{-1}(x_N, x_{N+1}) \quad (5.17)$$

$$x_{N+1} \in S_{N+1} \quad (5.18)$$

$$u_N \in D_N \quad (5.19)$$

$$h_N(x_N, x_{N+1}, u_N) \leq 0 \quad (5.20)$$

Notar que se está optimizando indirectamente u_N al hacerlo con x_{N+1} . Esto ocurre porque la inversión permite determinar u_N cuando x_N y x_{N+1} han sido ya especificados.

Se pueden resumir los resultados de esta optimización definiendo una función de retorno óptima F_N para la etapa N. Esta representa el mínimo costo o penalización (o máximo beneficio neto, dependiendo del tipo de problema) para la última etapa solamente, como una función de x_N .

$$F_N(x_N) = \min_{x_{N+1}} \text{ (o max) } f_N(x_N, x_{N+1}, u_N) \quad (5.21)$$

sujeto a:

$$u_N = g_N^{-1}(x_N, x_{N+1}) \quad (5.22)$$

Después de haber resuelto este problema se conocen los valores óptimos de x_{N+1} para cada x_N dado. Por lo tanto, se puede calcular el valor óptimo de u_N para cada x_N . Por ahora, almacenemos el óptimo $x_{N+1}^*(x_N)$ como una función de x_N .

La función óptima de retorno da el menor costo (en términos de penalizaciones) en la operación del embalse en la última etapa para cada posible nivel de almacenamiento discreto al principio de la misma. Se sabe además que el almacenamiento final de la última etapa es función de la inicial.

$F_{12}(V_{12})$ - operación del embalse al menor costo para la etapa 12, comenzando con cualquier nivel de almacenamiento discreto V_{12} .

$V_{13}^*(V_{12})$ - nivel de almacenamiento óptimo al final de la etapa 12, comenzando con un almacenamiento V_{12} .

Con toda esta información almacenada en el computador se desea resolver el problema N-1, esto es, se quiere resolver para las dos últimas etapas en función de los valores discretos de x_{N-1} . Note que N esta embebido en N-1.

PROBLEMA N-1

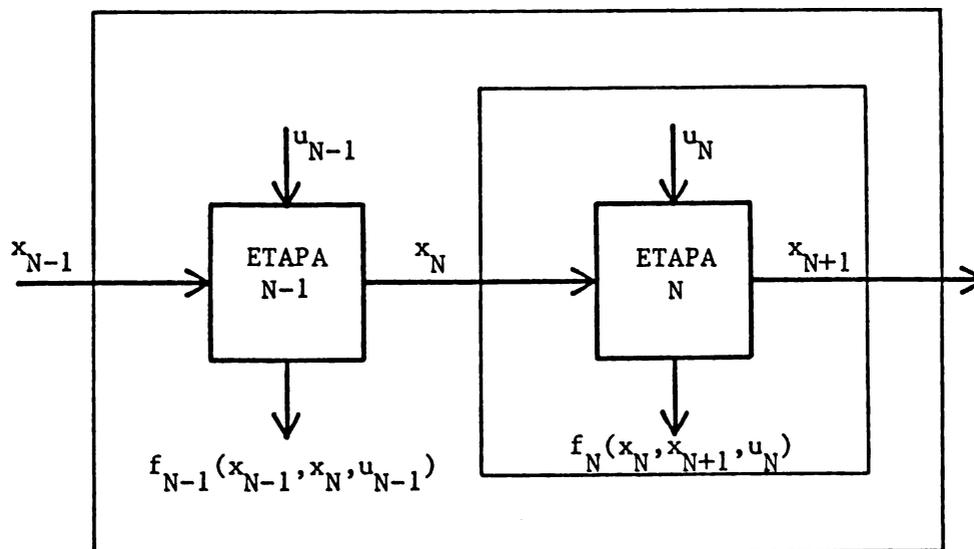


Figura 5.9. Optimización en las dos etapas finales.

$$F_{N-1}(x_{N-1}) = (\min \text{ (o max)}) [f_{N-1}(x_{N-1}, x_N, u_{N-1}) + f_N(x_N, x_{N+1}, u_N)]$$

$$\text{sujeto a: } u_{N-1} = g_{N-1}^{-1}(x_{N-1}, x_N) \quad (5.23)$$

$$u_N = g_N^{-1}(x_N, x_{N+1})$$

(más las restricciones individuales)

Hasta este momento se está definiendo una función de retorno óptima F_{N-1} como una función de x_{N-1} . Esta representa el mejor valor de la función objetivo total para las dos últimas etapas, comenzando con cualquier valor discreto de x_{N-1} . El problema N-1 (N está incluida) también puede ser escrito de la siguiente manera:

$$F_{N-1}(x_{N-1}) = \min_{x_N} \text{ (o max)} f_{N-1}(x_{N-1}, x_N, u_{N-1}) \quad (5.24)$$

$$\text{sujeto a: } u_{N-1} = g_{N-1}^{-1}(x_{N-1}, x_N)$$

(más las restricciones individuales)

$$+ \min_{x_{N+1}} \text{ (o max)} f_N(x_N, x_{N+1}, u_N)$$

$$\text{sujeto a: } u_N = g_N^{-1}(x_N, x_{N+1})$$

(más las restricciones individuales)

Sin embargo, el verdadero problema es, por definición, la optimización de la función de retorno óptima para el problema N. Por lo tanto, como ya han sido calculados sus valores para todos los x_N , el problema N-1 puede ser escrito de la siguiente manera:

$$F_{N-1}(x_{N-1}) = \min_{x_N} \text{ o max} [f_{N-1}(x_{N-1}, x_N, u_{N-1}) + F_N(x_N)] \quad (5.25)$$

$$\text{sujeto a: } u_{N-1} = g_{N-1}^{-1}(x_{N-1}, x_N)$$

(mas las restricciones individuales)

Ahora es fácil de resolverlo ya que x_N es la única variable a optimizar.

Retrocediendo a través del tiempo, se procederá a resolver las tres últimas etapas, luego las cuatro y así sucesivamente.

Para cada problema se tiene una sola variable que optimizar. La función de retorno óptima tiene la misma forma general a excepción de la última etapa. Esta es llamada la relación recursiva de programación dinámica.

$$F_i(x_i) = \min_{x_{i+1}} \text{ (o max) } [f_i(x_i, x_{i+1}, u_i) + F_{i+1}(x_{i+1})] \quad (5.26)$$

sujeto a:

$$u_i = g_i^{-1}(x_i, x_{i+1})$$

(más las restricciones individuales)

Regresemos a la etapa 1 si el valor de la variable de estado inicial x_1 es dado, entonces se tendrá que resolver este problema una sola vez.

$$F_1(x_1) = \min_{x_2} \text{ (o max) } [f_1(x_1, x_2, u_1) + F_2(x_2)] \quad (5.27)$$

sujeto a:

$$u_1 = g_1^{-1}(x_1, x_2)$$

(más las restricciones individuales)

Cuando el valor óptimo de x_2 es determinado para un x_1 dado, se moverá hacia adelante de las etapas y se encontrará los valores óptimos para el resto de las variables de decisión. Hallado x_2 óptimo podemos

buscar el x_3 óptimo ya que se conoce los valores óptimos de x_3 para todos los valores discretos de x_2 . Luego se calculará el óptimo u_2 usando la ecuación de estado invertible. Se procede de esta forma con las etapas restantes.

ETAPA 1: x_1 DADO

x_2^* HALLADO

$$u_1^* = g_1^{-1}(x_1, x_2^*)$$

ETAPA 2: $x_3^* = x_3(x_2^*)$

$$u_2^* = g_1^{-1}(x_2^*, x_3^*)$$

⋮

ETAPA N: $x_{N+1}^* = x_{N+1}(x_N^*)$

$$u_N^* = g_N^{-1}(x_N^*, x_{N+1}^*)$$

Si x_1 no es exactamente conocido podemos resolver la etapa 1 para cada valor discreto de x_1 y determinar una función de retorno óptima F_1 la cual dará el mejor valor inicial de x_1 .

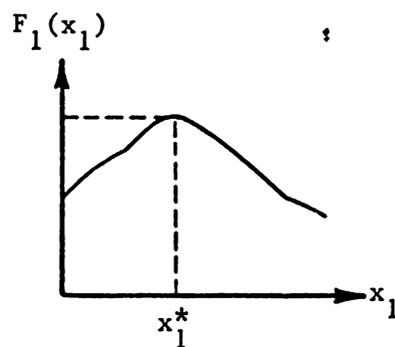


Figura 5.10. Selección del óptimo en la etapa 1.

En nuestro ejemplo, cuando ya se ha computado los niveles de almacenamiento al final de la etapa V_{i+1} como una función de los niveles al comienzo de la etapa V_i , se puede encontrar rápidamente reglas óptimas de operación para cada nivel inicial discreto de almacenamiento comenzando con cualquier mes. Véase la figura 5.11.

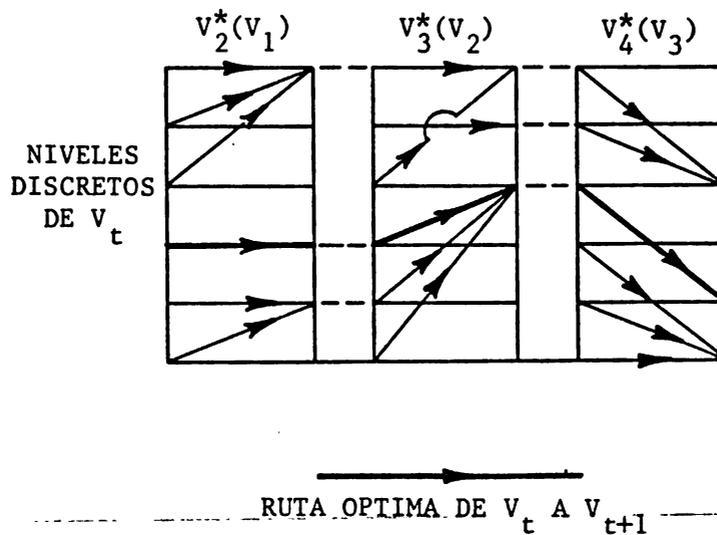


Figura 5.11. Gráfico de todas las óptimas curvas posibles de operación discretas.

El gráfico 5.11 da resultados hipotéticos de un ejercicio de programación dinámica (línea en negrita).

5.4 Ejemplo Numérico

Este ejemplo de programación dinámica muestra que las etapas no necesariamente deben estar referidas al tiempo. Se desea saber cual será la mejor manera de distribuir el agua disponible anual de un embalse para tres nuevas áreas de irrigación aguas abajo del mismo.

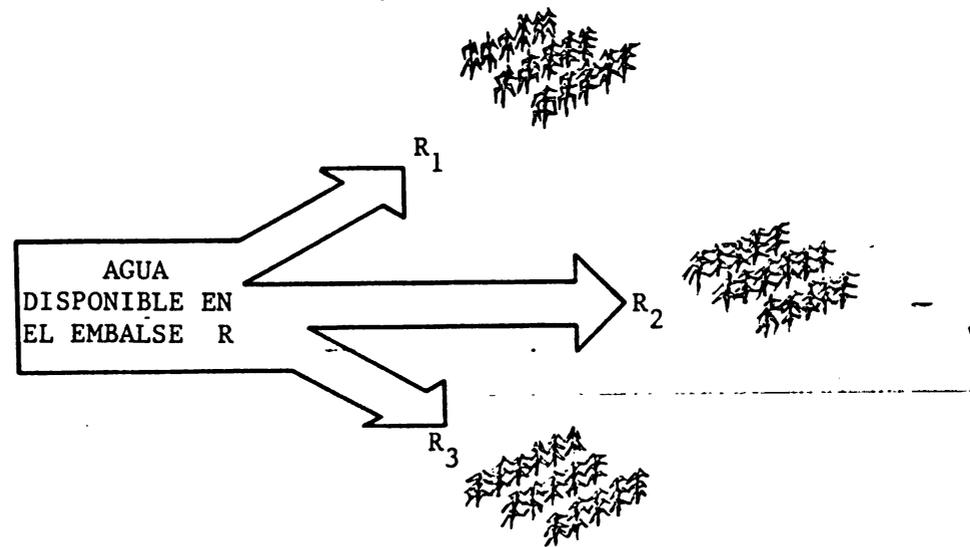


Figura 5.12. Distribución de agua del embalse a zonas irrigables.

Estudios previos han estimado los beneficios anuales netos esperados en la distribución de agua para cada área: -----

Tabla 5.1. Beneficios netos para cada área de irrigación en función de la oferta de agua (R_i).

R_i	$B_1(R_1)$	$B_2(R_2)$	$B_3(R_3)$
0	0	0	0
1	3	2	1
2	4	4	3
3	7	5	6
4	8	6	8
5	11	7	9

El objetivo es maximizar el beneficio total del agua R disponible. Matemáticamente este es un problema de distribución de recursos que es expresado como sigue:

$$\max B_1(R_1) + B_2(R_2) + B_3(R_3) \quad (5.28)$$

sujeto a:

$$R_1 + R_2 + R_3 \leq R \quad (5.29)$$

$$R_{i\min} \leq R_i \leq R_{i\max} \quad (5.30)$$

(para $i = 1, 2, 3$)

Se desea maximizar el beneficio total anual de las tres áreas, cuyo consumo total de agua no debe de exceder de R .

Note que también se ha puesto límites a R_i . El límite inferior puede representar las influencias políticas y sociales, que obligan a derivar una cantidad mínima de agua a áreas poco productivas. El límite superior representa aquel nivel que por encima de éste el agua sería desperdiciada. Obviamente R_i máximo no podrá ser mayor que R .

Poniendo el presente problema en el formato general se designa a cada área como una etapa en el proceso secuencial de decisión. Es obvio que la función objetivo es separable. Falta por definir cuales son las variables de estado y decisión y la ecuación de estado del sistema.

Supongamos que se define una nueva variable x_i representando la cantidad de agua remanente, después que las áreas 1 a $i-1$ la han ya recibido. Haremos x_1 igual a R , que es el total de agua disponible para el embalse. Después se hará x_2 igual a $R - R_1$; x_3 igual a $R - R_1 - R_2$ y así sucesivamente.

$$x_1 = R$$

$$x_2 = R - R_1$$

$$x_3 = R - R_1 - R_2$$

$$x_4 = R - R_1 - R_2 - R_3$$

No tiene ninguna importancia como se enumeran las áreas pero si es preciso entender que este es un problema secuencial de decisión. Una cantidad $x_1 = R$ está disponible para el área 1, que requiere una cantidad R_1 . Queda una cantidad $x_2 = x_1 - R_1$ para las restantes. El área 2 toma R_2 dejando $x_3 = x_2 - R_2$. La 3 puede usar todo o una porción de x_3 quedando, si existiera, un remanente $x_4 = x_3 - R_3$. La ecuación de estado puede ser generalizada como sigue:

$$x_{i+1} = x_i - R_i \quad (i=1,2,3)$$

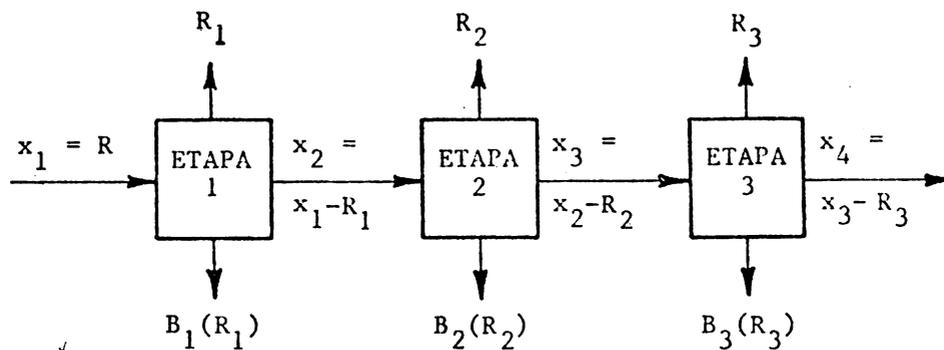


Figura 5.13. Distribución de recursos como un problema secuencial de decisión.

Analogamente se puede tratar este problema en la operación de un embalse con un nivel de almacenamiento R al inicio de la etapa 1. Durante la etapa 1 una cantidad R_1 es descargada a la área 1, no habiendo durante ella ninguna entrada o salida de agua. Queda sobrante una cantidad $x_2 = x_1 - R$ al inicio de la próxima etapa y, así sucesivamente, quedando una cantidad x_4 sobrante en el embalse después de haberse realizado todas las descargas.

Queda ahora expresar el problema de acuerdo al formato general. x_i representa las variables de estado dependientes y R_i las de decisión independientes. A pesar que el proceso real de distribución puede no ajustarse exactamente a esta situación, este ejemplo proporciona una idea clara de la forma de cálculo. Hasta inclusive puede haberse complicado este problema al introducir la variable x_i que puede no existir en un caso real.

$$\max B_1(R_1) + B_2(R_2) + B_3(R_3) \quad (5.31)$$

sujeto a:

$$x_{i+1} = x_i - R_i \quad (5.32)$$

$$x_{i+1} \geq 0 \quad (5.33)$$

$$R_{imin} \leq R_i \leq R_{imax} \quad (5.34)$$

(para $i = 1, 2, 3$)

$$x_1 = R$$

Resolviendo numericamente este ejercicio asumamos que están disponibles 5 millones de metros cúbicos por año para las tres áreas agrícolas.

Para este caso el límite inferior del agua a ser distribuida es igual a cero y el superior a 5 millones de metros cúbicos, por cada área. Los beneficios netos están dados en unidades de \$100,000 (Tabla 5.1).

A continuación se procederá a realizar el cálculo empezando con la etapa 3.

$$F_3(x_3) = \max_{x_4} [B_3(R_3)] \quad (5.35)$$

donde:

$$0 \leq R_3 = x_3 - x_4 \leq 5 \quad (5.36)$$

(ecuación de estado invertible)

Con la finalidad de resolver este problema de maximización se usará un proceso de enumeración directo. Se debe hallar una solución para todos los valores discretos de x_3 (en incrementos de un millón de metros cúbicos) que representarán la cantidad de agua disponible para el área 3 después que las dos primeras han recibido su dotación. En la función de retorno de la zona 3 los beneficios netos se incrementan a mayores

valores de R_3 . Si se desean maximizar los beneficios el óptimo valor de x_4 (cantidad sobrante) será igual a cero, lo que significa que R_3 debe ser igual a x_3 y la función de retorno óptima corresponde exactamente a la función de beneficios para el área 3.

$$x_4^* = 0$$

entonces,...

$$R_3^* = x_3 - x_4^* = x_3$$

Y...

$$F_3(x_3) = B_3(x_3)$$

Continuemos este ejercicio para las dos etapas restantes. La relación recursiva es la siguiente:

$$F_2(x_2) = \max_{x_3} [B_2(R_2) + F_3(x_3)] \quad (5.37)$$

donde:

$$0 \leq R_2 = x_2 - x_3 \leq 5$$

Esta parte del problema es un poco más complicada que la previa, por lo tanto se mostrará la solución en forma tabular (Tabla 5.2). Si x_2 es cero, R_2 también será cero (no hay agua disponible). Si $x_2 = 2$ se tienen 2 alternativas: distribuir cero al Área 2 y pasar todo a la 3 ó, ceder todo al Área 2 y cero para la 3. Es fácil reconocer cual es la mejor alternativa. Si $x_3 = 1$, $R_2 = x_2 - x_3 = 0$, que significa cero beneficios para el Área 2. El máximo beneficio de la función de retorno óptima previamente computada para la etapa 3, es \$100,000, si el Área 3 recibe 1 millón de metros cúbicos de agua. Si $R_2 = 1$ los beneficios

para las zonas 2 y 3 serán de \$200,000 y \$0, respectivamente. Entonces, la solución óptima para $x_2 = 1$, que significa distribuir toda el agua para el área 2. El máximo beneficio total obtenido define la función de retorno óptima en las dos últimas etapas, F_2 , para $x_2 = 1$.

Tabla 5.2. Beneficios totales para valores discretos de x_2 .

x_2	x_3	$R_2 = (x_2 - x_3)$	$B_2(R_2)$	$F_3(x_3)$	$F_2(x_2)$	$x_3^*(x_2)$
0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1		
	0	1	2	0	2	0
2	2	0	0	3		
	1	1	2	1		
	0	2	4	0	4	0
3	3	0	0	6	6	3
	2	1	2	3		
	1	2	4	1		
	0	3	5	0		
4	4	0	0	8	8	4
	3	1	2	6	8	3
	2	2	4	3		
	1	3	5	1		
	0	4	6	0		
5	5	0	0	9		
	4	1	2	8	10	4
	3	2	4	6	10	3
	2	3	5	3		
	1	4	6	1		
	0	5	7	0		

Si $x_2 = 2$ entonces se tendrá tres alternativas. No distribuir agua para la zona 2 y pasarla toda a la 3; dotar de 1 millón de metros cúbicos a cada una o distribuirla toda al área 2. Como se hizo anteriormente se debe analizar cada alternativa y escoger aquella que tiene el mayor beneficio neto siendo para este caso la última la mejor de todas. Este proceso se continua para $x_2 = 3, 4$ y 5 . Notar que la séptima columna de la Tabla 5.2 contiene la función de retorno óptima y los valores óptimos de x_3 como una función de x_2 .

Finalmente se llega al problema que abarca las tres etapas, cuya relación recursiva es de la forma (se asume que $x_1 = 5$):

$$F_1(x_1) = \max_{x_2} [B_1(R_1) + F_2(x_2)] \quad (5.38)$$

donde:

$$0 \leq R_1 - x_1 - x_2 \leq 5$$

Las alternativas son mostradas en la Tabla 5.3. Nótese que han ocurrido algunos "empates" en la función de recursión de beneficios totales.

El beneficio máximo total en las tres etapas es de \$1,100,000. Esto se logra cediendo 4, 2 ó cero millones de metros cúbicos a las áreas 2 y 3 (Tabla 5.3) lo cual corresponde a valores óptimos de R_1 (descargas a la zona 1) de 1, 3 ó 5 millones de metros cúbicos, respectivamente.

Tabla 5.3. Beneficios totales para valores discretos de x_1 .

x_1	x_2	$R_1 = (x_1 - x_2)$	$B_1(R_1)$	$F_2(x_2)$	$F_1(x_1)$	$x_2^*(x_1)$
5	5	0	0	10		
	4	1	3	8	11	4
	3	2	4	6		
	2	3	7	4	11	2
	1	4	8	2		
	0	5	11	0	11	0

Supongamos que arbitrariamente adoptamos un valor óptimo de R_1 igual a 3 millones de metros cúbicos. Los resultados pueden ser resumidos en la figura 5.14 la cual muestra decisiones óptimas R^* para cada etapa, como una función del agua disponible. Estas son denominados

reglas de decisión retroalimentadas, las cuales representan todas las posibles soluciones sin importar cual es el estado actual del sistema.

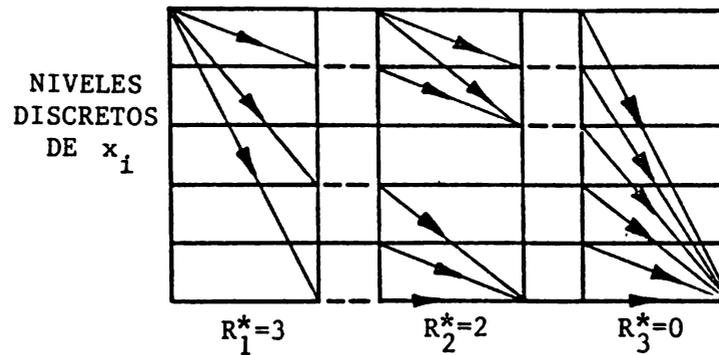


Figura 5.14. Reglas de decisión retroalimentadas.

Si el valor óptimo de R_1 es 3, genera un $x_2 = 5 - 3 = 2$. Para $x_2 = 2$ el valor óptimo de R_2 es 2, no recibiendo agua alguna el área 3.

5.5 Solución vía CSUDP

El apéndice de este capítulo provee un manual de usuario para el programa generalizado de programación dinámica para microcomputadores IBM PC o compatibles. Este modelo para ser ejecutado requiere de:

1. La subrutina STATE que contiene la ecuación de estado:

$$x_{i+1} = g_i(x_i, u_i) \quad (\text{forma no invertible})$$

$$u_i = g_i^{-1}(x_i, x_{i+1}) \quad (\text{forma invertible})$$

2. La subrutina OBJECT que provee la función objetivo para cada etapa i :

$$f_i(x_i, u_i, x_{i+1})$$

3. La subrutina READIN en la que se incluyen datos adicionales. Estos son leídos de la última etapa hacia adelante.

4. Un archivo de datos con información básica del problema y límites superiores e inferiores de las variables.

Mayores detalles se encuentran en el apéndice de este capítulo. Las subrutinas deben estar escritas en lenguaje FORTRAN y compiladas mediante los programas Microsoft FORTRAN versión 3.20. El producto de este proceso es un archivo objeto, el cual es unido a otros dos restantes del programa CSUDP.

CSUDPIBM.OBJ

DPSUBIBM.OBJ

Para esta unión se requiere de las librerías FORTRAN y MATH. Si se tiene el coprocesador INTEL 8087 se usará en su lugar los archivos objetos siguientes:

CSUDP087.OBJ

DPSUB087.OBJ

Deberá además tenerse las librerías FORTRAN y 8087.

El programa ejecutable resultante es:

CSUDPIBM.EXE

CSUDP087.EXE

Como la recompilación en microcomputadores es relativamente lenta se recomienda proveer los datos respectivos en un archivo leído por READIN. Se sugiere emplear, para problemas largos, una emulación de disco RAM ya que CSUDP crea archivos temporales extensos que no necesitan ser almacenados permanentemente.

A continuación se resolverá el problema planteado anteriormente via CSUDP. Las subrutinas son listados a continuación y el archivo de datos. Se está usando la forma no invertible en la ecuación de estado

C** RESOURCE ALLOCATION PROBLEM
 C** NONINVERTED FORM

SUBROUTINE STATE
 COMMON /ONEDM/ X,X1,U,F,I,J,K,L,R,PNALTY
 X1 = X - U
 RETURN
 END

SUBROUTINE OBJECT
 COMMON /ONEDM/ X,X1,U,F,I,J,K,L,R,PNALTY
 COMMON /TRANS/ B(3,6)
 F = B(I,L)
 RETURN
 END

SUBROUTINE READIN
 COMMON /ONEDM/ X,X1,U,F,I,J,K,L,R,PNALTY
 COMMON /TRANS/ B(3,6)
 DATA NU/ 6/
 READ (5,*) (B(I,L1), L1= 1, NU)
 RETURN
 END

RESOURCE ALLOCATION PROBLEM

-1	1	3	1	1	0
0	0	0	0	0	3
	1.		1.		.5
2					
1		5.		5.	
2		0.		5.	
1					
1		0.		5.	
0	1	3	6	8	9
0	2	4	5	6	7
0	3	4	7	8	11

Volume in drive A is CSUDP1BM 01
Directory of A:

.	<DIR>	9-06-86	8:50p
..	<DIR>	9-06-86	8:50p
CSUDP1BM	OBJ	35181	10-07-85 4:12p
DPIBMSUB	OBJ	30608	9-04-85 1:52p
CSUDP087	OBJ	34751	3-06-86 12:45a
DPSUB087	OBJ	30261	3-06-86 12:30a
CSUDP087	EXE	84154	1-01-80 3:44a
EJEMP1	DAT	268	9-06-86 6:05p
CSUDP1BM	DOC	25945	8-06-85 12:10p

9 File(s)

CSUDP087

Type in file names : INPUT DATA FILE = EJEMP1.DAT
OUTPUT DATA FILE = EJEMP1.RLT

BLOCKD : Initialize necessary variables
 DATAIN : Read in Input data file
 DYNPRO : DELX= 1.000 DELU= 1.000 Analysis of Stage
 3 2 1

Title : RESOURCE ALLOCATION PROBLEM

```

*****
*                               *
*      1 Dimensional Problem    *
*                               *
*      Maximization Problem     *
*                               *
*      Objective is Summation Type *
*                               *
*      Deterministic Optimization *
*                               *
*      Problem Assumed Non-Invertible *
*                               *
*      First Tie Value Taken     *
*                               *
*      Splicing will not Occur  *
*                               *
*      Number of Stages = 3     *
*                               *
*****

```

Interval for X = 1.000
Interval for U = 1.000
Tolerance = .5000

Upper and Lower Bounds on X(I+1) and U(I)

I	XMIN(I)	XMAX(I)	UMIN(I)	UMAX(I)
1	5.000	5.000	.0000	5.000
2	.0000	5.000	.0000	5.000
3	.0000	5.000	.0000	5.000
4	.0000	5.000		

Optimal Policies

```

*****
*                               *
*      Stage 3 *
*                               *
*****

```

X(3)	.00000	1.0000	2.0000	3.0000	4.0000	5.0000
U(X(3))	.00000	1.0000	2.0000	3.0000	4.0000	5.0000
X*(4)	.00000	.00000	.00000	.00000	.00000	.00000
F(X(3))	.00000	1.0000	3.0000	6.0000	8.0000	9.0000

Optimal Policies

* *
* Stage 2 *
* *

X(2)	.00000	1.0000	2.0000	3.0000	4.0000	5.0000
U(X(2))	.00000	1.0000	2.0000	.00000	.00000	1.0000
X*(3)	.00000	.00000	.00000	3.0000	4.0000	4.0000
F(X(2))	.00000	2.0000	4.0000	6.0000	8.0000	10.000

Optimal Policies

* *
* Stage 1 *
* *

X(1)	5.0000
U(X(1))	1.0000
X*(2)	4.0000
F(X(1))	11.000

OPTIMAL SOLUTION FOR X(1) = 5.00000

I	X*	U*
1	5.000000	1.000000
2	4.000000	.0000000
3	4.000000	4.000000
4	.0000000	

MAXIMUM INTERPOLATED OBJECTIVE VALUE = 11.00000

MAXIMUM OBJECTIVE VALUE = 11.00000

Title : RESOURCE ALLOCATION PROBLEM

```

*****
*                               *
*      1 Dimensional Problem    *
*                               *
*      Maximization Problem     *
*                               *
*      Objective is Summation Type *
*                               *
*      Deterministic Optimization *
*                               *
*      Problem Assumed Non-Invertible *
*                               *
*      Last Tie Value Taken     *
*                               *
*      Splicing will not Occur  *
*                               *
*      Number of Stages = 3     *
*                               *
*****

```

Interval for X = 1.000
Interval for U = 1.000
Tolerance = .5000

Upper and Lower Bounds on X(I+1) and U(I)

I	XMIN(I)	XMAX(I)	UMIN(I)	UMAX(I)
1	5.000	5.000	.0000	5.000
2	.0000	5.000	.0000	5.000
3	.0000	5.000	.0000	5.000
4	.0000	5.000		

OPTIMAL SOLUTION FOR X(1) = 5.00000

I	X*	U*
1	5.000000	5.000000
2	.000000	.000000
3	.000000	.000000
4	.000000	

MAXIMUM INTERPOLATED OBJECTIVE VALUE = 11.00000

MAXIMUM OBJECTIVE VALUE = 11.00000

(en vez de la invertible de los cálculos a mano) donde X_i representa x_{i+1} , X es x_{i+1} y U es R_i . Los resultados se ubicarán en el archivo EJEMPL.RLT.

Existe un opción en CSUDP para decidir la retención del primer o último valor de la solución empatada. El uso de uno u otro darán diferentes soluciones pero con igual beneficio total.

5.6 Comentarios Adicionales

Si hubieramos intentado resolver el problema de distribución de recursos en forma de enumeración directa (usando el mismo intervalo de discretización de un millón de metros cúbicos), hubiéramos tenido que evaluar la función objetivo para un total de combinaciones, de R_1 , R_2 y R_3 de seis a la tercera potencia ó 216 veces. Solamente 108 de ellas representan soluciones factibles. Con la programación dinámica sólo un total de 33 es requerido. Si en vez de tres áreas se tiene diez, el número total de combinaciones es de 6^{10} ó 60,466,100 mientras que PD sólo necesita $10 \cdot 6^2$ ó 360.

Existen muchas maneras de representar y resolver problemas de programación dinámica. La presentada aquí es denominada hacia atrás, ya que se comenzó en la última etapa para luego seguir con las anteriores. Existe también la modalidad hacia adelante, que en algunos casos es más ventajosa que la anterior.

Siempre ha sido un problema la consistencia en la notación de optimización. Se recomienda estar preparado para encontrar diferentes formas de expresión de las variables de estado y decisión en la literatura técnica. Algunas veces se representa las etapas como una solución hacia atrás en vez de formas secuenciales de decisión.

Para este caso a lo que se ha denominado problema N se referirá a la etapa 1.

5.7 Aplicación al Embalse de Valdesia

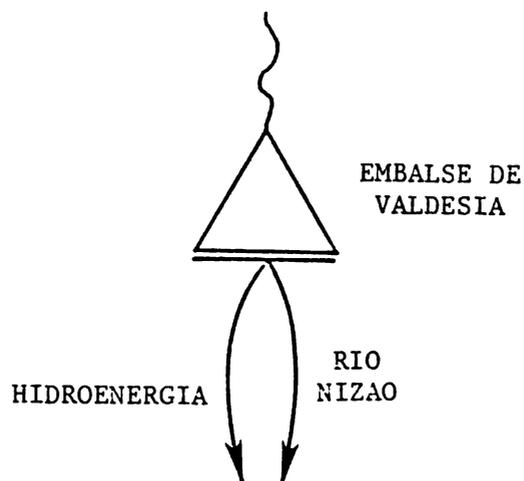


Figura 5.15 Embalse de Valdesia para solución por programación dinámica

Roa (1985) y Fontane (1984) aplican el Programa CSUDP al embalse de Valdesia. Para este caso la subrutina STATE contiene las curvas de elevación-área-volumen (CEAV), precipitación neta en el embalse (PME) y las descargas de avenida en el río Nizao (AP). Calcula las descargas (U) basados en los niveles de almacenamiento iniciales (X) y finales (X1) del mes en mención. El modelo optimiza X1 directamente en vez de las descargas. Esta forma de operación del embalse es considerada más razonable para los operadores de embalses.

La subrutina OBJECT tiene los datos del número de horas (XNH), la tabla de potencia (CEPQ) que es función del nivel y descargas, la energía histórica producida (EQ) y el caudal que pasó a través de las turbinas (AGT). Además calcula la energía teórica y la desviación

cuadrada de ésta con la histórica (caso 2) y las descargas originales y calculadas (caso 1). Luego CSUDP (versión para microcomputadores) encuentra las normas óptimas de operación que minimizan el error de la desviación al cuadrado.

Subrutinas STATE, OBJECT y el archivo de datos de entrada son mostrados en la Figura 5.16, 5.17 y 5.18.

Dada los datos en los Tablas 5.4 a 5.6, la Figura 5.19 muestra los resultados para el caso 1 y en la Figura 5.20 se listan de acuerdo al formato de salida de CSUDP. Se empleó la opción divisoria, comenzándose con un valor grosero que fue refinado poco a poco (ver apéndice para más detalles). Se inició con un incremento en la variable de estado (DELX) de $2.7 \times 10^6 \text{m}^3$. El error inicial fue de 609, el cual se redujo hasta 0.925.

La Figura 5.21 presenta los resultados del caso 2. Las Figuras 5.22 y 5.23 muestran los niveles del embalse para los casos 1 y 2, respectivamente.

Observando los resultados concluimos que el modelo representa bastante bien los datos históricos en este proceso de calibración. No ha sido considerado el contraembalse Las Barías (aguas abajo de Valdesia) debido a su pequeña capacidad de regulación diaria o semanal de los caudales que fluyen a la zona de irrigación.

Se ejecutó un caso adicional con el CSUDP con el propósito de maximizar la energía total para cualquier mes, lo cual es mostrado en las Figuras 5.24 y 5.25.

La energía histórica producida en dos años fue de 146.11 GWh. Los resultados de CSUDP dan 159.11 GWh, o sea 10% de incremento. Notar que siempre se comienza y termina con los almacenamientos históricos. A

Figura 5.16 Subrutina STATE para el caso 1

```

SUBROUTINE STATE
C
C THIS SUBROUTINE CALCULATES THE MONTHLY WATER POWER RELEASES
C
C CEAV : DATA FOR THE CURVES ELEVATION-AREA-VOLUME
C PME  : NET PRECIPITATION (PRECIP-EVAPOR) IN MM
C AP   : INFLOW IN MCM
C X    : WATER LEVEL AT THE INITIAL OF THE MONTH IN M.O.S.L.
C X1   : WATER LEVEL AT THE END OF THE MONTH IN M.O.S.L.
C U    : WATER POWER RELEASES (MCM)
C
COMMON/ONEDM/X,X1,U,F,I,J,K,L,R,PNALTY
DIMENSION CEAV(14,3),PME(24),AP(24)
DATA CEAV/95.,100.,105.,110.,115.,120.,125.,130.,135.,140.,145.,
*150.,155.,160.,38.,150.,324.,871.,1572.,2310.,3406.,4537.,5664.,
*6677.,7492.,8357.,9000.,9776.,0.,0.,0.,600.,1173.,6182.,16214.,
*32163.,53736.,80145.,113465.,153088.,196481.,243421./
DATA PME/-75.80,-69.30,-160.1,-45.4,193.3,243.2,-96.6,-106.7,40.1,
*-23.6,-40.9,-125.7,-124.5,-65.2,-18.7,17.7,246.7,97.5,-83.0,116.9,
*15.0,-28.7,-116.2,-111.5/
DATA AP/48.31,75.17,27.42,23.2,45.49,57.08,48.31,45.91,
*39.24,34.19,35.23,82.67,56.53,22.30,22.52,17.84,68.25,65.43,
*34.07,36.33,34.68,39.14,28.48,21.82/
DO 1 I10=1,14
IF(X.GT.CEAV(I10,1))GO TO 1
K10=I10
GO TO 2
1 CONTINUE
K10=14
2 DO 3 I10=1,14
IF(X1.GT.CEAV(I10,1))GO TO 3
K11=I10
GO TO 4
3 CONTINUE
K11=14
4 AO=CEAV(K10-1,2)+(CEAV(K10,2)-CEAV(K10-1,2))*(X-CEAV(K10-1,1))/
*(CEAV(K10,1)-CEAV(K10-1,1))
SO=CEAV(K10-1,3)+(CEAV(K10,3)-CEAV(K10-1,3))*(X-CEAV(K10-1,1))/
*(CEAV(K10,1)-CEAV(K10-1,1))
A1=CEAV(K11-1,2)+(CEAV(K11,2)-CEAV(K11-1,2))*(X1-CEAV(K11-1,1))/
*(CEAV(K11,1)-CEAV(K11-1,1))
S1=CEAV(K11-1,3)+(CEAV(K11,3)-CEAV(K11-1,3))*(X1-CEAV(K11-1,1))/
*(CEAV(K10,1)-CEAV(K10-1,1))
U=(SO-S1)/1000.+AP(I)+PME(I)*(AO+A1)*.5E-6
C WRITE(IN,101)X,X1,AO,SO,S1,U
C 101 FORMAT('X=',F8.1,'X1=',F8.1,'AO=',F8.1,'SO=',F8.1,
C * 'S1=',F8.1,'U=',F8.1)
RETURN
END

```

Figura 5.17 Subrutina OBJECT para el caso 1

```

SUBROUTINE OBJECT
C
C THIS SUBROUTINE CALCULATES THE SQUARE DIFFERENCE BETWEEN THE
C HISTORICAL AND CALCULATED VALUES OF RELEASES AND POWER
C
C XNH : POWER GENERATION HOURS PER MONTH
C CEPQ : DATA FROM THE ELEVATION-AREA-VOLUME TABLE
C EG : HISTORICAL POWER GENERATED PER MONTH (GWH)
C EG1 : CALCULATED POWER PER MONTH (GWH)
C AQT : HISTORICAL WATER POWER RELEASE PER MONTH (MCM)
C U : CALCULATED WATER POWER RELEASE PER MONTH (MCM)
C
COMMON/ONEDM/X,X1,U,F,I,J,K,L,R,PNALTY
DIMENSION XNH(24),CEPQ(10,8),EG(24),AGT(24)
DATA XNH,CEPQ,EG/257.15,873.75,398.05,267.70,208.17,441.32,
1579.90,341.27,350.12,302.10,265.50,301.95,384.12,342.95,725.70,
2566.97,299.58,512.02,461.73,433.87,265.13,410.22,281.95,140.45,
30.0,20.0,25.0,30.0,32.5,35.0,37.5,40.0,42.5,45.0,
4130.75,8.0,10.7,13.2,14.5,15.6,16.6,17.5,17.7,19.0,
5134.0,8.3,11.2,14.1,15.6,16.8,17.9,18.9,19.8,20.5,
6137.0,8.7,11.8,14.9,16.4,17.8,19.1,20.3,21.3,22.0,
7141.0,9.0,12.5,16.0,17.7,19.2,20.4,21.7,22.7,23.5,
8144.0,9.3,13.0,16.8,18.5,20.2,21.6,22.9,24.0,24.9,
9147.0,9.9,13.6,17.4,19.2,20.9,22.4,23.8,25.1,26.1,
1150.0,10.5,14.4,18.2,20.0,21.8,23.5,24.9,26.0,27.0,
23.65,14.57,6.33,3.73,2.90,6.36,8.53,5.18,5.23,4.34,3.75,4.54,
36.61,5.15,11.47,8.64,4.4,8.87,8.27,6.6,3.82,6.05,4.15,1.97/
DATA AGT/26.14,98.14,47.78,28.93,22.37,44.53,61.89,37.62,
*37.38,31.02,26.76,30.09,41.59,32.10,74.11,62.64,32.65,
*60.43,57.87,50.13,29.98,47.14,32.64,15.66/
XPROM=(X+X1)/2.
Q=U/XNH(I)*1E5/3600
IF(Q.GT.CEPQ(2,1))GO TO 5
IQ=3
GO TO 21
5 DO 1 I10=2,10
IF(Q.GT.CEPQ(I10,1))GO TO 1
IQ=I10
GO TO 21
1 CONTINUE
IQ=10
21 IF(XPROM.GT.CEPQ(1,2))GO TO 2
IX=3
2 DO 3 I10=2,8
IF(XPROM.GT.CEPQ(1,I10))GO TO 3
IX=I10
GO TO 4
3 CONTINUE
IX=8
4 IF (IX*(10-IIX-1)+IIX*(IIX-1).GT.CEPQ(1,IX-1).AND.CEPQ(1,IX-1).GT.CEPQ(1,IX+1).AND.CEPQ(1,IX).GT.CEPQ(1,IX-1).AND.CEPQ(1,IX).GT.CEPQ(1,IX+1))

```

```

PP1=CEPQ(IQ,IX-1)+(CEPQ(IQ,IX)-CEPQ(IQ,IX-1))*(XPROM-CEPQ(1,
*IX-1))/(CEPQ(1,IX)-CEPQ(1,IX-1))
POT=(PP1-PP)*(Q-CEPQ(IQ-1,1))/(CEPQ(IQ,1)-CEPQ(IQ-1,1))+PP
EG1=POT*XNH(I)*1E-3
EDIFF=EG1-EG(I)
C   F=(EG1-EG(I))**2      (El Caso 2)
   F=(U-AGT(I))**2      (El Caso 1)
C   F=EG1                (Los Casos 3 y 4)
RETURN
END

```

Figura 5.18 Archivo de datos para el CSUDP (caso 1)

CSUDP CALIBRATION FOR VALDESIA RESERVOIR. RUN #1

1	1	24	1	1	1			
1	0	0	1	0	1			
	2.7		.05		.1		.0	3.0 3.0
3								
1		137.7			137.7			
2		130.0			150.0			
25		132.1			132.1			
1								
1		0.			100.			

Tabla 5.4 Datos mensuales para el embalse de Valdesia

Año	Mes	Precipitación menos Evaporación (mm) PME	Descargas (10 ⁶ m ³) AP	Niveles en el embalse al inicio del mes (m.s.n.m.)	Horas de gene- ración (Hrs) XNH	Descargas turbina- das	Energía generada (GW-h)EG
1982	Enero	- 75.80	48.31	137.72	257.15	26.14	3.65
	Febrero	- 69.30	75.17	141.19	837.75	98.14	14.57
	Marzo	-160.10	27.42	137.12	398.05	47.78	6.33
	Abril	- 45.40	23.20	133.59	267.70	28.93	3.73
	Mayo	193.30	45.49	132.42	208.17	22.37	2.90
	Junio	243.20	57.08	137.30	441.32	44.53	6.36
	Julio	- 96.60	48.31	139.45	579.90	61.89	8.53
	Agosto	-106.70	45.91	136.85	341.27	37.62	5.18
	Setiembre	40.10	39.24	138.77	350.12	37.38	5.23
	Octubre	- 23.60	34.19	138.70	302.10	31.02	4.34
	Noviembre	- 49.00	35.23	139.25	265.50	26.76	3.75
	Diciembre	-125.70	82.67	140.85	301.95	30.09	<u>4.54</u>
							69.11
1983	Enero	-124.50	56.53	148.11	384.12	41.59	6.61
	Febrero	- 65.20	22.30	149.84	342.95	32.10	5.15
	Marzo	- 18.70	22.52	148.61	725.70	74.11	11.47
	Abril	17.70	17.84	141.18	566.97	62.64	8.64
	Mayo	246.70	68.25	132.57	299.58	32.65	4.40
	Junio	97.50	65.43	139.28	512.02	60.43	8.87
	Julio	- 83.00	34.07	140.34	461.73	57.87	8.27
	Agosto	116.90	36.33	135.48	433.87	50.13	6.60
	Setiembre	15.00	34.68	132.49	265.13	29.98	3.82
	Octubre	- 28.70	39.14	133.60	410.22	47.14	6.05
	Noviembre	-116.20	28.48	131.79	281.95	32.64	4.15
	Diciembre	-111.50	21.82	130.59	140.45	15.66	<u>1.97</u>
							76.00
					TOTAL		<u>145.11</u>

Primeramente es mostrado un ejercicio de calibración para comprobar que el modelo simula bien los datos históricos.

Tabla 5.5 Elevación-área-volumen para el Embalse de Valdesia

ELEVACION (m.s.n.m.)	AREA (10 ³ m ²)	Volumen (10 ³ m ³)	
		ORIGINAL	DESDE MAYO 1981
95	38	38	0
100	150	508	0
105	324	1693	0
110	871	4680	600
115	1572	10788	1173
120	2310	20493	6182
125	3406	34808	16214
130	4537	54669	32163
135	5664	80168	53736
140	6677	111021	80145
145	7492	146443	113465
150	8357	186066	153688
155	9000	229458	196487
160	9776	276398	243421

Tabla 5.6 Potencia a generar (MW) en función de la carga de agua y descargas

Descarga (m ³ /s)	Elevación (m.s.n.m.)						
	130.75	134	137	141	144	147	150
0							
20	8.0	8.3	8.7	9.0	9.3	9.9	10.5
25	10.7	11.2	11.8	12.5	13.0	13.6	14.4
30	13.2	14.1	14.9	16.0	16.8	17.4	18.2
32.5	14.5	15.6	16.4	17.7	18.5	19.2	20.0
35	15.6	16.8	17.8	19.2	20.2	20.9	21.8
37.5	16.6	17.9	19.1	20.4	21.6	22.4	23.5
40	17.5	18.9	20.3	21.7	22.9	23.8	24.9
42.5	18.4	19.8	21.3	22.7	24.0	25.1	26.0
45	19.0	20.5	22.0	23.5	24.9	26.1	27.0

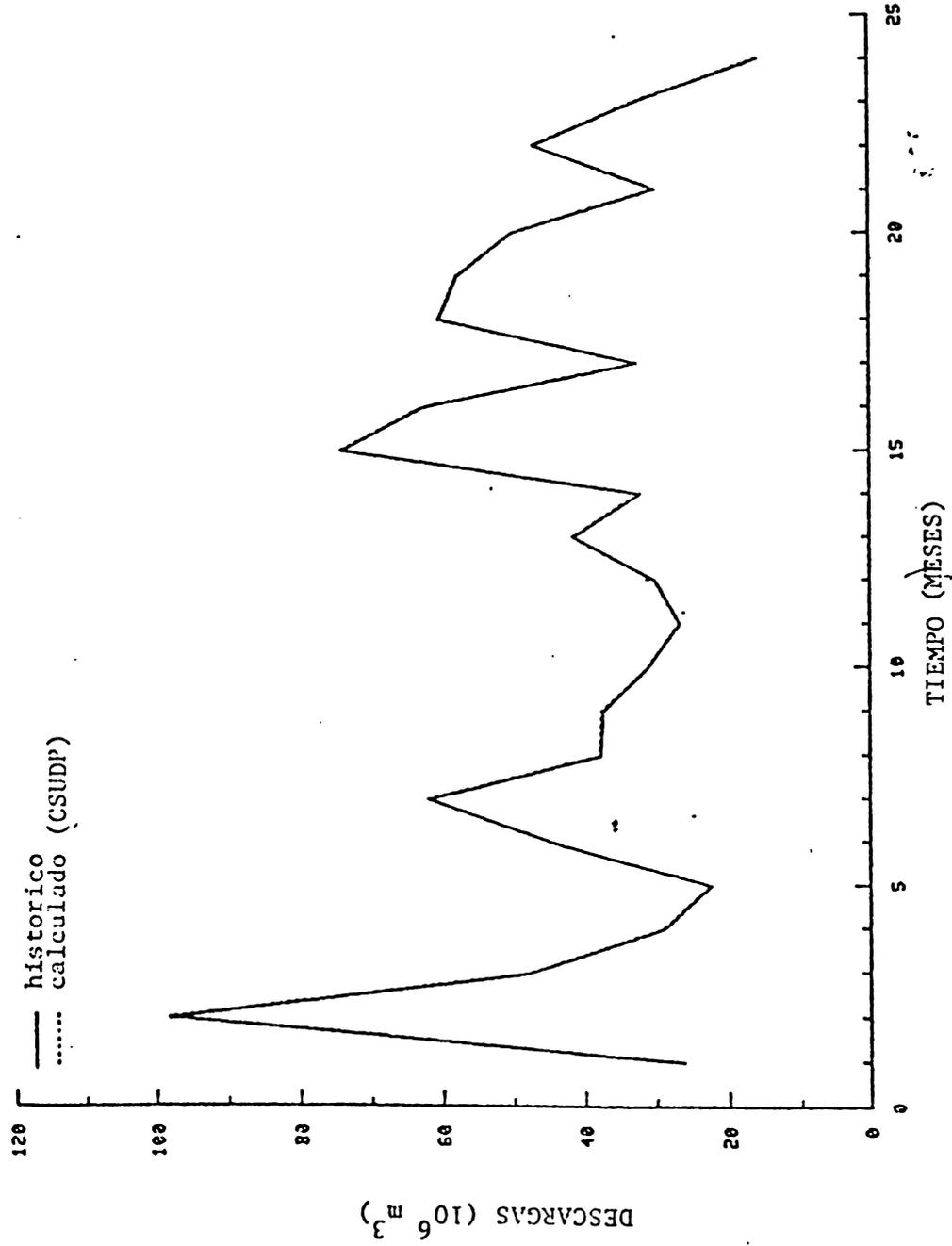


Figura 5.19 Descargas mensuales para la generación de energía en el embalse de Valdesia (1982-83) Caso 1

Figura 5.20 Calibración para el embalse de Valdesia (Caso 1)

TITLE CSUDP CALIBRATION FOR VALDESIA RESERVOIR. RUN #1

```

*****
*
*          1 DIMENSIONAL PROBLEM          *
*
*          MINIMIZATION PROBLEM          *
*
*          OBJECTIVE IS SUMMATION TYPE    *
*
*          DETERMINISTIC OPTIMIZATION    *
*
*          PROBLEM ASSUMED INVERTIBLE    *
*
*          LAST TIE VALUE TAKEN          *
*
*          SPLICING WILL OCCUR ON X      *
*          SPLICE = 3.000                 *
*          XMULT = 3.000                 *
*
*          NUMBER OF STAGES = 24         *
*
*
*
*****

```

INTERVAL FOR X = 2.700
 INTERVAL FOR U = .1000
 TOLERANCE = .0000

UPPER AND LOWER BOUNDS ON X(I+1) AND U(I)

```

-----

```

I	XMIN(I)	XMAX(I)	UMIN(I)	UMAX(I)
1	137.7	137.7	.0000	100.0
2	130.0	150.0	.0000	100.0
3	130.0	150.0	.0000	100.0
4	130.0	150.0	.0000	100.0
5	130.0	150.0	.0000	100.0
6	130.0	150.0	.0000	100.0
7	130.0	150.0	.0000	100.0
8	130.0	150.0	.0000	100.0
9	130.0	150.0	.0000	100.0
10	130.0	150.0	.0000	100.0
11	130.0	150.0	.0000	100.0
12	130.0	150.0	.0000	100.0
13	130.0	150.0	.0000	100.0
14	130.0	150.0	.0000	100.0
15	130.0	150.0	.0000	100.0
16	130.0	150.0	.0000	100.0
17	130.0	150.0	.0000	100.0
18	130.0	150.0	.0000	100.0

19	130.0	150.0	.0000	100.0
20	130.0	150.0	.0000	100.0
21	130.0	150.0	.0000	100.0
22	130.0	150.0	.0000	100.0
23	130.0	150.0	.0000	100.0
24	130.0	150.0	.0000	100.0
25	132.1	132.1		

OPTIMAL SOLUTION FOR X(1) = 137.700

I	X*	U*
1	137.7000	30.30000
2	140.8000	90.10000
3	138.1000	52.80000
4	132.7000	34.60000
5	130.0000	22.80000
6	135.4000	44.30000
7	138.1000	62.00000
8	135.4000	45.30000
9	135.4000	39.50000
10	135.4000	34.10000
11	135.4000	20.70000
12	138.1000	28.90000
13	146.2000	34.10000
14	148.9000	43.20000
15	146.2000	75.30000
16	138.1000	55.90000
17	130.0000	31.60000
18	138.1000	66.00000
19	138.1000	59.90000
20	132.7000	48.50000
21	130.0000	23.10000
22	132.7000	50.70000
23	130.0000	28.00000
24	130.0000	12.20000
25	132.1000	

MINIMUM OBJECTIVE VALUE = 609.2175

CONTINUE THE ITERATIONS UNTIL FINAL RESULTS ARE OBTAINED

(se continua con las iteraciones hasta encontrar los resultados finales)

I	X*	U*
1	137.7000	26.30000
2	141.4000	98.30000
3	137.3000	47.90000
4	132.8500	29.00000
5	131.4500	22.50000
6	136.6500	44.60000
7	139.3000	62.20000
8	136.5500	37.90000
9	137.9500	37.60000
10	138.3000	31.10000
11	138.8500	26.90000
12	140.3000	30.20000
13	147.5500	41.70000
14	149.3000	32.50000
15	147.9500	74.40000
16	140.7000	62.80000
17	131.8000	32.90000
18	139.3500	60.60000
19	140.3000	58.00000
20	135.7500	50.20000
21	132.8500	30.20000
22	133.9000	47.20000
23	132.0000	32.90000
24	130.8500	15.90000
25	132.1000	

MINIMUM OBJECTIVE VALUE = .9255104

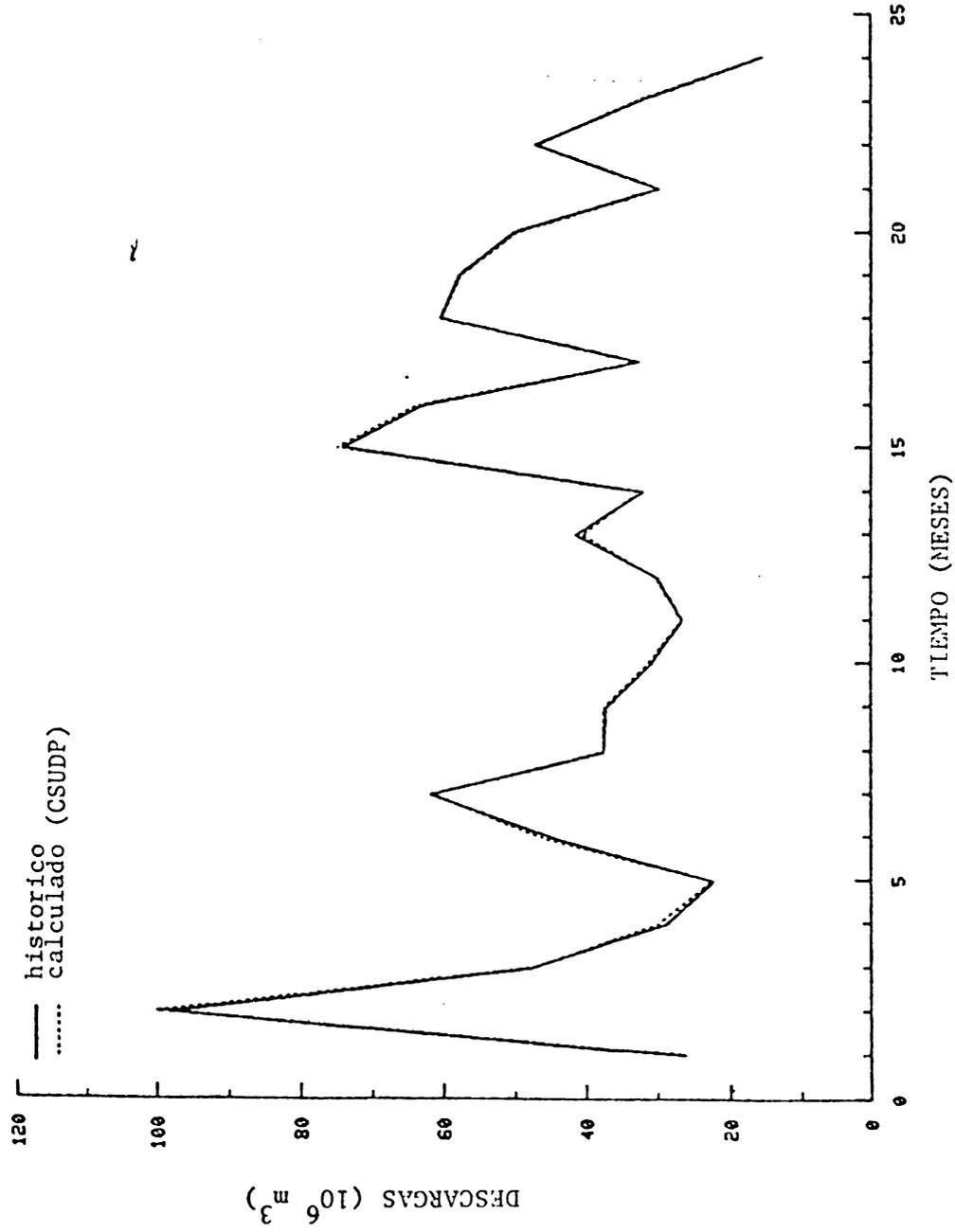


Figura 5.21 Descargas mensuales para la generación de energía en el embalse Valdesia (1982-83) Caso 2

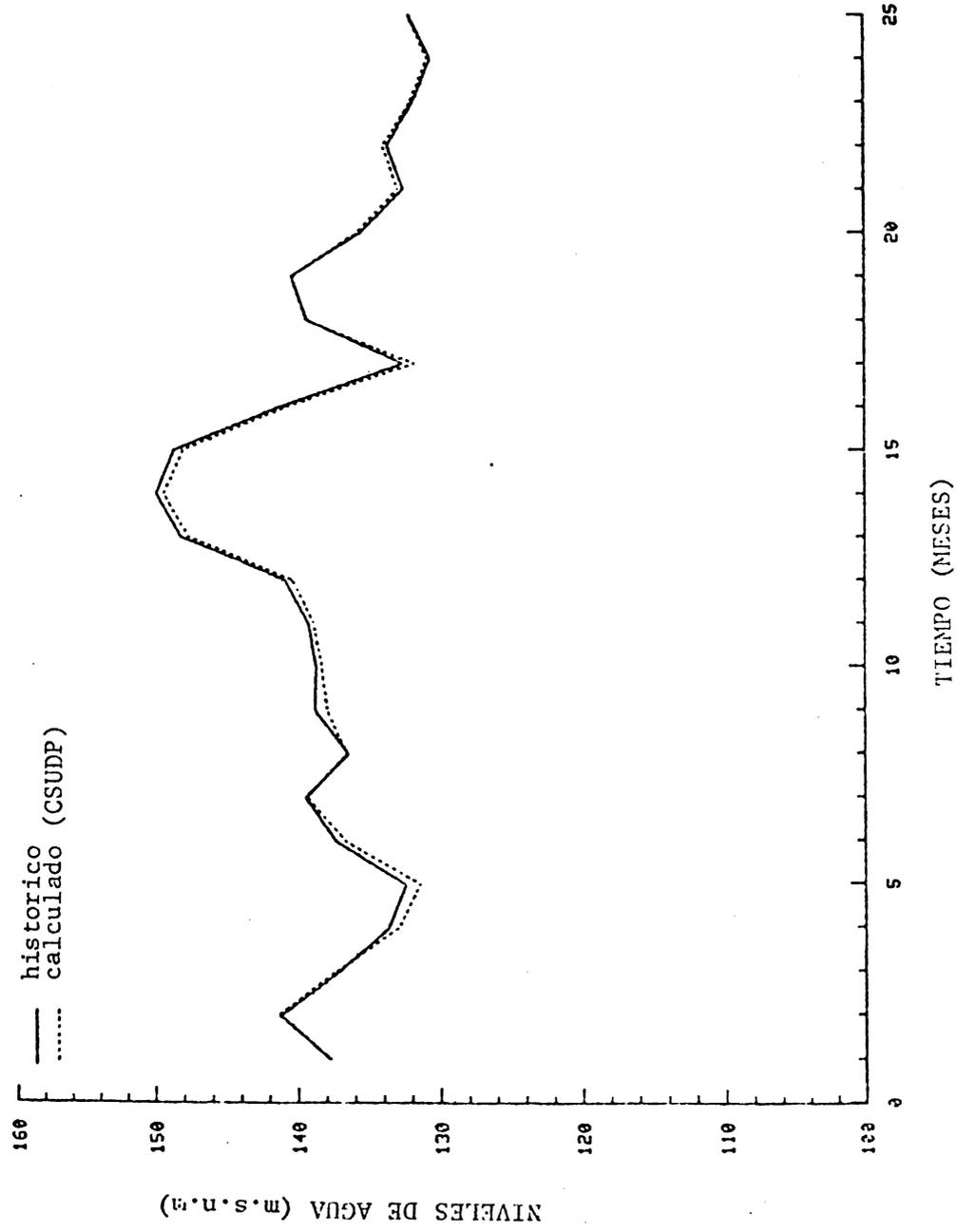


Figura 5.22 Niveles de almacenamiento en el embalse Valdesia (1982-83) Caso I

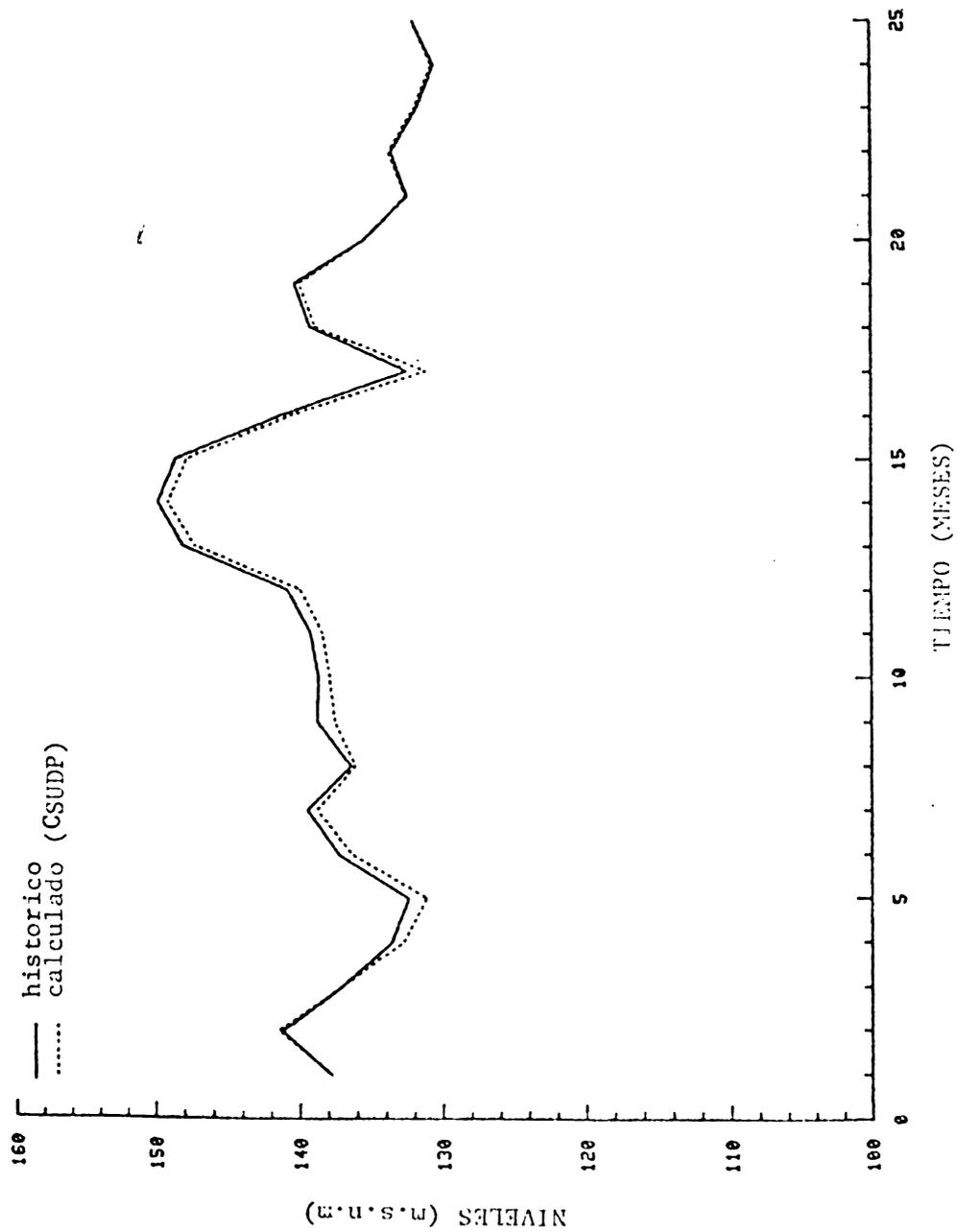


Figura 5.23 Niveles de almacenamiento en el embalse Valdesia (1982-83) Caso 2

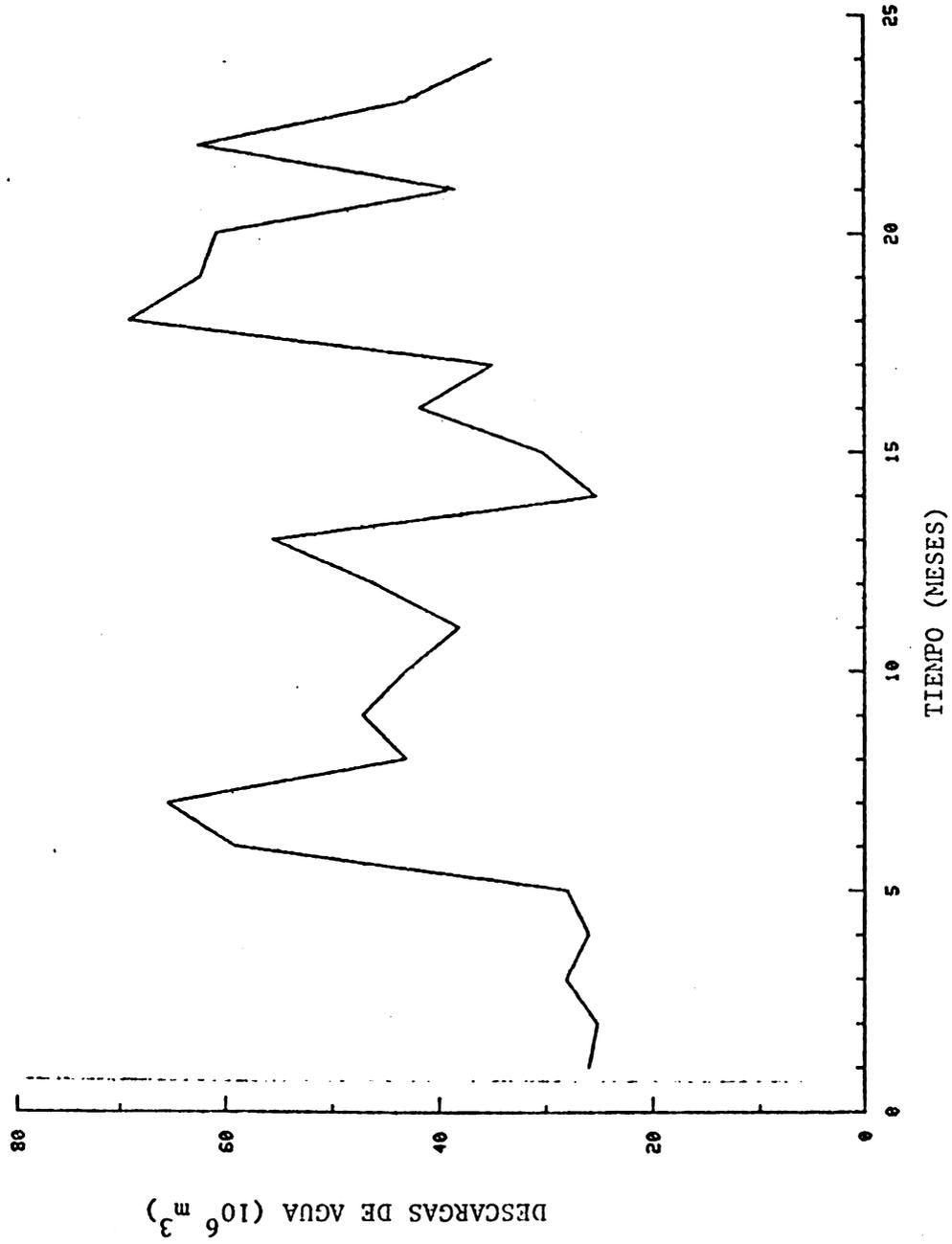


Figura 5.24 Maximización de energía en el embalse de Valdesia (1982-83)
-- las descargas

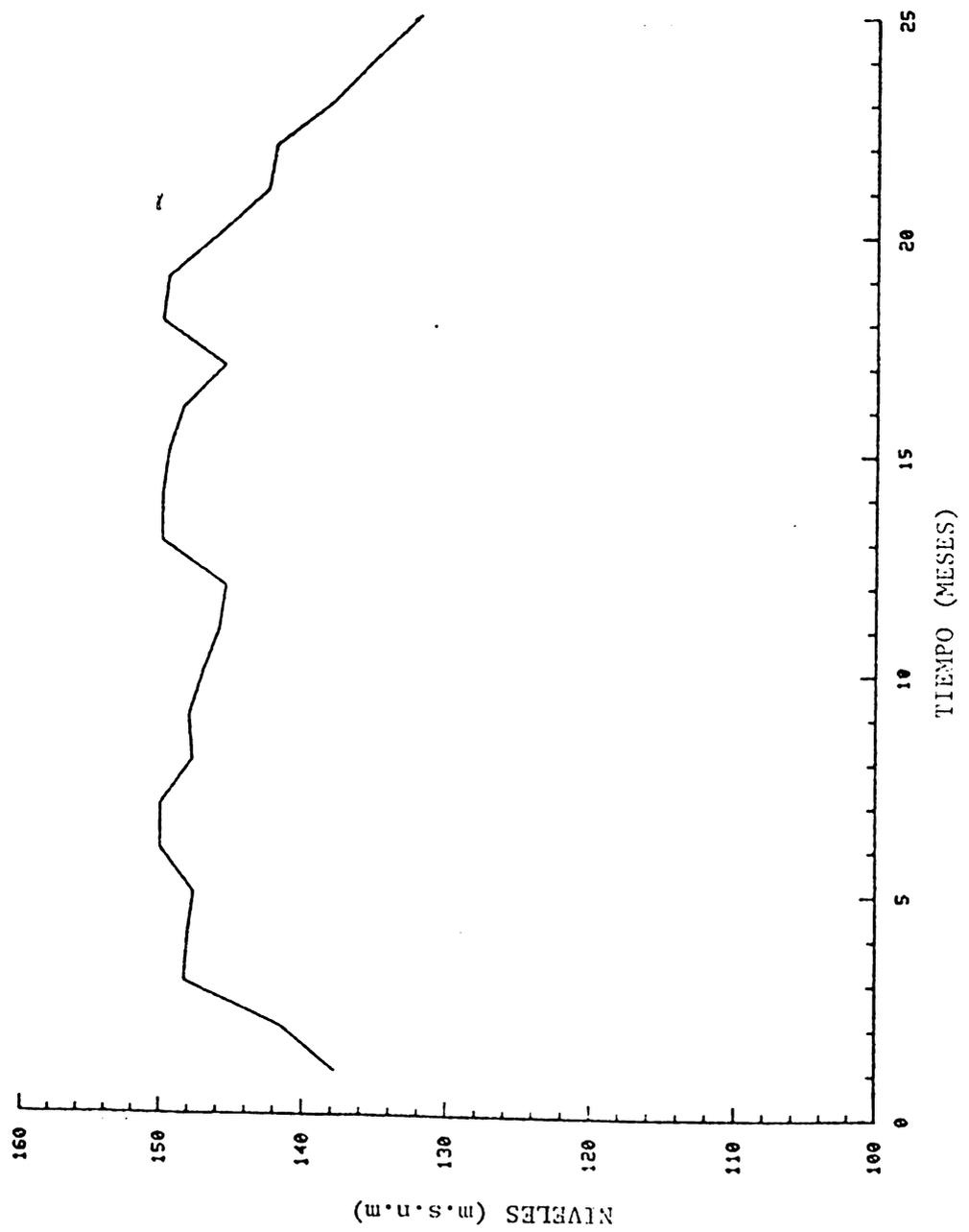


Figura 5.25 Maximización de energía en el embalse de Valdesia (1982-83)
--los niveles

pesar que las descargas totales son las mismos para los dos años, la distribución mensual es sensiblemente diferente.

APENDICE 5.A

MANUAL DE OPERACION DEL MODELO CSUDP

CSUDP

PROGRAMA DE PROGRAMACION DINAMICA DE PROPOSITOS MULTIPLES

CODIFICADO POR J.W. LABADIE, J.M. SHAFER Y D.G. FONTANE

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL, UNIVERSIDAD DEL ESTADO DE COLORADO.

DESCRIPCION DEL PROGRAMA

El programa CSUDP resuelve los siguientes problemas de programación dinámica:

1. uni y multidimensionales
2. hacia atrás y hacia adelante
3. determinísticos y estocásticos
4. con ecuación de estado invertible y no invertible

Si el problema es multidimensional sólo es permitido formulaciones invertibles y determinísticas. Programación dinámica incremental (o diferencial discreta) también puede ser usada en este caso. CSUDP puede resolver casos unidimensionales no invertibles e invertibles determinísticos o estocásticos y problemas con funciones objetivo y/o ecuaciones de estado analíticas y/o tabulares.

Para solucionar un problema de programación dinámica hacia adelante el usuario debe formular el problema de tal forma que la etapa se refiera al número de etapas "remanentes" hasta el final del análisis.

Por ejemplo, supongamos que tenemos un problema de programación dinámica de cuatro etapas. Debe definirse la primera etapa como la cuarta; esto es, existen cuatro etapas remanentes al final del problema. La segunda etapa es la 3, la tercera es la segunda y la final es la primera. Luego el usuario formula su ecuación de estado e ingresa los límites variables y los datos de acuerdo a la nomenclatura de la nueva etapa.

Pueden ser resueltas las siguientes funciones objetivo:

* tipo 1 * MIN(o MAX) $F(X), U(1), X(2)+ \dots + F(N), U(N), X(N+1)$

* tipo 2 * MIN(MAX($F(1), U(1), X(2), \dots, F(X(N), U(N), x(N+!))$)) o,
MAX(MIN(...))

* tipo 3 * MIN (o MAX) $F(X(1), U(1), X(2)*\dots *F(X(N), U(N), X(N+1))$

Sujeto a:

$$X(I+1) = G(X(I), U(I), X(I+1))$$

$$XMIN \leq X(I) \leq XMAX(I) \text{ (para } I=1, \dots, N+1)$$

$$UMIN \leq U(I) \leq UMAX(I) \text{ (pata } i=1, \dots, N)$$

Diversas restricciones pueden ser incluidas indirectamente via términos penalizadores en la función objetivo (será explicado a posteriori).

Fije JTYPE = 1 para la solución del problema tipo 1.

Fije JTYPE = 2 para la solución del problema tipo 2.

Fije JTYPE = 3 para la solución del problema tipo 3. (para todos $F(I)$
.GT. 0)

Use INDEX = 1 para un problema de minimización

Use INDEX = 2 para un problema de maximización

N = número de etapas.

ND = número de variables de estado $X(I)$ para la etapa I
(dimensión del problema). La máxima dimensión es igual a 5
para este programa.

MD - número de variables de decisión $U(I)$ para la etapa I. No puede exceder de ND.

Usar JTIE = 0 para retener el primer valor de la función objetivo que ha "empatado" con otra en la misma etapa.

Usar JTIE = 1 para retener el último valor.

DELX - discretización del intervalo para el vector de estado $X(I)$.
El usuario debe buscar una escala para los componentes de $X(I)$ de tal forma que el mismo DELX puede ser usado para todos los demás. DELX no varía con las etapas.

** PRECAUCION ** Seleccione DELX cuidadosamente. Si es muy pequeño el tiempo de computadora puede ser excesivo. Si es muy grande se puede no encontrar el óptimo.

DELU = intervalo de discretización para la variable de control $U(I)$.

Una opción divisoria es permitada en el DELX y DELU para problemas determinísticos y sólo para DELX en problemas estocásticos invertibles con probabilidades independientes. Se define opción divisoria a la sucesiva reducción en DELX para obtener una mayor precisión de los resultados finales. Es una buena idea empezar con un DELX grosero para luego reducirlo sucesivamente.

Si ISPL = 0 no ocurre división alguna

Si ISPL = 1 ocurre división en DELX

Si ISPL = 2 ocurre división en DELU

NOTA: si ISPL = 2 no habrá ahorro de memoria en el computador y el tiempo de uso se incrementará. Es mejor usar la opción 1 y fijar DELU de acuerdo al grado final de precisión.

DELXI = DELX inicial

DELXF - DELX final

DELUI - DELU inicial

DELUF - DELU final

SPLICE = cantidad mayor o igual que 1.0 por medio del cual DELX(o DELU) es reducido para cada iteración sucesiva (DELX nuevo = DELX antiguo/ SPLICE)

** NOTA ** si la función objetivo y/o restricciones es usada en forma de data tabular, DELXF debe ser igual a DELI.

XMULT = ancho del corredor en términos de XMULT*DELX(o DELU) por encima y por debajo de X^* (o U^*) solamente para problemas unidimensionales. Para problemas multidimensionales XMULT es automáticamente fijado igual a 1.0

Fije INVERT = 0 si no es posible invertir la(s) función(es) G y expresar $U(I)$ como una función explícita de $X(I)$ y $X(I+1)$. Esto también es aplicable si la data tabular con respecto a $U(I)$, es usada en la ecuación de estado y/o la función objetivo.

Fije INVERT = 1 si la función G es invertible.

** PRECAUCION ** Si la dimensión (ND) es mayor que 1, el problema debe estar en la forma invertible.

Fije TOL = error de truncación permitido entre $X(I+1)$ y la función G. Es usado para problemas unidimensionales no invertibles. Si el error de truncación no es motivo de preocupación, haga TOL = $0.5 \cdot \text{DELX}$, de lo contrario haga TOL igual al valor deseado .LT. $0.5 \cdot \text{DELX}$. El programa puede tener dificultad en encontrar la solución óptima si es considerado un valor muy bajo de TOL.

Fije ISTOCH = 1 si es un problema estocástico y es ingresado variables aleatorias. De lo contrario haga ISTOCH = 0. Si ISTOCH = 1, IPRINT automaticamente se convierte en 2 ya que no es posible la búsqueda hacia atrás de las variables de decisión óptimas.

Fije RISKLO = nivel de riesgo ingresado por el usuario el cual está asociado con la violación de $XMIN(i+1)$, $I=1, \dots, N$ para problemas estocásticos.

Fije RISKHI = nivel de riesgo ingresado por el usuario, el cual está asociado con la violación de $XMAX(i+1)$, $I=1, \dots, N$ para problemas estocásticos.

** NOTA ** En este programa, dada una determinada norma de decisión, el riesgo se acumula con cada violación de $XMIN(I+1)$ y/o $XMAX(I+1)$, ya que $RIESGO = RIESGO + NIVEL DE PROBABILIDAD ASOCIADO A LA VARIABLE ALEATORIA (R)$. Cuando el riesgo es igual o excede los límites especificados ($RISKLO$ y/o $RISKHI$) la norma correspondiente es declarada no factible. El valor alternativo (default) de $RISKLO$ y $RISKHI$ es cero. Si el problema es invertible, $RISKLO$ y $RISKHI$ están asociados con $UMIN(I)$ y $UMAX(I)$ aunque nuestra mayor preocupación es la factibilidad de la variable aleatoria $X(I+1)$. Note en la ecuación de estado, que un incremento de U redundaría en una disminución de $X(I+1)$, entonces el riesgo indirectamente representa el riesgo de violar $XMAX(I+1)$ y viceversa para $RISKHI$. Por otro lado, si un incremento de U implica también un incremento de $X(I+1)$ en la ecuación de estado, el nivel del riesgo corresponde al caso no invertible. $RISKLO$ y $RISKHI$ son ingresados en fracciones.

Fije NTRANS = número de matrices de transición a ser ingresadas. Las filas corresponden a los valores de las variables aleatorias en la etapa I, las columnas a los valores de las variables aleatorias en la etapa I-1.

NTRANS = 0 si son usadas probabilidades independientes

NTRANS = 1 si el análisis es determinístico

Fije IPRINT = 1 para obtener solamente la solución final

IPRINT = 2 para las norma óptimas completas para cada etapa y estado.

IPRINT = 3 para ambos casos arriba mencionados.

** NOTA ** si ND .GT. 1, la opción IPRINT = 3 no es válida.

A pesar que para la mayoría de los problemas es suficiente con usar los valores alternativos de las tolerancias, es aconsejable especificarlos.

Fijar ITSET = 0 si son usados los valores alternativos

ITSET = 1 el usuario ingresa las tolerancias

TOL1 = número grande que castiga la no factibilidad y fuerza al programa a tomar una solución factible. El valor alternativo es 1.0E31.

TOL2 = 0.1*TOL1. Valor absoluto de la función objetivo total, más otros términos de penalización añadidos por el usuario. No debe exceder de TOL1.

FSTART = valor de la función objetivo en la etapa N+1, FMIN(N+1).

ITMAX = número máximo de iteraciones permitidas si el problema es multidimensional.

Para problemas con valores iniciales donde $X(I)=C(\text{dado})$, haga $XMIN(1)=XMAX(1)-C$. De lo contrario, serán calculadas las soluciones

óptimas para todos los valores discretos $X(I)$ entre $XMIN(1)$ y $XMAX(1)$.

Para problemas con valores finales haga $XMIN(N+1)=XMAX(N+1)=C(\text{dado})$.

**** PRECAUCION **** cuando se ejecutan problemas no invertibles que son de valores finales, debe incluirse algun valor adicional en $XMIN(N+1)$ y $XMAX(N+1)$ porque el programa puede no hallar exactamente el estado final debido a errores de redondeo y, por lo tanto, no ser capaz de encontrar una solución factible.

Este programa esta dimensionado para un máximo de 100 etapas y 100 discretizaciones de la variable de estado $X(I)$ en caso de problemas unidimensionales. Para casos de variables aleatorias está dimensionado para un máximo de 15 intervalos.

**** SUBROUTINA STATE (FORMULADA POR EL USUARIO) ****

El propósito de esta subrutina es de formular la(s) ecuación(es) de estado $X(I+1)=G(X(I),U(I),X(I+1))$, donde:

I = etapa actual

J = valor del vector entero actual usado en la data tabular (JD=1,ND) de los valores discretos $X(I,JD)$. Por ejemplo, J=1 corresponde a un $XMIN(I,JD)$; J=2 a un $XMIN(I,JD)+DELX$, etc.

K = valor del vector entero actual usado en la data tabular (JD=1,ND) de los valores discretos $X(I+1,JD)$. Por ejemplo, K=1 corresponde a un $XMIN(I+1,JD)$; K=2 a un $XMIN(I+1,JD)+DELX$, etc.

L = valor del vector entero actual usado en la data tabular (LD=1,MD) de los valores discretos $X(I,LD)$. Por ejemplo, L=1 corresponde a un $UMIN(I,JD)$; L=2 a un $UMIN(I,JD)+DELU$, etc.

X = valor actual de $X(I < JD)$, $JD + 1$, ND

X1 - valor actual de X(I+1,LD), LD = 1, MD

U - valor actual de U(I<LD), LD = 1, MD

Si INVERT = 0, entonces...

INPUT - i,j,x,l y U

OUTPUT - X1

Si INVERT = 1, entonces...

INPUT - I,J,K,X y X1

OUTPUT - U

** NOTA ** para los problemas de programación dinámica hacia adelante, la etapa es definida como el número de etapas remanentes:

$$I = N - II + 1$$

donde II es la etapa actual. Entonces el estado de entrada es ahora X(I+1) y el estado de salida es X(I). La ecuación de estado de PD hacia adelante tiene la siguiente forma:

$$X(I) = G(X(I+1), U(I), X(I))$$

** SUBROUTINA OBJECT (FORMULADA POR EL USUARIO) **

El propósito de esta subrutina es la de formular la función objetivo $F(X(I), U(I), X(I+1))$. También están disponibles valores discretos de J, K y L. F = valor actual de la función objetivo en la etapa I, el cual es el resultado de esta subrutina.

Esta subrutina es llamada inmediatamente después de STATE si U (para problemas invertibles) o X1 (para no invertibles) son factibles. Estos valores pasan a través de la subrutina OBJECT para el cálculo de función objetivo.

** NOTA ** para problemas no invertibles, es ejecutada una interpolación lineal simple en la función óptima (si es requerida). En este caso el

programa hace una búsqueda hacia adelante a través de las diversas etapas, llamando a la subrutina OBJECT en cada etapa y calculando el valor exacto de la función objetivo. Estos valores interpolados son listados con motivos de chequeo.

**** SUBROUTINA READIN (FORMULADA POR EL USUARIO) ****

Se usa si la data es leida etapa por etapa, ya que el CSUDP resuelve el problema hacia atrás. La data para la etapa final debe aparecer primero y así sucesivamente, debiendo cada usuario especificar el formato respectivo. Estos datos leídos pueden ser pasados a través de OBJECT y STATE por COMMON BLOCKS. Los datos leídos con la instrucción READ deben ser almacenados en algún arreglo (array) o vector para las siguientes situaciones:

- (1) INVERT = 0
- (2) ISPL = 1
- (3) ND .GT. 1

En este caso los arreglos o vectores deben ser función de la etapa I. Si no existiera data alguna se deberá incluir de todas maneras esta subrutina, sin instrucciones ejecutables:

```

SUBROUTINE READIN
RETURN
END

```

**** NOTA **** si se necesita más de una iteración (ND es mayor que 1 o ISPL = 1) la subrutina READIN es automáticamente obviada (después de haberse realizado un paso hacia atrás a través de las etapas) para prevenir ingreso repetitivo de data.

Note que el ingreso de I,J,K, y L en STATE y OBJECT permite el uso de data tabular. El usuario puede alternativamenmte usar la instrucción DATA en STATE y OBJECT evitando hacerlo en READIN.

** COMMON BLOCKS EN SUBRUTINAS STATE, OBJECT Y READIN (INSERTADOS POR EL USUARIO) **

** NOTA ** si la dimensión (ND) es igual a 1 se usará:

```
COMMON / ONEDM / X,X1,U,F,I,J,K,L,R,PNALTY
```

y deberá aparecer inmediatamente después de la instrucción SUBROUTINE.

Si la dimensión (ND) es mayor que 1, se usará:

```
COMMON / MULTDM / X(5),X1(5),U(5),F,I,J(5),K(5),L(5),PNALTY
```

y, como la anterior, estará después de la instrucción SUBROUTINE.

Note que para problemas unidimensionales, cualquier variable aleatoria que aparece en STATE o OBJECT son ingresadas a traves de R via COMMON / ONEDM /.

Si existen algunas restricciones adicionales de la forma $H(X(I),U(I),X(I+1))$.LE. OR .EQ. OR .GE. 0.0 pueden ser indirectamente consideradas a través de un término penalizador en OBJECT si uno o más de ellos es violado. En este caso es definido como PNALTY, el cual es automaticamente transferido al programa principal a través de COMMON / ONEDM / (problemas unidimensionales) y COMMON / MULTDM / (problemas multidimensionales). Es eventualmente eliminado en el resultado final de la función objetivo, pero es usado en la optimización, al influir en la selección de las decisiones óptimas.

ENTRADA DE DATOS EN EL PROGRAMA CSUDP

REGISTRO 1 : formato 8A10

TITLE : titulo (no exceder de 80 caracteres)

REGISTRO 2 : formato 6I5

INDEX - 1 para problemas de minimización

-1 para problemas de maximización

JTYPE - 1 problemas tipo 1

2 problemas tipo 2

3 problemas tipo 3

N - número de etapas

ND - dimensión del vector de estado X(I) para la etapa I

MD - dimensión del vector de decision U(I) para la etapa I

JTIE - 0 para retener el primer valor empatado

1 para retener el ultimo valor empatado

Si ND = 1 sólo deberán ser incluidas los registros 3A y 3B.

Si ND .GT. 1 sólo el registro 3C.

REGISTRO 3A : formato 6I5 (sólo para problemas unidimensionales)

INVERT - 0 problemas no invertibles

1 problemas invertibles

ISTOCH = 1 problemas estocásticos

0 problemas no estocásticos

NTRANS - 0 probabilidades independientes

N probabilidades transicionales

NTRANS = número de las matrices de transición a

ser ingresadas.

Si NTRANS = 0 si las probabilidades son
independientes

- ISPL - 0 no división
 1 división en DELX
 2 división en DELU
- ITSET - 0 se usa el valor alternativo para las tolerancias y
valores iniciales.
 1 el usuario deberá ingresar las tolerancias y el
valor inicial para F(N+1)
- IPRINT - 1 imprime sólo la solución óptima
 2 imprime la solución óptima de cada etapa y estado
 3 realizada las dos anteriores opciones

REGISTRO 3B : formato 8F10.4 (sólo para problemas unidimensionales)

Si ISPL = 0 (record 3A) ingrese en el record 3B lo siguiente:

- DELX - discretización en los intervalos de X(I)
- DELU - discretización en los intervalos para U(I)
- TOL - error de truncación permitido para problemas no
invertibles.
- RISKLO - nivel de riesgo para XMIN(I+1) (para problemas
estocásticos).
- RISKHI - nivel de riesgo para XMAX(I+1) (para problemas
estocásticos).

ISPL = 1 ingrese el record 3B

- DELXI - DELX inicial
- DELXF - DELX final (precisión final requerida)
- DELU
- TOL

SPLICE = cantidad de DELX que es dividido con fines de reducción.

XMULT = ancho del corredor para $X(I+1)$, $XMULT*DELX$ por encima y por debajo de la trayectoria previa.

RISKLO = nivel de riesgo para $XMIN(I+1)$ (para problemas estocásticos).

RISKHI = nivel de riesgo para $XMAX(I+1)$ (para problemas estocásticos).

ISPL = 2 ingrese en el registro 3B.

DELX

DELUI = DELU inicial.

DELUF = DELU final.

TOL

SPLICE = cantidad de DELU que es dividido con fines de reducción.

XMULT = ancho del corredor para $U(I)$, $XMULT*DELU$ por encima y debajo de la trayectoria previa.

Vaya al registro 4

REGISTRO 3C : formato 4F10.0, 2I5 (sólo para problemas multidimensionales)

DELXI = intervalo de discretización inicial para $X(I,JD)$

DELXF = precisión final requerida para $X(I,JD)$

DELU = orden de precisión para la variable de control $U(I,LD)$

SPLICE = cantidad de DELX que es dividido con fines de reducción, si la trayectoria no varia.

ITMAX = máximo número de iteraciones permitidas

IPRINT = 1 lista solamente la solución óptima

2 lista la solución de cada iteración

Ingrese secuencialmente los registros 4 (NVX) y 5 por cada dimensión de JD=1,ND. Estos son los límites de X(I+1). Luego, para cada dimensión de LD= 1,MD ingrese los records 4 (NVU) y 6. Estos son los límites de U(I).

** LIMITES DE X **

REGISTRO 4 : formato I5

NVX = número de veces que cambian los límites XMIN y XMAX desde la etapa 1 hasta N+1. Por ejemplo, si todos los límites de XMIN y XMAX son los mismos, NVX sería igual a 1, lo que se interpreta como los mismos límites XMIN y XMAX para cada etapa.

REGISTRO 5 : formato I5, 2F10.4

NX = etapa inicial para el grupo con límites en X(I).
 XMN = límite inferior de X(I) al inicio de la etapa NX.
 XMX = límite superior de X(I) al inicio de la etapa NX.

Existen un numero NVX de registros en el grupo 5.

** LIMITES DE U **

GRUPO DE REGISTROS 6 : formato I5, 2F10.4

NU = inicio de la etapa para el grupo con límites en U(I).
 UMN = límite inferior de U(I) al inicio de la etapa NU.
 UMX = límite superior de U(I) al inicio de la etapa NU.

Existe un número de NVU registros en el grupo 6.

Si ND=1, continúe con los grupos de registros 7B, 8, 9 y 10 si es necesario. Si ND .GT. 1 el grupo 7A es el último en ingresar.

GRUPO DE REGISTROS 7B : formato 3F10.4

** NOTA ** omite este registro si ITSET = 0 (3A).

TOL1 = número grande; valor opcional (default) = 1.E10.

TOL2 = 0.1*TOL1; valor opcional = 1.0E09.

FSTART = F(N+1); valor opcional (JTYPE = 1) = 0.0

(JTYPE = 2) = -1.0E10

(JTYPE = 3) = INDEF

** NOTA ** ingrese el grupo de records siguientes: STOCH = 1
(registro 3A), de lo contrario omitalo.

GRUPO DE REGISTROS 8 : formato I10.

NP(I) = número de valores de la variable aleatoria que deben ser
ingresados en la etapa I.

MAX. = 15.

GRUPO DE REGISTROS 9 : formato 8F10.4

R(I,J) = valores discretos aleatorios para la etapa I para
J=1, NP(I).

GRUPO DE REGISTROS 10 : formato 16F5.3

P(I,J) = probabilidades asociadas con los valores aleatorios
discretos para la etapa I, para J= 1, NP(I).

** NOTA ** repita el grupo de records 8, 9 y 10 para cada etapa I, I=1,
N.

Si son usadas las matrices de transición ingrese en los registros 8 y 9 y
finalmente las matrices NTRANS, P(J,K), donde K va de 1 al número de
entradas NP(I) para la etapa I; J va de 1 al número de estados NP(I-1)
para la etapa I-1. Los datos son leídos fila por fila.

CAPITULO 6

TOPICOS AVANZADOS DE PROGRAMACION DINAMICA EN PROYECTOS
DE RECURSOS DE AGUA

6.1 El Problema Max-Min

Formulemos el caso del planeamiento operacional determinístico suponiendo conocido el volumen de agua firme contractual-anual W y la reserva mensual del control de inundaciones. El problema de optimización consiste en maximizar la producción de energía firme anual E . El balance hidrológico está contenido en las restricciones, donde V_t es el almacenamiento, $EVAP_t$ la evaporación en función del volumen, Q_t las descargas, I_t son las descargas de avenida, Δt el número de las horas para generación de energía mensual, y \bar{h} la carga promedio:

$$\text{maximizar } E \quad (6.1)$$

sujeto a:

$$V_{t+1} = V_t - EVAP_t - Q_t + I_t \quad (6.2)$$

$$Q_t = a_t W + q_t \quad (6.3)$$

$$b_t E \leq E_t = KQ_t \bar{h}(V_t, V_{t+1}) \Delta t \quad (6.4)$$

$$E_{\text{mínimo}} \leq E_t \leq E_{\text{máximo}} \quad (6.5)$$

$$V_{\text{mínimo}} \leq V_{t+1} \leq V_{\text{máximo}} \quad (6.6)$$

$$Q_{\text{mínimo}} \leq Q_t \leq Q_{\text{máximo}} \quad (6.7)$$

$$(t=1, \dots, T)$$

$$V_1 \text{ dado o } V_1 = V_{T+1} \text{ dado} \quad (6.8)$$

Notar que Q_t son las descargas firmes dadas para el mes t más otras descargas secundarias. Adicionalmente se calculará la producción de energía, que debe ser igual o mayor que la firme. Se debe también

conocer los límites superiores e inferiores del almacenamiento y las descargas, pudiendo añadirse una restricción que haga que el nivel de almacenamiento inicial en el embalse V_1 sea igual al almacenamiento V_{T+1} al final del periodo crítico.

Se puede resolver este problema iterativamente por programación no lineal como es considerado en el Capítulo 2. Las únicas funciones no lineales son la evaporación y la producción de energía como funciones de la área A y la carga h promedio:

$$EVAP_t = e_t (A(V_t) + A(V_{t+1})) / 2 \quad (6.9)$$

$$E_t = KQ_t (h(V_t) + h(V_{t+1})) / 2 \quad (6.10)$$

La desventaja de este método es que cuando se incrementa el número de meses totales en el horizonte operacional se llega a un problema bastante extenso.

Si se considera su solución a través de la programación dinámica (PD) se nota que este caso no se ajusta al formato general descrito en el capítulo anterior porque la función no es separable. Una etapa típica para un mes t es la siguiente:

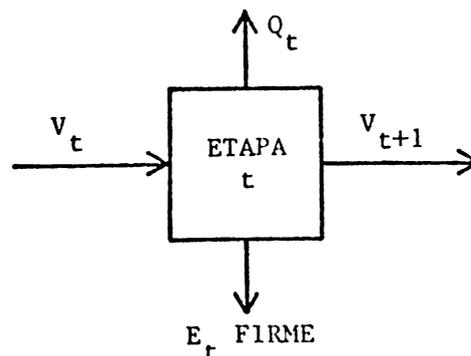


Figura 6.1. Esquema de una etapa típica para un mes

Las variables de estado son V_t y V_{t+1} y la variable de decisión es Q_t . La función de retorno para esta etapa es la energía firme que generalmente es menor que la energía total E_t para un mes determinado.

Si la energía firme para el mes t es igual al coeficiente de distribución b_t veces el total anual de la energía firme E , entonces, la energía firme anual será igual a la energía firme mensual dividida entre b_t .

$$E_t \text{ FIRME} = b_t E$$

$$\text{o, } E = \frac{E_t \text{ FIRME}}{b_t} = \text{ENERGIA FIRME ANUAL} \quad (6.11)$$

Sin embargo, el nivel de energía firme para la etapa t puede solamente ser definida como firme o confiable si es menor o igual a E_t dividida entre b_t para todas las etapas.

$$\frac{E_t \text{ FIRME}}{b_t} \leq \frac{E_r}{b_r}, \text{ para todos los otros meses } r \quad (6.12)$$

En esta situación las etapas no son separables. La función de retorno para la etapa t es directamente dependiente de la información de las anteriores. Sin embargo se puede aprovechar la solución de la programación dinámica hacia atrás, porque en la etapa t se tiene disponible información desde $t+1$ hasta el último mes.

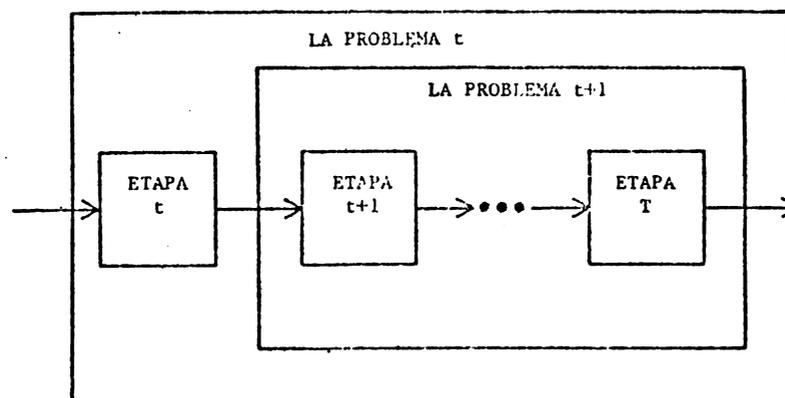


Figura 6.2. Representación de etapas para la solución de un problema por programación dinámica hacia atrás.

Supongamos que definimos una función de retorno óptima F_{t+1} como el nivel de energía firme máxima desde las etapas $t+1$ hasta el mes final, como una función del almacenamiento V_{t+1} . Entonces, la energía firme de las etapas t hasta el último mes es simplemente la máxima con respecto a V_{t+1} , del menor valor de E_t dividido entre b_t (para la etapa t) y los niveles firmes de las etapas $t+1$ hasta el final. En otras palabras, la relación recursiva incluye una operación max-min, como dado en Hall, et al (1969):

$$F_t(V_t) = \max_{V_{t+1}} \left[\min\left(\frac{E_t}{b_t}, F_{t+1}(V_{t+1})\right) \right] \quad (6.13)$$

Considerando una notación más general, se escribe:

$$F_t(V_t) = \max_{V_{t+1}} \phi[E_t, F_{t+1}(V_{t+1})] \quad (6.14)$$

donde (a) $\phi[\cdot] = E_t + F_t(V_{t+1})$ para el objetivo aditivo

o (b) $\phi[\cdot] = \min((E_t/b_t), F_{t+1}(V_{t+1}))$ para el objetivo max-min

Para la función (b), se iniciará la solución de este ejercicio definiendo la función de retorno óptima, al final del último mes, como un número grande arbitrario. Procediendo hacia atrás a través de todas las etapas encontraremos la solución deseada, o sea el máximo nivel firme E a través de todas las etapas conociendo un nivel de almacenamiento inicial V_1 .

$F_1(V_1)$ = máxima energía firme contractual para las etapas $1, \dots, T$

Si la energía y el volumen de agua firme son desconocidos pero dada la reserva del control de inundación, se puede repetir el problema maximizando la energía firme para diversos niveles especificados de agua firme W . Los resultados pueden ser graficados en una curva (Figura 6.3) o en una familia de ellas para cada nivel de almacenamiento inicial V_1 .

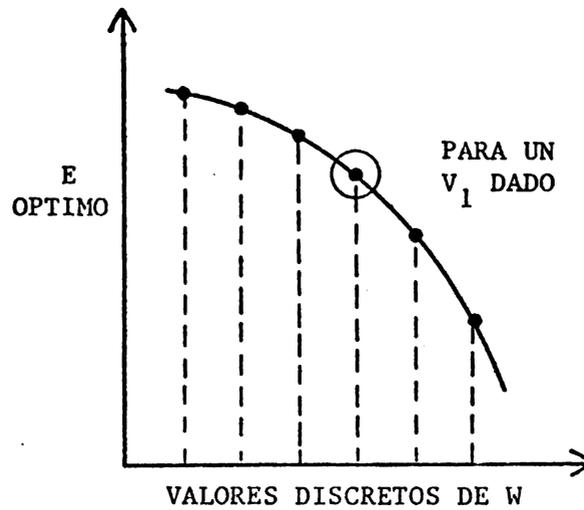


Figura 6.3. Valores de energía y descargas de agua óptimas para un almacenamiento inicial V_1 dado.

Si se conoce los precios de venta de agua y energía firmes, se puede seguir a lo largo de la curva hasta encontrar la mejor combinación de W y E que maximicen el total de beneficios netos.

Curvas similares se obtendrán si la reserva para el control de inundaciones no ha sido especificada.

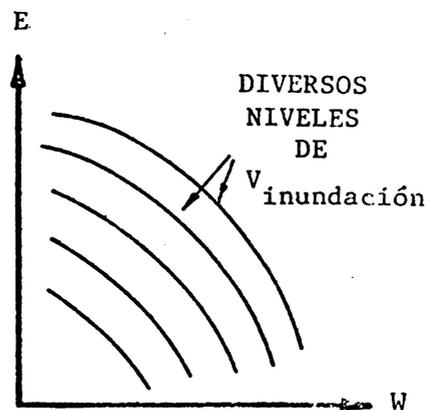


Figura 6.4. Valores de energía y descargas de agua óptimos para diversos niveles de reservas para el control de inundaciones.

6.1.1 Ejemplo del uso de max-min via CSUDP

Consideremos la operación del embalse de Valdesia presentado en el Capitulo 5. En vez de maximizar la energía total, usemos como función objetivo max-min para maximizar la energía firme confiable E. Las subrutinas STATE y OBJECT son las mismas. La única diferencia es el cambio del parámetro JTYPE en el archivo de datos por 2. Las Figuras 6.5 y 6.6 comparan las descargas óptimas y niveles de almacenamiento para los objetivos de energía total y firme, respectivamente. Notar que la función max-min produce descargas y niveles más estables. La siguiente tabla compara los resultados de los dos objetivos

	energía anual promedio (GW-h)	energía firme anual (GW-h)
JTYPE = 1 (aditiva)	120.9	9.8
JTYPE = 2 (max-min)	102.3	101.4

La Figura 6.7 proporciona un listado parcial de CSUDP de las reglas óptimas para dos meses representativos, y la 6.8 y 6.9 sus $Q_t^*(V_t)$ y $V_{t+1}^*(V_t)$ en forma grafica para los mismos meses.

6.2 Programación Dinámica Multidimensional

Hasta ahora nos hemos concentrado en problemas de programación dinámica unidimensionales, o sea, con una sola variable de estado por etapa. En situaciones reales de administración de recursos de agua también se encuentran casos con varias variables de estado por etapa. Por ejemplo, para dos embalses en serie o paralelo, el estado del sistema está dado por el almacenamiento. El número de variables de

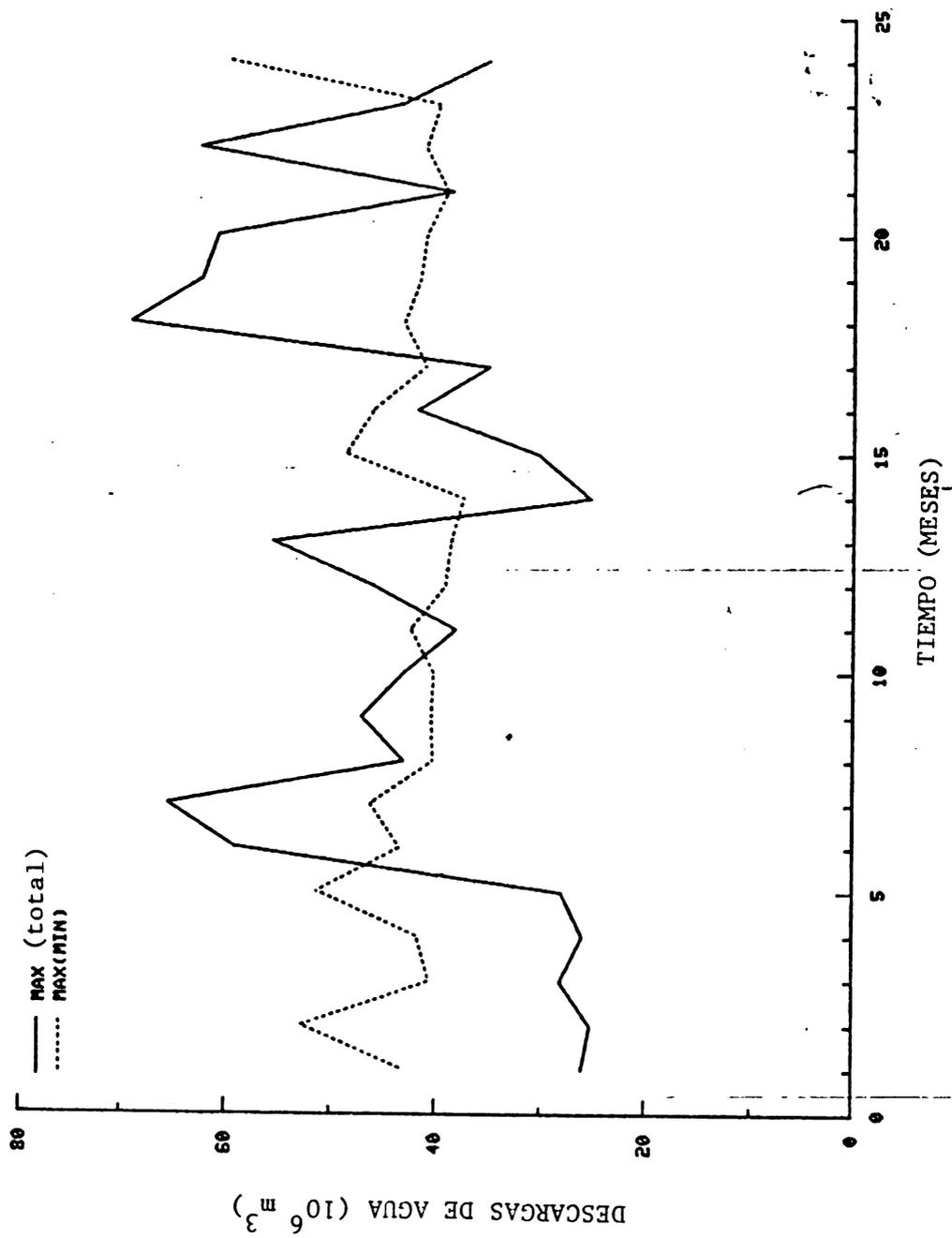


Figura 6.5 Maximización y max(min) de energía en el embalse de Valdesia (1982-83)
 -- las descargas

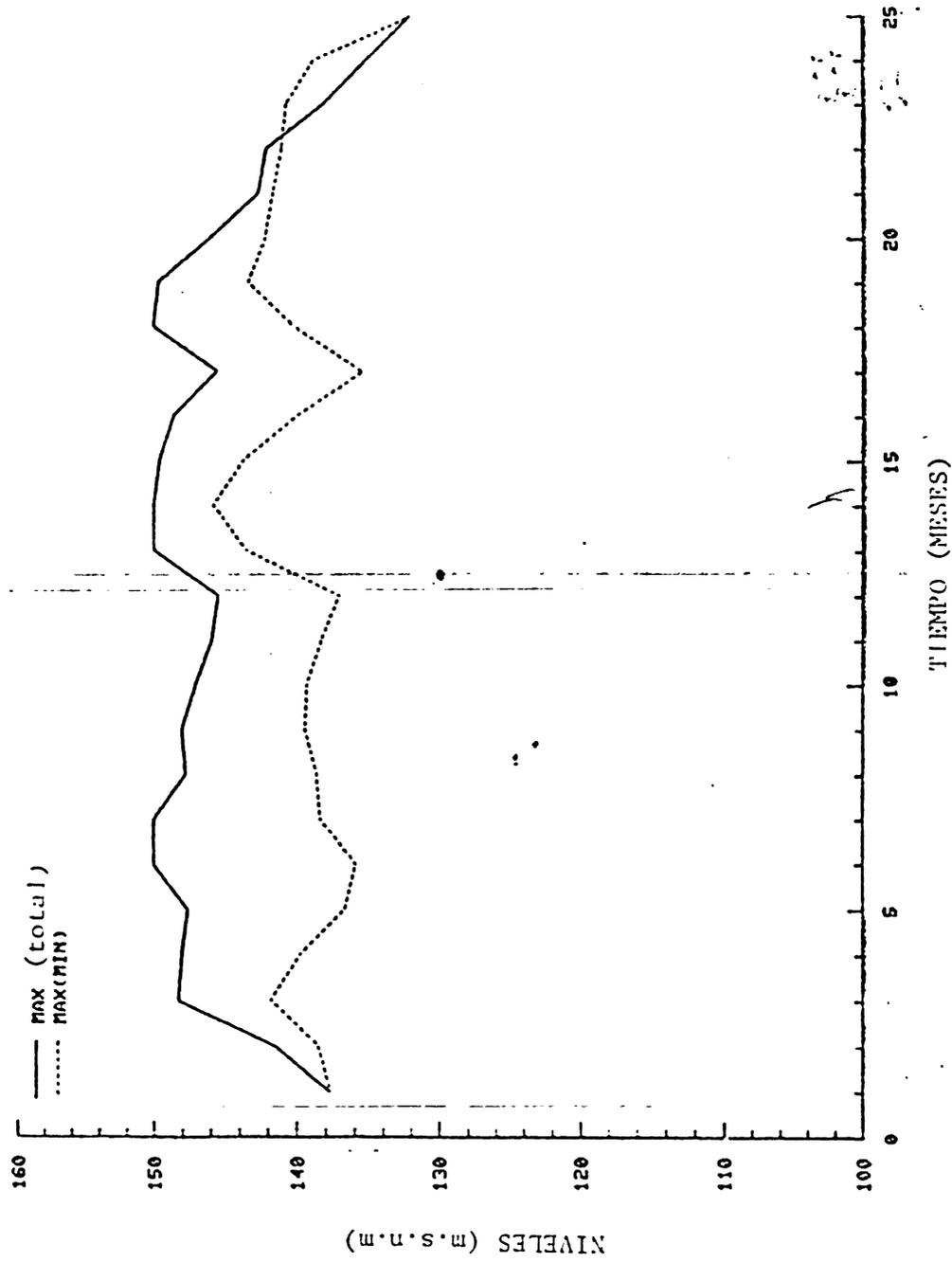


Figura 6.6 Maximización y max(mín) de energía en el embalse de Valdesia (1982-83)
--los niveles

Figura 6.7 Listado de las normas óptimas

Optimal Policies

* *
 * Stage 21 * Septiembre 1983
 * *

X(21)	130.00	132.70	135.40	138.10	140.80	143.50
U(X(21))	23.100	34.800	34.800	34.800	34.800	34.800
X*(22)	132.70	132.70	135.40	138.10	140.80	143.50
F(X(21))	53.749	58.836	67.126	71.455	77.085	86.554
X(21)	146.20	148.90				
U(X(21))	34.800	56.200				
X*(22)	146.20	146.20				
F(X(21))	95.426	105.96				

* *
 * Stage 19 * Julio 1983
 * *

X(19)	130.00	132.70	135.40	138.10	140.80	143.50
U(X(19))	22.000	33.600	33.600	33.500	33.500	33.500
X*(20)	132.70	132.70	135.40	138.10	140.80	143.50
F(X(19))	60.343	66.331	67.126	71.455	77.085	86.554
X(19)	146.20	148.90				
U(X(19))	33.400	33.400				
X*(20)	146.20	148.90				
F(X(19))	95.426	98.573				

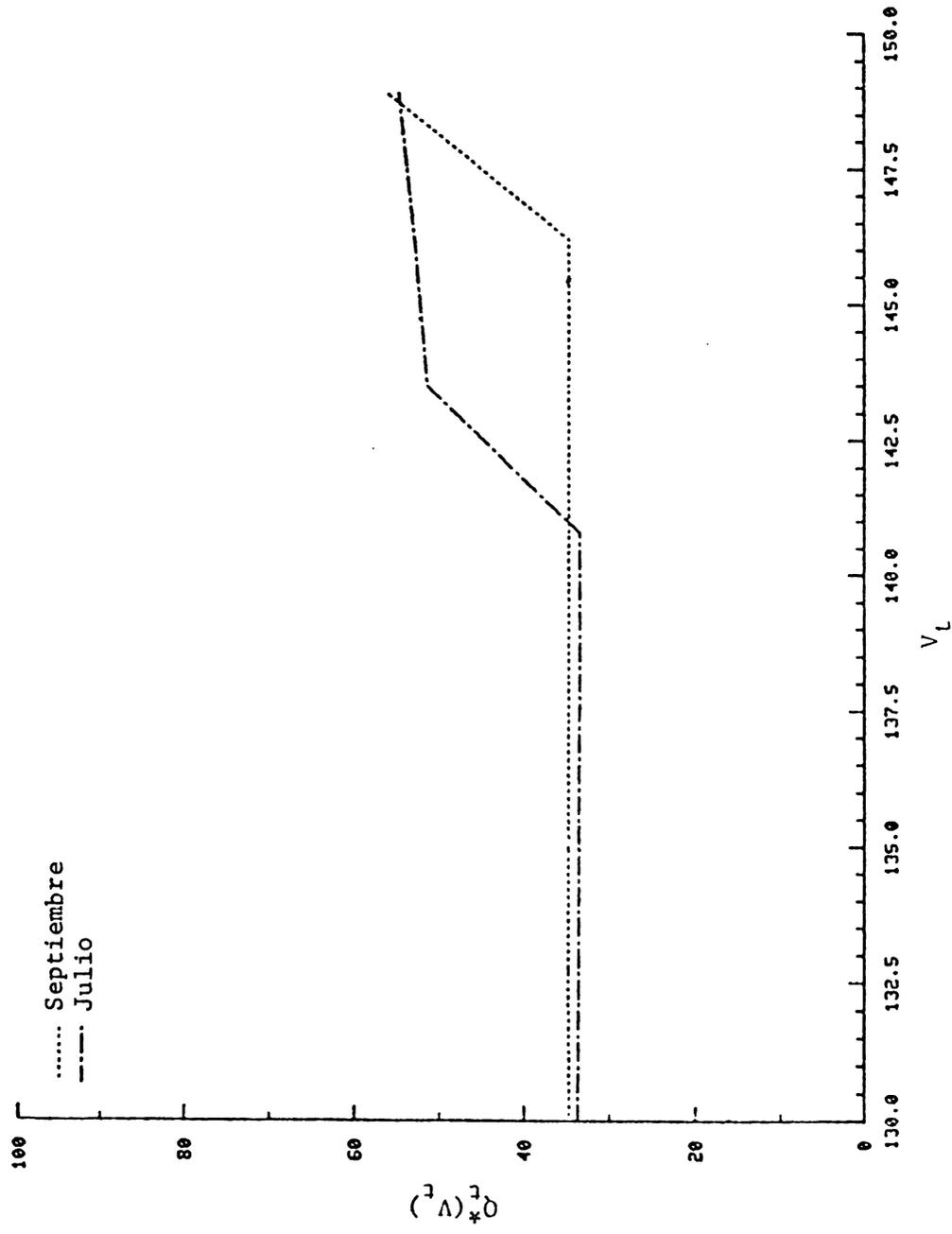


Figura 6.8 Normas de operación para las descargas via max(min) del CSUNDP para el embalse de Valdesia (1983)

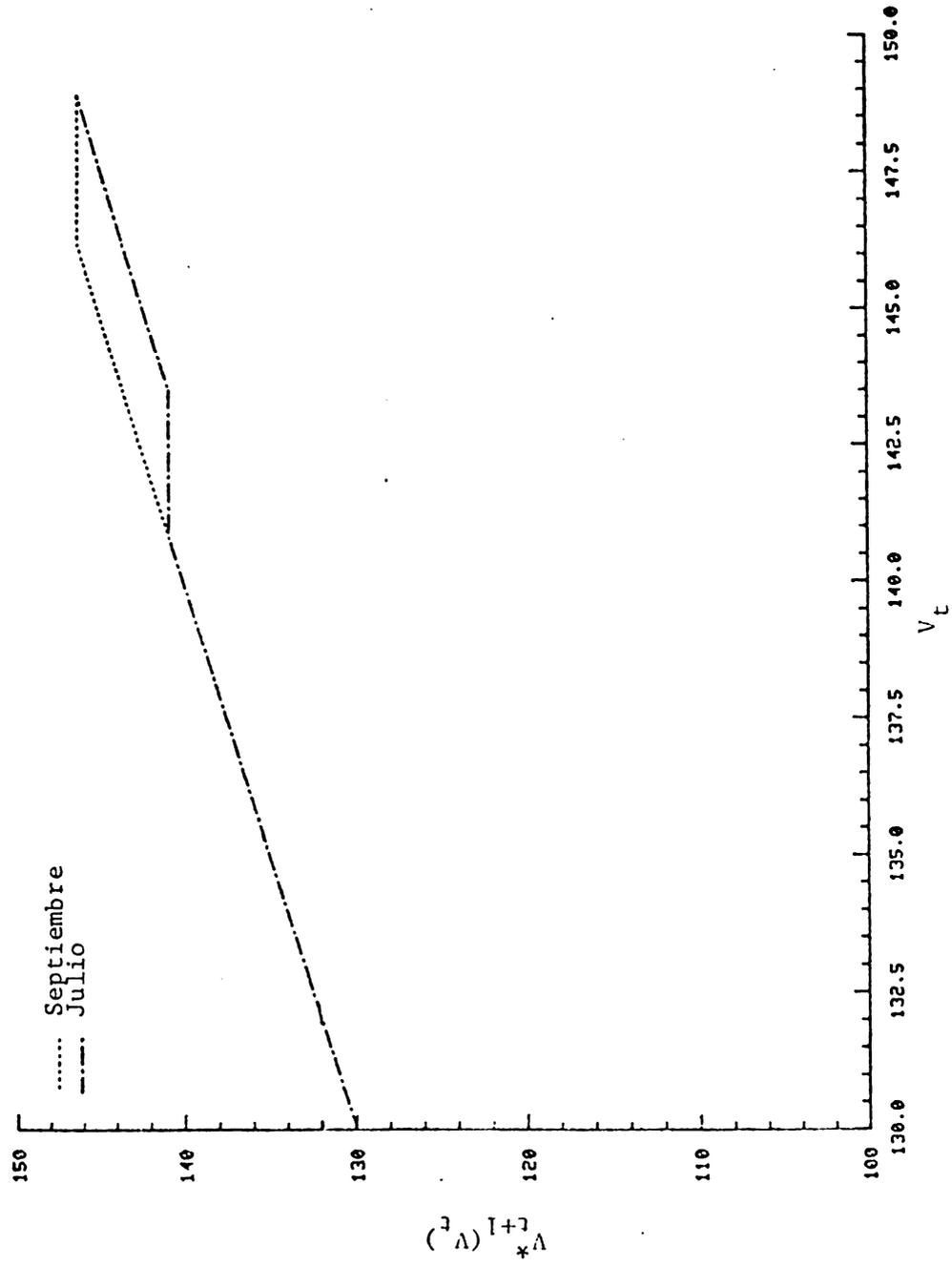


Figura 6.9 Normas de operación para los niveles via max(min) del CSUDP para el embalse de Valdesia (1983)

estado por etapa corresponderán al número de embalses en el sistema denominándose a este problema programación dinámica multidimensional.

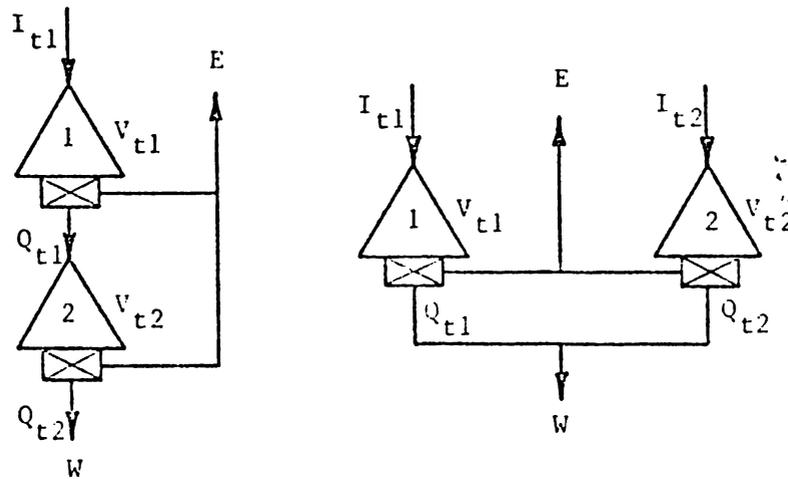


Figura 6.10. Esquema de sistemas de embalses en serie (izquierda) y paralelo (derecha) o las combinaciones.

El almacenamiento V es representado ahora en un vector de estado x_i (se le denota acentuado) el cual posee más de un componente, uno para cada embalse. De igual forma existen varias variables de decisión u_i que son las descargas de cada embalse. Ver Figura 6.11 para la notación general adoptada.

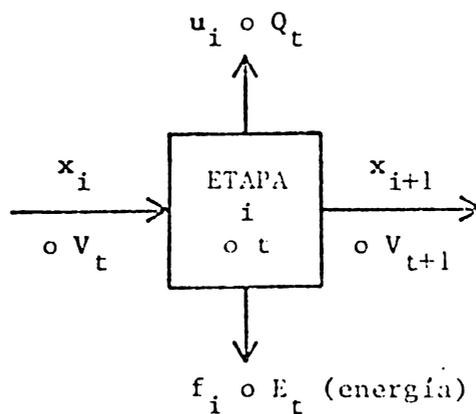


Figura 6.11. Notación general de una etapa de un problema de decisión secuencial multidimensional.

Por ejemplo, para los embalses en serie, la relación es:

$$F_t(V_{t1}, V_{t2}) = \max_{V_{t+1,1}, V_{t+1,2}} [E_1 + E_2 + F_{t+1}(V_{t+1,1}, V_{t+1,2})] \quad (6.15)$$

donde: $Q_{t1} = V_{t1} - V_{t+1,1} + I_{t1} - \text{EVAP}_{t1} \quad (6.16)$

$$Q_{t2} = V_{t2} - V_{t+1,2} + Q_{t1} - \text{EVAP}_{t2}$$

y con las otras restricciones en las variables. En general para la forma invertible:

$$F_i(x_i) = \min_{x_{i+1}} \text{ o } \max_{x_{i+1}} \phi[f_i(x_i, x_{i+1}, u_i), F_{i+1}(x_{i+1})] \quad (6.17)$$

donde: $u_i = g_i^{-1}(x_i, x_{i+1}) \quad (6.18)$

Para la conveniencia tanto u_i como x_i tienen las mismas dimensiones, pero puede darse el caso de ser desiguales con el uso de las variables artificiales.

Para el caso unidimensional se ha analizado la función de retorno F para todos los valores discretos del escalar x . Análogamente se procederá para el caso multidimensional pero con la variante de evaluar F para los valores discretos del vector x .

Asumiendo que existen m componentes del vector de estado x (m estados por etapa) y que cada componente de x tiene un promedio de niveles discretos igual a l , entonces el número total de combinaciones discretas es l^m para cada etapa i .

Si $m=3$ (sistema con tres embalses) $l=50$ (número razonable de discretizaciones) el número total de combinaciones será entonces igual a 125,000.

Por lo tanto, en la solución de la programación dinámica deben ser almacenados en la memoria del computador los 125,000 valores de F y los 125,000 valores óptimos x_{i+1} de cada etapa. La función de retorno óptima debe ser mantenida porque se usará para la etapa siguiente.

Si se consideran cuatro reservorios el total de combinaciones crece a 6,250,000 que excede fácil la capacidad de memoria aún en las computadoras grandes. Estos datos pueden ser almacenados en la memoria secundaria del sistema (discos, cintas, etc.). Como se observa el tiempo de procesamiento se incrementa altamente con mayores valores de m y número de discretizaciones l .

Con el objeto de resolver problemas de programación dinámica multidimensionales (comunes en situaciones de sistemas multiembalses) se deben encontrar formas de reducir la carga computacional, representada por la cantidad de discretizaciones elevada a la potencia del número de variables de estado. Existen sólo dos maneras de hacerlo: reducir la cantidad de discretizaciones l de las variables de estado o, reducir el número de variables de estado m . En cualquiera de los casos siempre hay un precio que pagar: no se aseguran los resultados óptimos globales.

Existen dos métodos básicos para la reducción del número de discretizaciones l : (1) el de las mallas gruesas y (2) programación dinámica incremental.

6.2.1 El método de las mallas gruesas

Para la primera técnica, suponiendo que se tienen dos variables de estado por etapa, la malla de discretización será como la mostrada en la Figura 6.12.

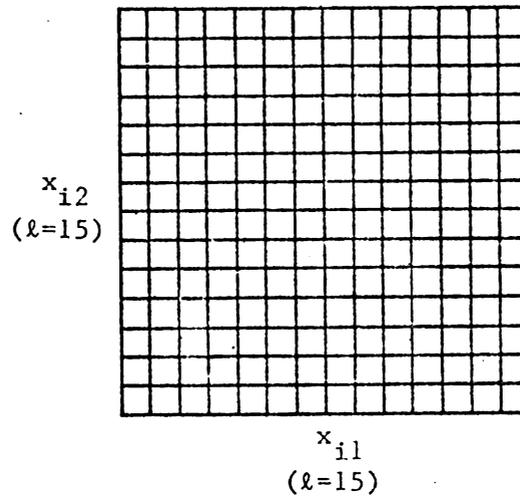


Figura 6.12. Discretización para dos variables de estado.

Si existen muchas combinaciones posibles se reemplazará esta malla por una más gruesa, que aunque siendo no muy precisa, logra una precisión final aceptable.

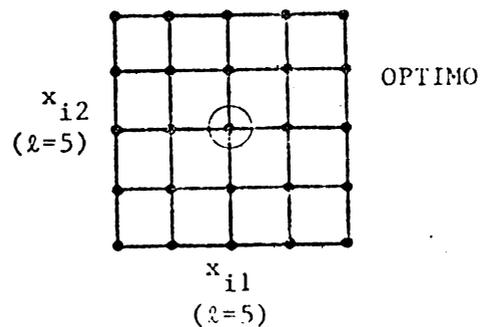


Figura 6.13. Esquema de una malla gruesa de discretización para dos variables de estado.

Con esto se ha reducido el número de combinaciones de 225 a 25. Luego se resuelve el problema de programación dinámica con la malla gruesa. Con el objeto de obtener una mayor precisión alrededor de la solución óptima, se puede crear una malla fina alrededor de ella (para nuestro caso sólo serán 25 combinaciones) pudiendo repetirse esto hasta alcanzar el grado de precisión deseado.

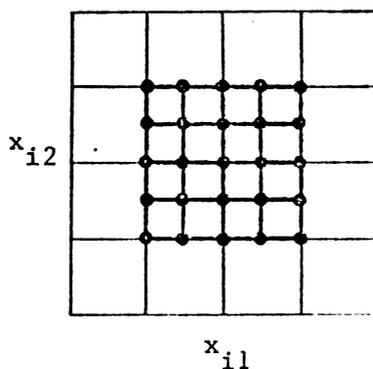


Figura 6.14. Esquema de una malla fina alrededor de la solución óptima.

Para asegurar que verdaderamente se ha obtenido la solución óptima global, se puede repetir este proceso definiendo una nueva malla gruesa inicial, diferente a la primera, de tal forma de comparar las soluciones finales.

6.2.2 El método de programación dinámica incremental

El método de programación dinámica incremental está basado en la intuición de como será la solución óptima, generando inicialmente un grupo de trayectorias tentativas. Se define trayectoria como a los valores promedio de las variables de estado graficados para cada etapa. En la Figura 6.15 se ha trazado una trayectoria como una línea continua pero en la realidad está compuesta por un número finito de puntos.

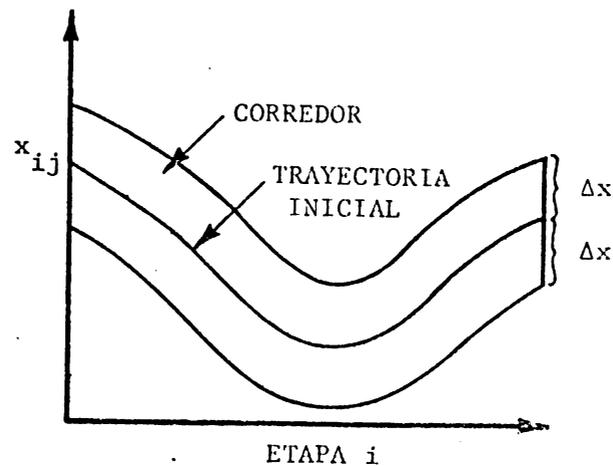


Figura 6.15. Trayectoria tentativa y su corredor de la variable de estado por el método de programación dinámica incremental.

Se define luego un corredor alrededor de la trayectoria inicial, el cual se ubicará a un nivel de intervalo discreto Δx hacia arriba y otro igual hacia abajo. El Δx es función de la precisión de la solución final, siendo aconsejable definir el corredor con un ancho ligeramente mayor. Para cada etapa existen ahora tres valores discretos para cada componente del vector de estado x , tal que el número de combinaciones sera 3^m .

Se solucionará este problema restringiendo a las variables de estado entre los límites del corredor. Si la solución final es como la Figura 6.16 se puede definir un nuevo corredor alrededor de ella con un valor de Δx mas pequeño (Figura 6.17).

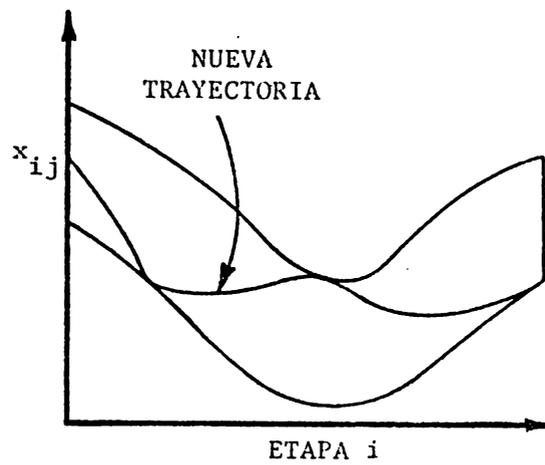


Figura 6.16. Solución de un problema de programación dinámica por medio de un corredor inicial.

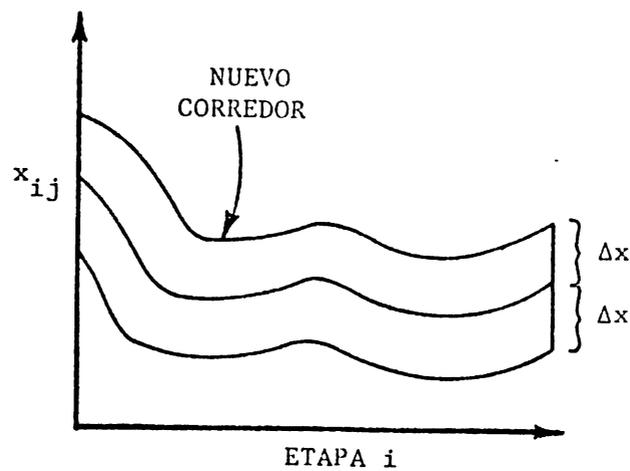


Figura 6.17. Solución de un problema de programación dinámica por medio de un corredor con Δx ajustado.

Este procedimiento es repetido hasta que las trayectorias finales coincidan entre sí.

Como sólo podemos garantizar una solución óptima local con cada iteración, se debe repetir este ejercicio comenzando con una trayectoria inicial diferente. Al final se compararán las soluciones y se escogerá la mejor.

6.2.3 El método de las aproximaciones sucesivas

Veamos ahora como podemos reducir el número de variables de estado m . Una técnica es la de aproximaciones sucesivas. En vez de evaluar la función de retorno F para todas las posibles combinaciones del vector de estado,

$$F_1(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}) \quad (6.19)$$

se variará un solo componente al mismo tiempo. En otras palabras, se comenzará con la trayectoria inicial, como la programación dinámica incremental. Estas son designadas con un superíndice (0).

$$F_1(x_{i1}^{(0)}, x_{i2}^{(0)}, \dots, x_{im}^{(0)}) \quad (6.20)$$

Se tienen que retener todos los componentes excepto el primero. Luego se resuelve este solamente como si fuera un problema unidimensional.

$$F_i(x_{i1}, x_{i2}^{(0)}, \dots, x_{im}^{(0)}) \quad (6.21)$$

Cuando se obtiene su solución óptima que se le designa con un superíndice (1).

$$F_i(x_{i1}^{(1)}, x_{i2}^{(0)}, \dots, x_{im}^{(0)}) \quad (6.22)$$

A continuación se toma el siguiente componente, manteniendo a los otros con sus valores actuales, hasta encontrar la nueva solución.

$$F_i(x_{i1}^{(1)}, x_{i2}^{(1)}, \dots, x_{im}^{(0)}) \quad (6.23)$$

Se sigue con este proceso hasta alcanzar el último componente, para comenzar nuevamente con los valores hallados. Se procede durante k iteraciones hasta que se estabilicen los valores numéricos.

$$x_i^{(k)} \approx x_i^{(k-1)} \quad \text{para todo } i \quad (6.24)$$

Notar que en algunos casos es ventajoso variar más de un componente al mismo tiempo.

6.2.4 Ejemplo ilustrativo de cálculo

Supongamos que conocemos las funciones de retorno al distribuir u_{i1} ($\times 10^3$) acres-pies de agua superficial y u_{i2} ($\times 10^3$) de agua subterránea para dos actividades ($i=1,2$):

u_{11}	u_{12}	Etapa 1				u_{21}	u_{22}	Etapa 2		
		0	1	2	3			0	1	2
0	0	0	1	5	6	0	0	3	5	6
1	1	1	3	6	7	1	2	4	7	8
2	3	3	5	7	8	2	3	5	8	9
3	4	4	6	8	10	3	4	6	9	10

Las restricciones son:

$$\sum_{i=1}^2 u_{i1} = 3: \quad x_{i+1,1} = x_{i1} - u_{i1}; \quad x_{11} = 3$$

($i=1,2$)

$$\sum_{i=1}^2 u_{i2} = 3: \quad x_{i+1,2} = x_{i2} - u_{i2}; \quad x_{12} = 3$$

($i=1,2$)

Si se desea aplicar aproximaciones sucesivas a este problema se tiene inicialmente $x_{12}^{(0)} = 3$; $x_{22}^{(0)} = 2$; $x_{32}^{(0)} = 0$. Se usará PD para hallar (u_{11}, u_{21}) y determinar si el proceso ha convergido. Luego se usará una iteración más de PD incremental a base de la trayectoria inicial encontrada via aproximaciones sucesivas.

(a) Método de aproximaciones sucesivas

Hagamos $x_{12}^{(0)} = 3$
 $x_{22}^{(0)} = 2$
 $x_{32}^{(0)} = 0$
 $u_{12}^{(0)} = x_{12}^{(0)} - x_{22}^{(0)} = 3 - 2 = 1$
 $u_{12}^{(0)} = x_{22}^{(0)} - x_{32}^{(0)} = 2 - 0 = 2$

Con estas se resuelve el ejercicio de PD unidimensional por un óptimo en x_{11} , x_{21} , x_{31} , y u_{11} , u_{21} .

El función de retorno es:

u_{i1}	$f_i(u_{i1})$	
	$i=1$	$i=2$
0	1	5
1	3	7
2	5	8
3	6	9

Etapa 2

$$F_2(x_{21}) = \max [f_2(u_{21})]$$

donde $u_{21} = x_{21} - x_{31}$

La solución óptima es utilizar todos los recursos, por ejemplo, $x_{31} = 0$

$$u_{21}^* = x_{21}$$

Etapa 1

x_{11}	x_{21}	u_{11}	$f_1(u_{11})$	$F_2(x_{21})$	$F_1(x_{11})$
3	0	3	6	5	11
	1	2	5	7	12* (óptimo)
	2	1	3	8	11
	3	0	1	9	10

La solución óptima después de la primera aproximación es:

$$u_{11} = 2$$

$$u_{21} = 1$$

$$x_{11} = 3$$

$$x_{21} = 1$$

$$x_{31} = 0$$

Para comprobar la convergencia de la solución, se fija u_{11} , u_{21} , x_{11} , x_{21} , x_{31} y se resuelve para u_{12} , u_{22} , x_{12} , x_{22} , x_{32} .

La función de retorno es ahora:

u_{i2}	$f_i(u_{i2})$	
	$i=1$	$i=2$
0	3	2
1	5	4
2	7	7
3	8	8

Etapa 2

$$F_2(x_{22}) = \max [f_2(u_{22})]$$

donde $u_{22} = x_{22} - x_{32}$

Nuevamente una óptima distribución es cuando $x_{32} = 0$

$$u_{22}^* = x_{22}$$

Etapa 1

x_{12}	x_{22}	u_{12}	$f_1(u_{12})$	$F_2(x_{22})$	$F_1(x_{12})$
3	0	3	8	2	10
	1	2	7	4	11
	2	1	5	7	12*(óptimo)
	3	0	3	8	11

La solución óptima después de dos aproximaciones sucesivas es:

$$u_{12} = 1$$

$$u_{22} = 2$$

$$x_{12} = 3$$

$$x_{22} = 2$$

$$x_{32} = 0$$

Se ha regresado nuevamente a los valores originales de u_{12} , u_{22} , x_{12} , x_{22} , y x_{32} usados en la primera aproximación. Como el valor objetivo es todavía igual a 12, se ha llegado a la convergencia final. Sin embargo

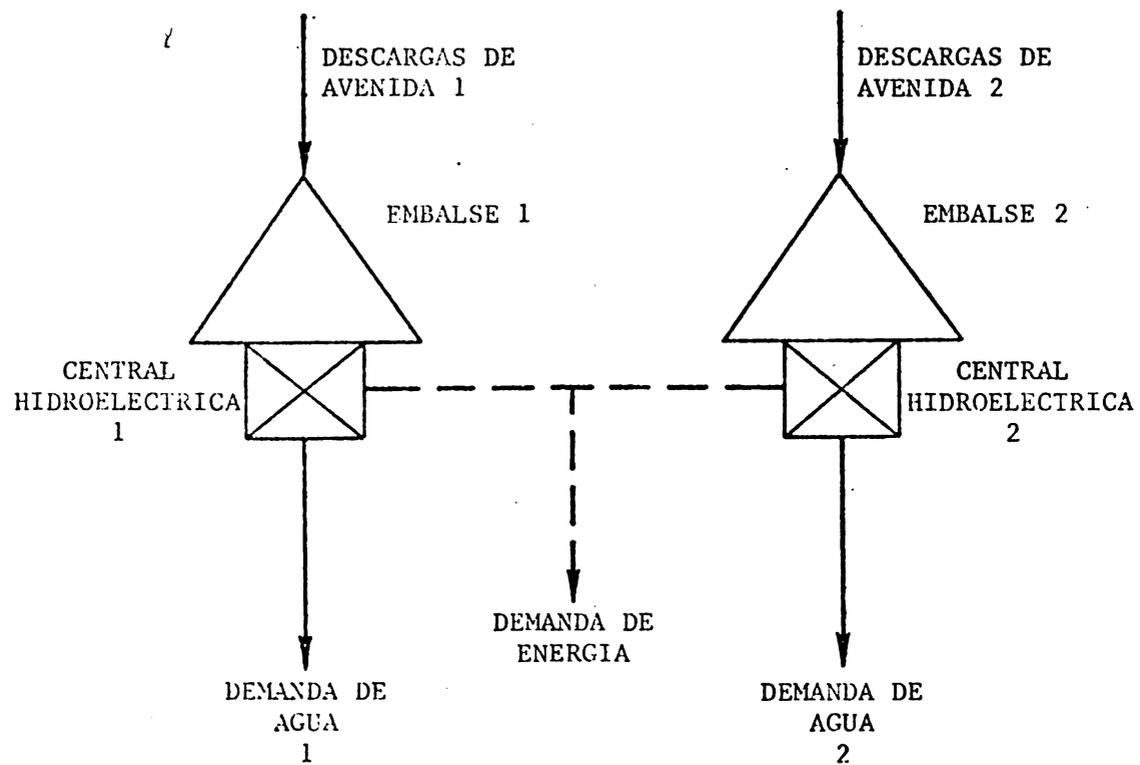


Figura 6.18 Sistema de los embalses Trinity-Shasta

$$x_3 = (0,0)$$

$$u_1 = (2,1)$$

$$u_2 = (1,2)$$

Esta solución es idéntica a la original. Como no se encontraron empates (función única) se puede concluir que se ha obtenido el óptimo local.

6.3 El Aplicación de la Programación Dinámica Incremental a los Problemas de los Embalses Multiple: Uso de la Programa CSUDP

Consideremos una empresa que controla la operación de un sistema consistente en dos embalses (Trinity y Shasta en el Proyecto Federal de la Valle Central en el Estado de California, Estados Unidos de Norteamérica) con sus respectivas centrales hidroeléctricas (Figura 6.18). La compañía desea maximizar los ingresos totales en un periodo de tiempo por la venta de energía eléctrica.

El sistema tiene un horizonte de estudio anual de intervalos mensual. Los embalses tienen una capacidad de almacenamiento de 2,500 y 4,500 kiloacre-pie. Al inicio del mes, estos tienen el mismo volumen que al final del anterior. Se recibe, durante cada mes, una cierta descarga de avenidas. Si estas lo llenan se aliviará agua a través del aliviadero de demasías, considerando este volumen como pérdida del sistema.

El agua turbinada genera energía eléctrica, la cual puede ser vendida como clase I (firme) o clase II (adicional). Sus precios son \$8 y \$3 megavattios-hora, respectivamente. Cualquier cantidad de energía puede ser vendida como clase II pero se requiere de ciertos requisitos para la clase I.

no se garantiza ni siquiera el óptimo local ya que puede haberse encontrado una parte llana de la curva con pendiente cero.

b. Programación dinámica incremental

Basado en la última solución se tiene,

$$x_{11} = 3 \qquad x_{12} = 3$$

$$x_{21} = 1 \qquad x_{22} = 2$$

$$x_{31} = 0 \qquad x_{32} = 0$$

se puede definir un corredor (a través de la trayectoria asumida) con límites hacia arriba y abajo con un incremento del estado Δx .

Etapa 2

$$F_2(x_2) = \max f_2(u_2)$$

Fijar $u_2 = x_2 - x_3$

Para lograr los resultados óptimos deben usarse todos los recursos disponibles, o:

Entonces: $x_3 = 0$

$$u_2^* = x_2$$

Etapa 1

x_1	x_2	u_1	$f_1(u_1)$	$F_2(x_2)$	$F_1(x_1)$
(3,3)	(0,1)	(3,2)	8	3	11
	(0,2)	(3,1)	6	5	11
	(0,3)	(3,0)	4	6	10
	(1,1)	(2,2)	7	4	11
	(1,2)	(2,1)	5	7	12* (óptimo)
	(1,3)	(2,0)	3	8	11
	(2,1)	(1,2)	6	5	11
	(2,2)	(1,1)	3	8	11
	(2,3)	(1,0)	1	9	10

Solución

$$x_1 = (3,3)$$

$$x_2 = (1,2)$$

Durante cada mes se debe descargar un mínimo caudal para satisfacer demandas ecológicas, irrigacionales y de navegación. Sin embargo, no existe una restricción en el límite superior. El agua no vertida puede ser almacenada para los meses subsiguientes.

El problema de decisión consiste en determinar las óptimas descargas para maximizar el ingreso total de la venta de la energía I y II.

Las siguientes simplificaciones (respecto a los datos) han sido realizadas:

- (a) Son conocidas las descargas de avenida con anticipación (Tabla 6.1).
- (b) Para un determinado mes, las entradas y salidas de agua son consideradas constantes.
- (c) Los requerimientos mínimos ecológicos, irrigacionales y de navegación son mostrados en la Tabla 6.1.
- (d) La potencia generada por acre-pie de flujo (descarga) es una función del agua almacenada (ver curvas en las Figuras 6.19 y 6.20).
- (e) Una unidad de energía califica como clase I solo si abastece una proporción del total mensual anual (Tabla 6.2, Columna 5). La variable de decisión es la cantidad total de energía I a ser producida en el año.
- (f) Al principio del año los embalses 1 y 2 tienen 1800 y 2500 Kiloacres-pies de volumen, respectivamente. La misma cantidad deberá tenerse al final del año.

Tabla 6.1

Mes	Descargas de avenida (10 ³ × acres-pie)		Mínima descarga para satisfacer demandas ecológicas irrigación y navegación (10 ³ × acres-pie)		Cantidad de energía firme a generar por mes por unidad de energía firme producida durante todo el año
	Embalse 1	Embalse 2	Embalse 1	Embalse 2	
	Ene	67	309	60	
Feb	274	1307	60	144	0.05
Mar	153	525	60	141	0.06
Abr	318	810	60	137	0.06
May	267	446	60	342	0.06
Jun	115	285	60	553	0.09
Jul	34	195	60	783	0.15
Ago	12	176	60	712	0.17
Set	18	185	60	309	0.13
Oct	14	226	60	249	0.08
Nov	18	246	60	232	0.06
Dic	41	251	60	160	0.04

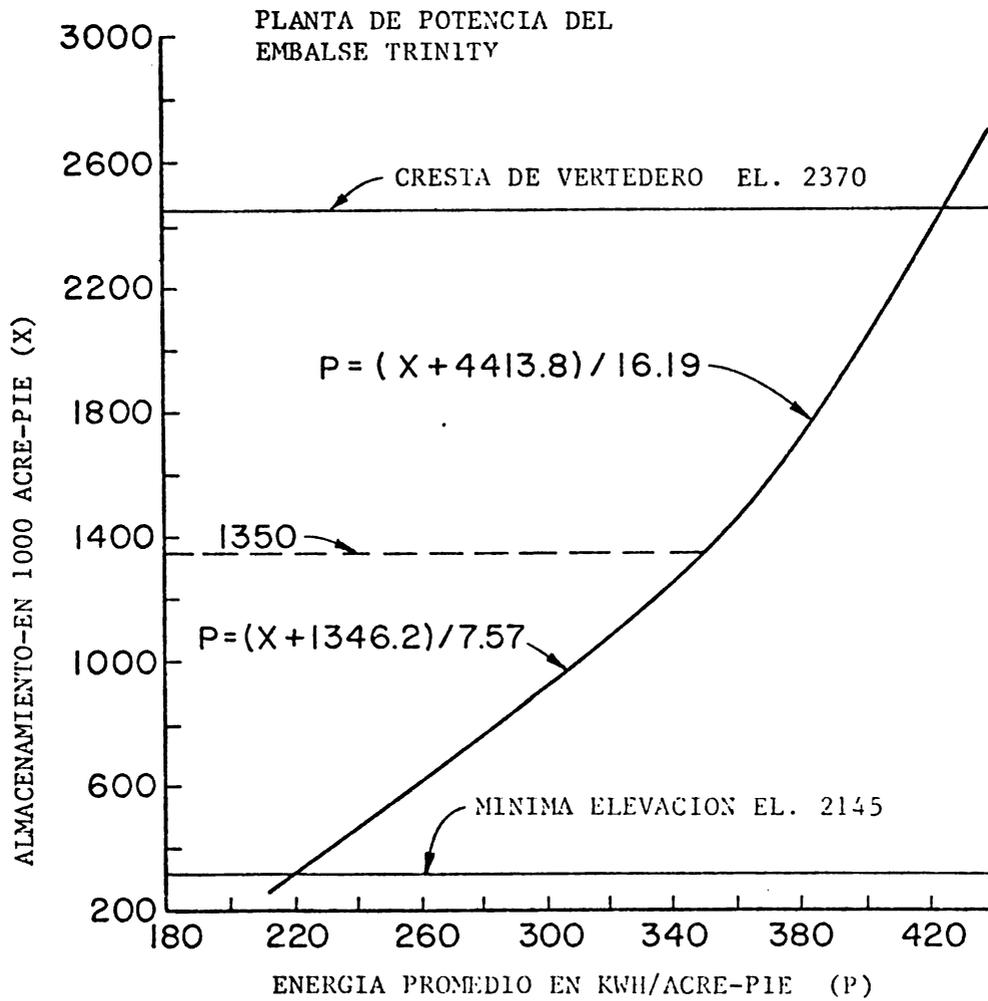


Figura 6.19 La curva de potencia para la planta de Trinity

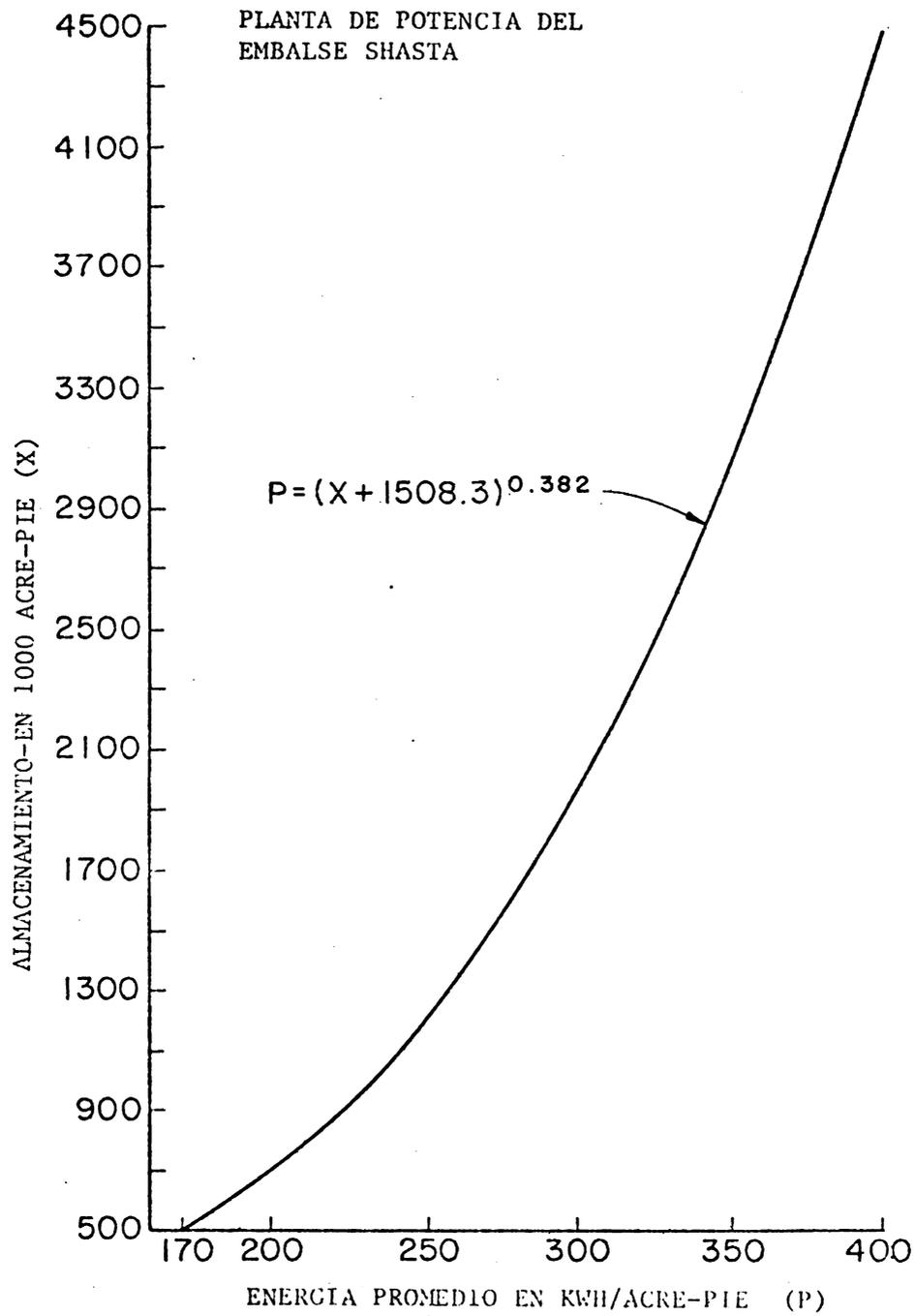


Figura 6.20 La curva de potencia para la planta de Shasta

En las siguientes páginas se adjuntan las subrutinas STATE y OBJECT para este problema, asimismo un listado eco de los datos de entrada, las trayectorias iniciales de la variable de estado y los resultados finales. Notar que la trayectoria inicial no es factible por tener un valor negativo grande. CSUDP automáticamente añade un costo penalizador si las restricciones son violadas. La siguiente iteración da un beneficio total de 12093 que después de 35 iteraciones se incrementa a 12169. El intervalo inicial en la variable de estado fue 100×10^3 acre-pie que finalmente fue reducido a 10×10^3 acre-pie.

6.4 Solución de Problemas Estocásticos de Programación Dinámica por Medio del Modelo CSUDP

6.4.1 Clases de problemas estocásticos y su solución con el CSUDP

Dos clases de problemas estocásticos pueden ser resueltos por medio del CSUDP.

1. Problemas en que la variable aleatoria (por ejemplo, las descargas I_t) son probabilísticamente independientes. Esto significa que no existe una correlación serial entre los valores sucesivos de la variable en mención. La forma de la relación recursiva para este problema en la forma no invertible (por ejemplo) es:

$$F_i(x_i) = \max_{u_i} (\text{o min}) \sum_{k=1}^K P_{ik} [f_i(x_i, u_i, x_{i+1,k}, I_{ik}) + F_{i+1}(x_{i+1,k})] \quad (6.25)$$

donde: $x_{i+1,k} = g_i(x_i, u_i, I_{ik})$
 $k = 1, \dots, K$ (número de valores discretos de la variable estocástica)

I_{ik} = valor de la variable estocástica en el estado i , nivel discreto k

ANALYSIS BIDIMENSIONAL PARA LOS EMBALSES TRINITY Y SHASTA
VIA CSUDP

C ** TWO DIMENSIONAL RESERVOIR ANALYSIS : TRINITY AND SHASTA DAMS

SUBROUTINE STATE

COMMON /MULTDM/ X(5), X1(5), U(5), F, I, J(5), K(5), L(5), PNALTY
DIMENSION XFLO(12,2)

DATA XFLO/ 67., 274., 153., 318., 267., 115., 34., 12.,
1 18., 14., 18., 41., 309., 1307., 525., 810.,
2 446., 285., 195., 176., 185., 226., 246., 251./

DO 20 LL = 1, 2

20 U(LL) = X(LL) - X1(LL) + XFLO(I,LL)

RETURN

END

SUBROUTINE OBJECT

COMMON /MULTDM/ X(5), X1(5), U(5), F, I, J(5), K(5), L(5), PNALTY
DIMENSION BETA(12)

DATA BETA/ 2*.05, 3*.06, .09, .15, .17, .13, .08, .06, .04/
P = 1.E6

XAVG1 = (X(1) + X1(1)) * .5

XAVG2 = (X(2) + X1(2)) * .5

IF (XAVG1 - 1350.0) 40, 30, 30

30 PT1 = ((XAVG1 + 4413.8) / 16.19) * U(1)

GOTO 50

40 PT1 = ((XAVG1 + 1346.2) / 7.57) * U(1)

50 PT2 = ((XAVG2 * 1508.3) ** .382) * U(2)

FIRM = BETA(I) * P

F = (B. * FIRM) + 3. * (PT1 + PT2 - FIRM)

F = F * 1.E-3

IF (PT1 + PT2 - FIRM) 60, 70, 70

60 F = 0.

70 RETURN

END

SUBROUTINE READIN

RETURN

END

TWO DIMENSIONAL RESERVOIR ANALYSIS -- TRINITY AND SHASTA DAMS

-1	1	12	2	2	1		
	100.0		1.0		0.1	10.0	50 2

3

1 1800.0 1800.0

2 0.0 2500.0

13 1800.0 1800.0

3

1 2500.0 2500.0

2 0.0 4500.0

13 2500.0 2500.0

1

1 60.0 400.0

12

1 160.0 1000.0

2 144.0 1000.0

3 141.0 1000.0

4 137.0 1000.0

5 342.0 1000.0

6 553.0 1000.0

7 783.0 1000.0

8 712.0 1000.0

9 309.0 1000.0

10 249.0 1000.0

11 232.0 1000.0

12 160.0 1000.0

1800.0 2500.0

1800.0 2600.0

2000.0 3800.0

2000.0 4000.0

2300.0 4500.0

2500.0 4500.0

2500.0 4200.0

2500.0 3600.0

2300.0 3100.0

2000.0 2900.0

1900.0 2700.0

1900.0 2700.0

1800.0 2500.0

Title : TWO DIMENSIONAL RESERVOIR ANALYSIS -- TRINITY AND SHASTA DAMS

+-----

```
*****
*
*       2 Dimensional Problem       *
*
*       Maximization Problem       *
*
*       Objective is Summation Type *
*
*       Deterministic Optimization *
*
*       Problem Assumed Invertible *
*
*       Last Tie Value Taken       *
*
*       Number of Stages = 12      *
*
*****
```

```
Initial Interval for X = 100.0
Final Interval for X = 1.000
Order of Accuracy for U = .1000
          SPLICE = 10.00
Maximum No. of Iterations = 50
          IPRINT Option = 2
```

Upper and Lower Bounds on X(I+1,JD) and U(I,JD)

I	JD	XMIN(I,JD)	XMAX(I,JD)	UMIN(I,JD)	UMAX(I,JD)
1	1	1800.	1800.	60.00	400.0
1	2	2500.	2500.	160.0	1000.
2	1	.0000	2500.	60.00	400.0
2	2	.0000	4500.	144.0	1000.
3	1	.0000	2500.	60.00	400.0
3	2	.0000	4500.	141.0	1000.
4	1	.0000	2500.	60.00	400.0
4	2	.0000	4500.	137.0	1000.
5	1	.0000	2500.	60.00	400.0
5	2	.0000	4500.	342.0	1000.
6	1	.0000	2500.	60.00	400.0
6	2	.0000	4500.	553.0	1000.
7	1	.0000	2500.	60.00	400.0
7	2	.0000	4500.	783.0	1000.
8	1	.0000	2500.	60.00	400.0
8	2	.0000	4500.	712.0	1000.
9	1	.0000	2500.	60.00	400.0
9	2	.0000	4500.	309.0	1000.
10	1	.0000	2500.	60.00	400.0
10	2	.0000	4500.	249.0	1000.
11	1	.0000	2500.	60.00	400.0
11	2	.0000	4500.	232.0	1000.
12	1	.0000	2500.	60.00	400.0
12	2	.0000	4500.	160.0	1000.
13	1	1800.	1800.		
13	2	2500.	2500.		

Initial Trajectories :

I	X(I,1)	X(I,2)
*		

*		
1	* 1800.000	2500.000
2	* 1800.000	2600.000
3	* 2000.000	3800.000
4	* 2000.000	4000.000
5	* 2300.000	4500.000
6	* 2500.000	4500.000
7	* 2500.000	4200.000
8	* 2500.000	3600.000
9	* 2300.000	3100.000
10	* 2000.000	2900.000
11	* 1900.000	2700.000
12	* 1900.000	2700.000
13	* 1800.000	2500.000

Iteration 1

Current Trajectories :

I	X(I,1)	X(I,2)
*		

*		
1	* 1800.000	2500.000
2	* 1800.000	2600.000
3	* 2000.000	3700.000
4	* 2100.000	4000.000
5	* 2300.000	4500.000
6	* 2500.000	4500.000
7	* 2500.000	4200.000
8	* 2400.000	3600.000
9	* 2300.000	3000.000
10	* 2100.000	2800.000
11	* 2000.000	2700.000
12	* 1900.000	2700.000
13	* 1800.000	2500.000

Decision Variables

I	U(I,1)	U(I,2)
*		

*		
1	* 67.00000	209.0000
2	* 74.00000	207.0000
3	* 60.00000	225.0000
4	* 118.0000	310.0000
5	* 67.00000	446.0000
6	* 115.0000	585.0000
7	* 134.0000	795.0000
8	* 112.0000	776.0000
9	* 218.0000	385.0000
10	* 114.0000	326.0000
11	* 118.0000	246.0000
12	* 141.0000	451.0000

Objective Value = -463982.90

Iteration 2

Current Trajectories :

I	X(I,1)	X(I,2)
*		

*		
1	* 1800.000	2500.000
2	* 1800.000	2600.000
3	* 2000.000	3700.000
4	* 2000.000	4000.000
5	* 2200.000	4500.000
6	* 2400.000	4500.000
7	* 2400.000	4200.000
8	* 2300.000	3600.000
9	* 2200.000	3000.000
10	* 2100.000	2800.000
11	* 2000.000	2700.000
12	* 1900.000	2700.000
13	* 1800.000	2500.000

Decision Variables

I	U(I,1)	U(I,2)
*		

*		
1	* 67.00000	209.0000
2	* 74.00000	207.0000
3	* 153.0000	225.0000
4	* 118.0000	310.0000
5	* 67.00000	446.0000
6	* 115.0000	585.0000
7	* 134.0000	795.0000
8	* 112.0000	776.0000
9	* 118.0000	385.0000
10	* 114.0000	326.0000
11	* 118.0000	246.0000
12	* 141.0000	451.0000

Objective Value = 12093.500

Iteration 3

Current Trajectories :

I	X(I,1)	X(I,2)
*		

*		
1	* 1800.000	2500.000
2	* 1800.000	2600.000
3	* 2000.000	3700.000
4	* 2000.000	4000.000
5	* 2200.000	4500.000
6	* 2400.000	4500.000
7	* 2400.000	4200.000
8	* 2300.000	3600.000
9	* 2200.000	3000.000
10	* 2100.000	2800.000
11	* 2000.000	2700.000
12	* 1900.000	2700.000
13	* 1800.000	2500.000

Decision Variables

I	U(I,1)	U(I,2)
*		

*		
1	* 67.00000	209.0000
2	* 74.00000	207.0000
3	* 153.0000	225.0000
4	* 118.0000	310.0000
5	* 67.00000	446.0000
6	* 115.0000	585.0000
7	* 134.0000	795.0000
8	* 112.0000	776.0000
9	* 118.0000	385.0000
10	* 114.0000	326.0000
11	* 118.0000	246.0000
12	* 141.0000	451.0000

Objective Value = 12093.500
 Trajectory has not changed, DELX is spliced ! DELX = 10.00

Iteration 4

Current Trajectories :

I	X(I,1)	X(I,2)
*		

*		
1	* 1800.000	2500.000
2	* 1800.000	2610.000
3	* 2010.000	3710.000
4	* 2010.000	4010.000
5	* 2210.000	4500.000
6	* 2410.000	4500.000
7	* 2410.000	4210.000
8	* 2310.000	3610.000
9	* 2210.000	3010.000
10	* 2110.000	2810.000
11	* 2010.000	2710.000
12	* 1910.000	2710.000
13	* 1800.000	2500.000

Decision Variables

I	U(I,1)	U(I,2)
*		

*		
1	* 67.00000	199.0000
2	* 64.00000	207.0000
3	* 153.0000	225.0000
4	* 118.0000	320.0000
5	* 67.00000	446.0000
6	* 115.0000	575.0000
7	* 134.0000	795.0000
8	* 112.0000	776.0000
9	* 118.0000	385.0000
10	* 114.0000	326.0000
11	* 118.0000	246.0000
12	* 151.0000	461.0000

Objective Value = 12100.200

Iteration 36

Current Trajectories :

I	X(I,1)	X(I,2)
*		

*		
1 *	1800.000	2500.000
2 *	1800.000	2640.000
3 *	2010.000	3800.000
4 *	2100.000	4180.000
5 *	2350.000	4500.000
6 *	2500.000	4500.000
7 *	2500.000	4230.000
8 *	2470.000	3640.000
9 *	2420.000	3100.000
10 *	2370.000	2970.000
11 *	2320.000	2940.000
12 *	2150.000	2950.000
13 *	1800.000	2500.000

Decision Variables

I	U(I,1)	U(I,2)
*		

*		
1 *	67.00000	169.0000
2 *	64.00000	147.0000
3 *	63.00000	145.0000
4 *	68.00000	490.0000
5 *	117.0000	446.0000
6 *	115.0000	555.0000
7 *	64.00000	785.0000
8 *	62.00000	716.0000
9 *	68.00000	315.0000
10 *	64.00000	256.0000
11 *	188.0000	236.0000
12 *	391.0000	701.0000

Objective Value = 12169.690
 Trajectory has not changed, DELX is spliced ! DELX = 1.000

Iteration 37

Current Trajectories :

I	X(I,1)	X(I,2)
*		

*		
1	* 1800.000	2500.000
2	* 1801.000	2641.000
3	* 2011.000	3801.000
4	* 2101.000	4181.000
5	* 2351.000	4500.000
6	* 2500.000	4500.000
7	* 2500.000	4231.000
8	* 2471.000	3641.000
9	* 2421.000	3101.000
10	* 2371.000	2971.000
11	* 2321.000	2941.000
12	* 2151.000	2951.000
13	* 1800.000	2500.000

Decision Variables

I	U(I,1)	U(I,2)
*		

*		
1	* 66.00000	168.0000
2	* 64.00000	147.0000
3	* 63.00000	145.0000
4	* 68.00000	491.0000
5	* 118.0000	446.0000
6	* 115.0000	554.0000
7	* 63.00000	785.0000
8	* 62.00000	716.0000
9	* 68.00000	315.0000
10	* 64.00000	256.0000
11	* 188.0000	236.0000
12	* 392.0000	702.0000

Objective Value = 12170.330

Iteration 51

Final Trajectories :

I	X(I,1)	X(I,2)
*		

*		
1 *	1800.000	2500.000
2 *	1807.000	2649.000
3 *	2021.000	3812.000
4 *	2114.000	4195.000
5 *	2365.000	4500.000
6 *	2500.000	4500.000
7 *	2500.000	4232.000
8 *	2474.000	3644.000
9 *	2426.000	3108.000
10 *	2384.000	2984.000
11 *	2335.000	2955.000
12 *	2159.000	2965.000
13 *	1800.000	2500.000

Decision Variables

I	U(I,1)	U(I,2)
*		

*		
1 *	60.00000	160.0000
2 *	60.00000	144.0000
3 *	60.00000	142.0000
4 *	67.00000	505.0000
5 *	132.0000	446.0000
6 *	115.0000	553.0000
7 *	60.00000	783.0000
8 *	60.00000	712.0000
9 *	60.00000	309.0000
10 *	63.00000	255.0000
11 *	194.0000	236.0000
12 *	400.0000	716.0000

Objective Value = 12177.020

P_{ik} = probabilidad de ocurrencia de I_{ik}

$$\sum_{k=1}^K P_{ik} = 1$$

2. Problemas donde la variable aleatoria (por ejemplo, la descarga I_t) es probabilísticamente dependiente. Esto significa que existe una correlación serial entre los sucesivos valores de la variable aleatoria. Por ejemplo, las descargas de Junio son estadísticamente dependientes a sus correspondientes de Mayo.

La forma general de la relación de recursión para este problema es:

$$F_i(x_i, I_{i-1}) = \max_{x_{i+1}} \left(\text{o max} \right) \sum_{k=1}^K P[I_{ik} | I_{i-1}] [f_i(x_i, u_{ik}, x_{i+1}, I_{ik}) + F_{i+1}(x_{i+1}, I_{ik})] \quad (6.26)$$

donde: $u_{ik} = g_i^{-1}(x_i, x_{i+1}, I_{ik})$

$P[I_{ik} | I_{i-1}]$ = probabilidad de ocurrencia de I_{ik} condicionado con el valor previo discreto I_{i-1} , o probabilidades de transición,

$$\sum_{k=1}^K P[I_{ik} | I_{i-1}] = 1$$

Bajo ciertas circunstancias, según Ross (1983) es posible encontrar normas óptimas estacionarias pero no son garantizadas hasta que se incluya un factor de descuento. El método de aproximaciones sucesivas puede ser usado (Dreyfus y Law, 1977) cuando el problema de PD estocástica es resuelto sobre $l \cdot N$ periodos usando cada vez las mismas matrices de probabilidad transición para l iteraciones, hasta que las reglas de operación converjan. También no se garantizan soluciones óptimas con el objetivo max-min en el caso estocástico (Nemhauser, 1966)

6.4.2 Ejemplo para el problema de probabilidades independientes

Un embalse es operado en 2 periodos de tiempo. Las descargas de avenidas y sus probabilidades son descritas a continuación:

etapa o período t	descargas de avenida		probabilidad	
	I_{tk}		P_{tk}	
	k=1	k=2	k=1	k=2
1	1	2	0.2	0.8
2	3	4	0.3	0.7

El almacenamiento y descargas del embalse pueden variar entre:

$$3 \leq V_t \leq 5 \quad \Delta V=1$$

$$0 \leq Q_t \leq 4 \quad \Delta Q=1$$

Si el almacenamiento o descarga violan estas restricciones se las penaliza con 100 unidades. El almacenamiento objetivo ideal es 4 porque el embalse es usado para hidroelectricidad, pero con fines de abastecimiento municipal es 2. El costo de la desviación de estos objetivos es:

$$\min E \left(\sum_{t=1}^2 (V_{t+1} - 4)^2 + (Q_t - 2)^2 \right)$$

(a) Forma no invertible:

Etapa 2:

$$F_2(V_2) = \min_{Q_2} \sum_{k=1}^2 P_{2k} [(V_{3k} - 4)^2 + (Q_2 - 2)^2] \\ + 100 \text{ (if } V_{3k} < 3 \text{ or } > 5 \text{)}$$

sujeto a:

$$V_{3k} = V_2 - Q_2 + I_{2k}$$

V_2	Q_2	I_{2k}	V_{3k}	P_{2k}	$(V_{3k}-4)^2$	Costo			
					$+(Q_2-2)^2$	Esperado	$F_2(V_2)$		
3	1	3	5	0.3	2	4.1			
		4	6	0.7	5				
	2	3	4	0.3	0	0.7*		0.7	
		4	5	0.7	1				
	3	3	3	0.3	2	1.3			
		4	4	0.7	1				
4	1	3	6	0.3	5	8.5			
		4	7	0.7	10				
	2	3	5	0.3	1	3.1			
		4	6	0.7	4				
	3	3	4	0.3	1	1.7*			1.7
		4	5	0.7	2				
5	1	3	7	0.3	10	14.9			
		4	8	0.7	17				
	2	3	6	0.3	4	7.5			
		4	7	0.7	9				
	3	3	5	0.3	2	4.1*			4.1
		4	6	0.7	5				

Etapas 1:

$$F_1(V_1) = \min_{Q_1} \sum_{k=1}^2 P_{1k} [(V_{2k} - 4)^2 + (Q_1 - 2)^2 + 100 \text{ (if } V_{2k} < 3 \text{ or } > 5) + F_2(V_{2k})]$$

sujeto a:

$$V_{2k} = V_1 - Q_1 + I_{1k}$$

V_1	Q_1	I_{1k}	V_{2k}	P_{2k}	$(V_{2k}-4)^2$		Costo		
					$+(Q_1-2)^2$	$F_2(V_{2k})$	esperado	$F_1(V_1)$	
3	0	1	4	0.2	4	1.7	8.42	2.7*	
		2	5	0.8	5	4.1			
	1	1	3	0.2	2	0.7	2.7*		
		2	4	0.8	1	1.7			
	2	1	2<3	0.2	4	100	22.16		
		2	3	0.8	1	0.7			
>2	NO FACTIBLE								
4	0	1	5	0.2	5	4.1	88.22	1.7	
		2	6>5	0.8	8	100			
	1	1	4	0.2	1	1.7	5.42		
		2	5	0.8	2	4.1			
	2	1	3	0.2	1	0.7	1.7*		
		2	4	0.8	0	1.7			
	3	1	2<3	0.2	5	100	23.16		
		2	3	0.8	2	0.7			
	>3	NO FACTIBLE							
	5	<1	NO FACTIBLE						
1		1	5	0.2	2	4.1	85.22		
		2	6	0.8	5	100			
2		1	4	0.2	0	1.7	4.42		
		2	5	0.8	1	4.1			
3		1	3	0.2	2	0.7	2.7*		
		2	4	0.8	1	1.7			
4		1	2	0.2	8	100	high		
	2	3	0.8	5	0.7				

Resultados para la forma no invertible se tiene:

V_t	$F_1(V_1)$	$Q_1^*(V_1)$	$Q_2^*(V_2)$
3	2.7	1	2
4	1.7	2	3
5	2.7	3	3

Las normas resultantes dan óptimas descargas a base de niveles discretos de almacenamiento V_t . Si se desea aceptar un 20% de riesgo de V_2 , violando el límite inferior del almacenamiento cuando $V_1=3$, el costo esperado se reduce de 22.16 a 0.7.

Nuestra tabla será ahora (con un 20% de riesgo):

V_t	$F_1(V_1)$	$Q_1^*(V_1)$	$Q_2^*(V_2)$
3	0.7	2	2
4	1.7	2	3
5	2.7	3	3

b. Forma invertible

Etapas 2:

$$F_2(V_2) = \min_{V_3} \sum_{k=1}^2 P_{ik} [(V_3 - 4)^2 + (Q_{2k} - 2)^2 + 100 \text{ (if } Q_{2k} < 0 \text{ or } > 4)]$$

$$\text{sujeto a: } Q_{2k} = V_2 - V_3 + I_{2k}$$

V_2	V_3	I_{2k}	Q_{2k}	P_{2k}	$(V_3 - 4)^2$ $+(Q_{2k} - 2)^2$	Costo	
						esperado	$F_2(V_2)$
3	3	3	3	0.3	2	4.1	0.7
		4	4	0.7	5		
	4	3	2	0.3	0	0.7*	
		4	3	0.7	1	1.3	
		5	3	1	0.3	2	
4	2	0.7	1				
4	3	3	4	0.3	5	78.5	1.7
		4	5 > 4	0.7	10 + 100		
	4	3	3	0.3	1	3.1	
		4	4	0.7	4	1.7*	
		5	3	2	0.3	1	
4	3	0.7	2				
5	3	NO FACTIBLE					
	4	3	4	0.3	4	76.3	4.1
		4	5 > 4	0.7	9 + 100		
	5	3	3	0.3	2	4.1*	
4		4	0.7	5			

Etapas 1:

$$F_1(V_1) = \min_{V_2} \sum_{k=1}^2 P_{ik} [(V_2 - 4)^2 + (Q_{1k} - 2)^2 + 100 \text{ (if } Q_{2k} < 0 \text{ or } > 4) + F_2(V_2)]$$

$$\text{sujeto a: } Q_{1k} = V_1 - V_2 + I_{1k}$$

V_1	V_2	I_{1k}	Q_{1k}	P_{1k}	$(V_2-4)^2$	$F_2(V_2)$	Costo	
					$+(Q_{1k}-2)^2$		esperado	$F_1(V_1)$
3	3	1	1	0.2	2	0.7	1.9*	1.9
		2	2	0.8	1	0.7		
	4	1	2	0.2	4	1.7	3.3	
		2	1	0.8	1	1.7		
	5	1	-1<0	0.2	10+100	4.1	26.0	
		2	0	0.8	5	4.1		
4	3	1	2	0.2	1	0.7	2.5	
		2	3	0.8	2	0.7		
	4	1	1	0.2	1	1.7	1.9*	1.9
		2	2	0.8	0	1.7		
	5	1	0	0.2	5	4.1	3.98	
		2	1	0.8	2	4.1		
5	3	1	3	0.2	2	0.7	5.10	
		2	4	0.8	5	0.7		
	4	1	2	0.2	0	1.7	2.5*	2.5
		2	3	0.8	1	1.7		
	5	1	1	0.2	2	4.1	5.3	
		2	2	0.8	1	4.1		

Resultados de la forma invertible:

V_t	$F_1(V_1)$	$V_2^*(V_1)$	$V_3^*(V_2)$
3	1.9	3	4
4	1.9	4	5
5	2.5	4	5

Estas normas dan el almacenamiento óptimo al final del periodo. Esto es, el operador descarga la cantidad apropiada para alcanzar el nivel requerido.

Con estas reglas se puede siempre retroceder en el circuito abierto, la cual no es factible en la forma no invertible.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Si } V_1 &= 3 \\ \text{Entonces } V_2^* &= 3 \\ \text{Si } V_2^* &= 3 \\ \text{Entonces } V_3^* &= 4 \end{aligned}$$

6.5 Estudio de Caso del Sistema de Valdesia, Republica Dominicana

Conociéndose que las descargas de avenida son procesos estocásticos, éstas pueden ser consideradas en las reglas de operación de embalses al ser ingresadas su distribución de probabilidad, en lugar de definir las como procesos meramente determinísticos. La programación dinámica estocástica (escogida para este estudio) puede encontrar las normas óptimas que satisfacen el valor esperado de los objetivos operacionales en el largo plazo. Las matrices de probabilidades de transición describirán la probabilidad de ocurrencia de un cierto caudal condicionado a la descargas del periodo anterior como mostrada en las Tablas 6.2 y 6.3 (ver Labadie, et al (1986) para el metodo de generación estocástico). Las reglas de operación resultantes estarán definidas para niveles discretos de descargas y sujetas a los valores de caudales del período inmediato anterior. La ecuación de recursión para la programación dinámica estocástica puede ser escrita como sigue:

$$F_t(V_t, I_{t-1}) = \max_{V_{t+1}(\delta Q_t)} \sum_{k=1}^K P(I_{tk} | I_{t-1}) [E_t(V_t, Q_t, V_{t+1}) + F_{t+1}(V_{t+1}, I_{tk})] \quad (6.27)$$

Tabla 6.2 Los límites de clase para las matrices de probabilidades de transición

porcentaje	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
mínimo	2.656	1.547	1.821	2.058	1.000	1.491	2.651	4.471	5.867	6.256	6.224	3.304
5	6.935	5.293	5.149	5.347	5.366	5.567	7.188	9.330	8.695	9.316	10.593	6.598
10	8.420	6.793	6.174	6.504	6.895	7.174	8.527	11.663	10.170	10.584	11.960	8.308
20	10.654	8.860	8.005	8.251	9.966	10.139	10.839	14.840	12.308	12.476	13.877	11.245
30	12.370	10.771	9.512	9.686	13.533	12.898	13.034	18.018	14.603	13.880	15.537	13.809
40	13.890	12.600	11.034	11.035	16.773	16.113	15.505	20.707	16.851	15.333	17.015	16.002
50	15.300	14.516	12.925	12.284	20.087	19.859	18.246	24.803	19.401	16.743	18.908	18.742
60	17.510	16.617	14.606	13.846	24.552	24.962	20.569	28.122	22.768	18.661	20.906	22.079
70	19.441	19.089	16.387	15.650	29.811	31.513	24.613	33.263	27.162	21.423	23.011	26.356
80	22.240	21.967	19.218	18.196	33.052	39.128	29.083	40.871	32.440	24.700	26.161	32.026
90	27.220	27.168	24.387	22.292	50.282	53.552	36.335	52.939	44.292	30.468	32.444	42.556
95	31.829	31.841	28.491	26.061	63.229	67.877	43.221	70.433	58.197	36.716	36.521	50.928
próximo	52.530	52.551	48.354	41.821	136.869	210.144	108.817	273.411	153.707	69.865	67.980	136.722
máximo	59.104	53.239	51.971	50.333	197.840	225.957	109.465	430.546	163.226	77.526	69.895	142.059

Unidades: m^3/s

Tabla 6.3 La matriz de probabilidad de transición para Junio a Julio
(probabilidad/frecuencia)

nivel	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12
marco	5.7850	7.9154	9.6742	11.845	14.233	16.714	19.446	22.400	26.659	32.556	39.492	55.894
01	4.0005 29	0.5273 12	0.2152 8	0.1455 4	0.0727 2	0.0354 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0
02	6.3710	0.2000 11	0.2354 13	0.3636 20	0.1273 7	0.0727 4	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0
03	8.8024	0.1000 11	0.1091 12	0.2818 31	0.2455 27	0.1636 18	0.0636 7	0.0182 2	0.0000 0	0.0182 2	0.0000 0	0.0000 0
04	11.431	-0.0182 2	0.0509 10	0.2455 27	0.2000 22	0.1509 21	0.1455 16	0.0727 8	0.0182 2	0.0182 2	0.0000 0	0.0000 0
05	14.444	0.0091 1	0.0455 5	0.1273 14	0.2000 22	0.1545 17	0.1354 15	0.1918 20	0.0818 9	0.0545 6	0.0091 1	0.0000 0
06	17.959	0.0091 1	0.0091 1	0.0636 7	0.1545 17	0.1354 15	0.2273 25	0.1818 20	0.1091 12	0.0727 8	0.0273 3	0.0091 1
07	22.453	0.0000 0	0.0091 1	0.0182 2	0.0545 6	0.1636 18	0.1273 14	0.2182 24	0.1509 21	0.0909 10	0.1273 14	0.0000 0
08	28.019	0.0000 0	0.0000 0	0.0091 1	0.0354 4	0.1000 11	0.1727 19	0.1364 15	0.2000 22	0.1727 19	0.1182 13	0.0455 5
09	34.578	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0091 1	0.0273 3	0.1000 11	0.0909 10	0.2000 22	0.2364 26	0.2091 23	0.0909 10
10	45.614	0.0000 0	0.0000 0	0.0091 1	0.0000 0	0.0091 1	0.0091 1	0.0318 9	0.1182 13	0.2182 24	0.3273 36	0.1182 13
11	59.784	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0182 1	0.0364 2	0.1091 6	0.1918 10	0.2545 14	0.1918 10
12	97.299	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0000 0	0.0182 1	0.0000 0	0.0545 3	0.0545 3	0.1091 6	0.2909 16

donde,

$E_t(\cdot)$ - energía generada durante el periodo t , como una función de las descargas y carga promedio en el período de estudio.

t - $1, \dots, T$ es el índice del mes en estudio, el cual posee una probabilidad de transición que se repite cada 12 meses.

k - $1, \dots, K$ es el índice de los valores discretos estocásticos de los caudales.

Q_t - descargas en el embalse durante el mes t .

V_t - almacenamiento inicial en el embalse para el mes t

I_{t-1} - intervalo de clase de las descargas para el mes $t-1$.

I_{tk} - descargas de avenida aleatorias para el mes t y para el nivel discreto k .

$P\{I_{tk} | I_{t-1}\}$ - probabilidad de ocurrencia I_{tk} condicionada en la previa I_{t-1} .

Existen dos formas en que el balance de masa puede ser considerado:

forma no invertible : $V_{t+1,k} = V_t - Q_t - \text{EVAP}_t(V_t, V_{t+1,k}) + I_{tk}$

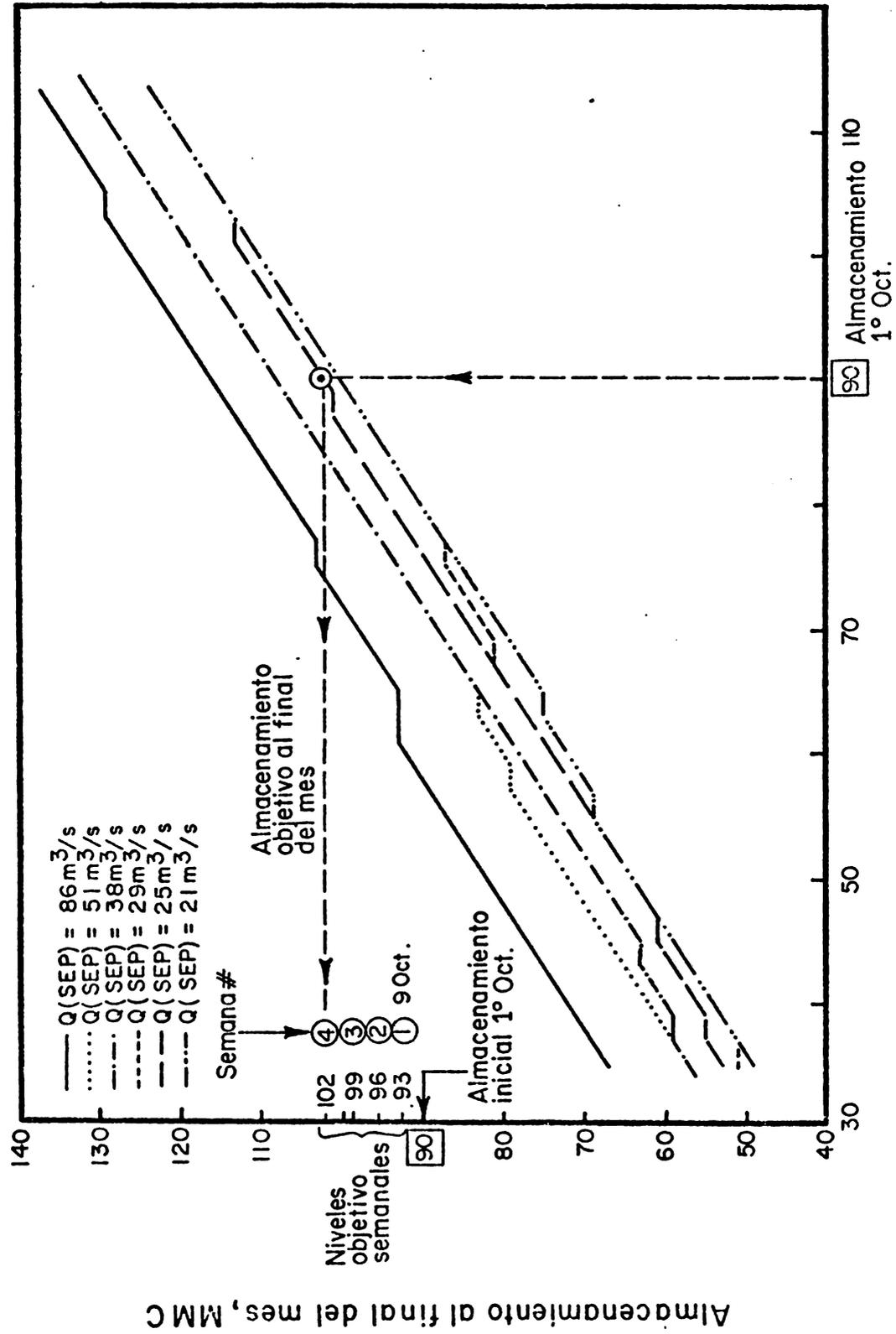
forma invertible : $Q_{tk} = V_t - V_{t+1} - \text{EVAP}(V_t, V_{t+1}) + I_{tk}$

Notar que en la forma no invertible, el almacenamiento al final del período es una variable aleatoria y las descargas Q_t son directamente optimizadas, obteniéndose $Q_t^*(V_t, I_{t-1})$. En la forma invertible, la optimización se realiza directamente en el almacenamiento, considerando las descargas como una variable aleatoria. Esto da curvas guías óptimas en el almacenamiento $V_{t+1}^*(V_t, I_{t-1})$, las cuales son generalmente consideradas, por los operadores de embalses, como más flexibles que las primeras.

Un aspecto importante es el cálculo de la energía $E_t(V_t, Q_t, V_{t+1})$. Se realizó una preoptimización de la potencia a generar en las dos turbinas existentes, para determinar su caudal y carga de agua respectivos. Estos resultados son de gran ayuda para los operadores de los embalses, pues dadas las condiciones de altura de agua y las descargas, activarán una o las dos máquinas hidráulicas en el nivel especificado óptimo. Estos resultados han sido incorporados en las subrutinas del CSUDP.

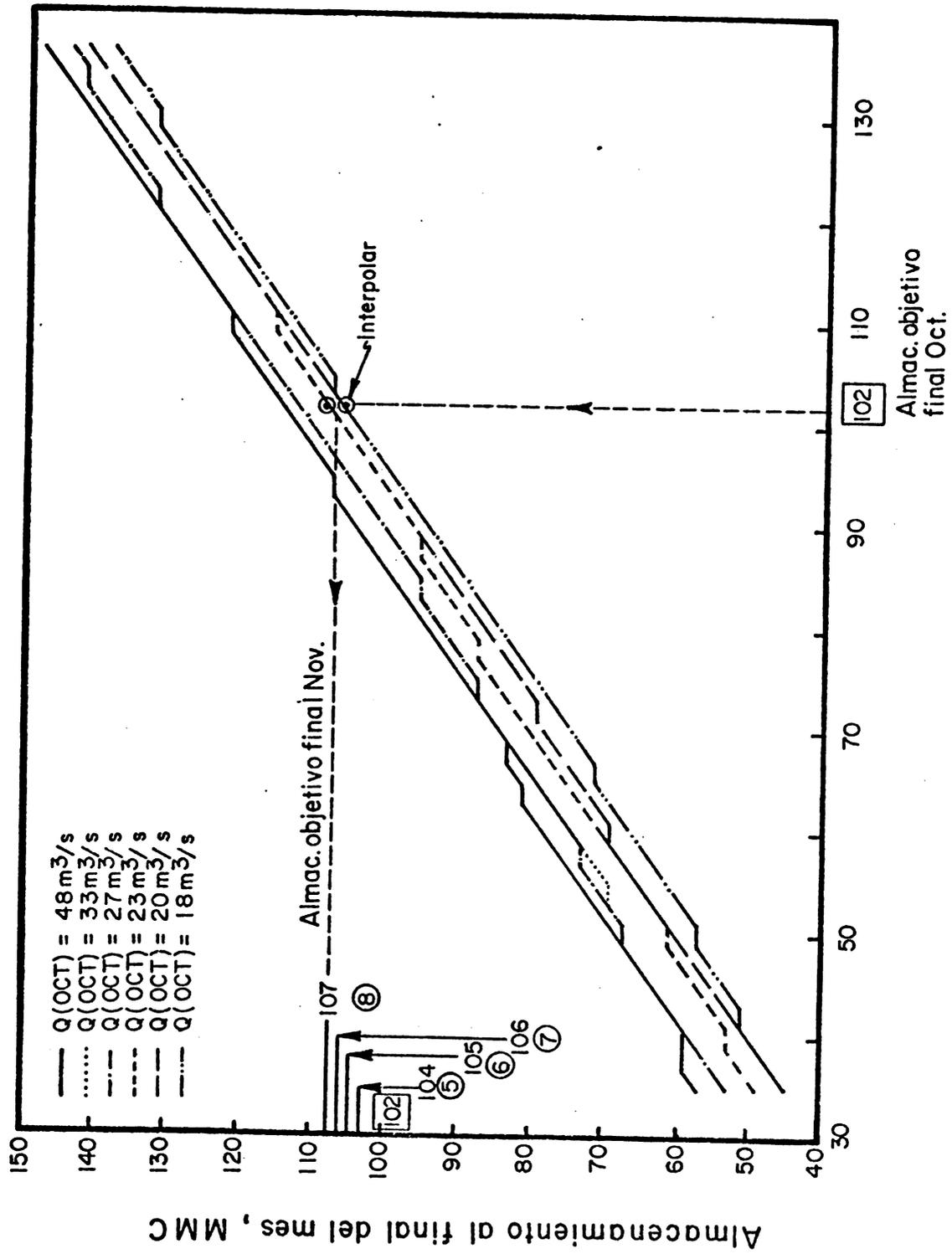
Para la ejecución del programa CSUDP se deberán completar las subrutinas OBJECT, STATE y READIN (ver en el Apéndice de este Capítulo). La primera contiene la función objetivo, que para este caso específico es maximizar la producción de energía, mientras que la segunda calcula las descargas mensuales del embalse por medio de la forma invertible. En esta ocasión la tercera subrutina no es utilizada. Deberá también completarse un archivo de datos (ver también en el Apéndice de este Capítulo) el cual responde a las especificaciones mostradas en el Capítulo 5.

Un ejemplo de las reglas estacionarias de operación resultantes finales son mostradas en las Figuras 6.21 y 6.22, después de 4 iteraciones.



Almacenamiento inicial, MMC

Figura 6.21 Las reglas estacionarias de operación de Octubre, dado un flujo de entrada en Septiembre



Almacenamiento inicial, MMC

Figura 6.22 Las reglas estacionarias de operación de Noviembre, dado un flujo de entrada en Octubre

6.5.1 Operación normal óptima semanal

Para obtener las normas semanales para MODSIM, se usan las curvas mensuales de operación, el caudal promedio mensual del mes anterior y el volumen inicial en el embalse. Por ejemplo, para el mes de Octubre de 1984 se tenía un volumen inicial de 90 MMC en Valdesia y un caudal de 24.5 m³/s en el mes de Setiembre. En la Figura 6.21 se ubica la curva a base del caudal t-1 respectivo. Conociéndose el volumen inicial, se estima el volumen óptimo de almacenamiento al final del mes en mención, que en este caso corresponde a 102 MMC. Como se conoce el volumen al inicio y al final del mes y, asumiendo 4 semanas por mes, se puede estimar graficamente (o analíticamente), via interpolación, los respectivos almacenamientos objetivo a final de cada semana (93, 96, 99 y 102 MMC, respectivamente).

De igual forma se procede con el mes de Noviembre. La diferencia está en que ahora se tiene que hacer un pronóstico del caudal de Octubre, por ejemplo, 25 m³/s (ver Figura 6.22).

6.5.2 Los resultados

Para comprobar la ventaja real del uso de las reglas operativas óptimas obtenidas, se ejecutó MODSIM con datos del período comprendido entre el 12 de Agosto de 1980 hasta el 31 de Diciembre de 1984, a nivel semanal. Una comparación de los niveles histórico y óptimo es mostrada en las Figuras 6.23 y 6.24. Como resultado se obtuvo un 23.5% más de potencia (las Figuras 6.25 y 6.26) y 7.9% de energía (las Figuras 6.27 y 6.28) comparado con lo histórico medido y, además, satisfaciendo completamente las demandas de riego.

Los 7 GWH promedio anuales ganados representan un ahorro de 3.71 millones de pesos dominicanos/año, que fueron destinados para las

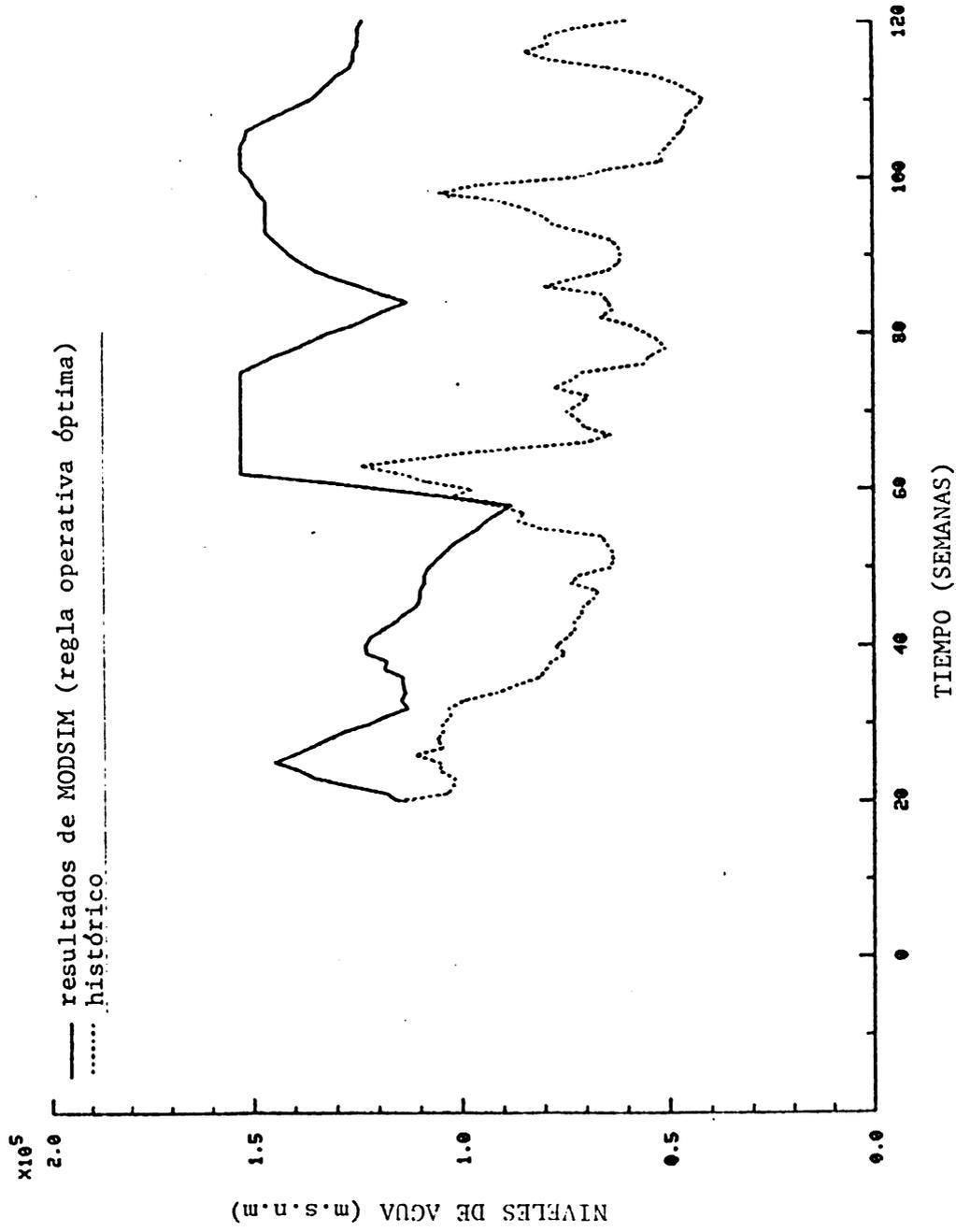


Figura 6.23 Los niveles histórico y óptimo al embalse de Valdesia

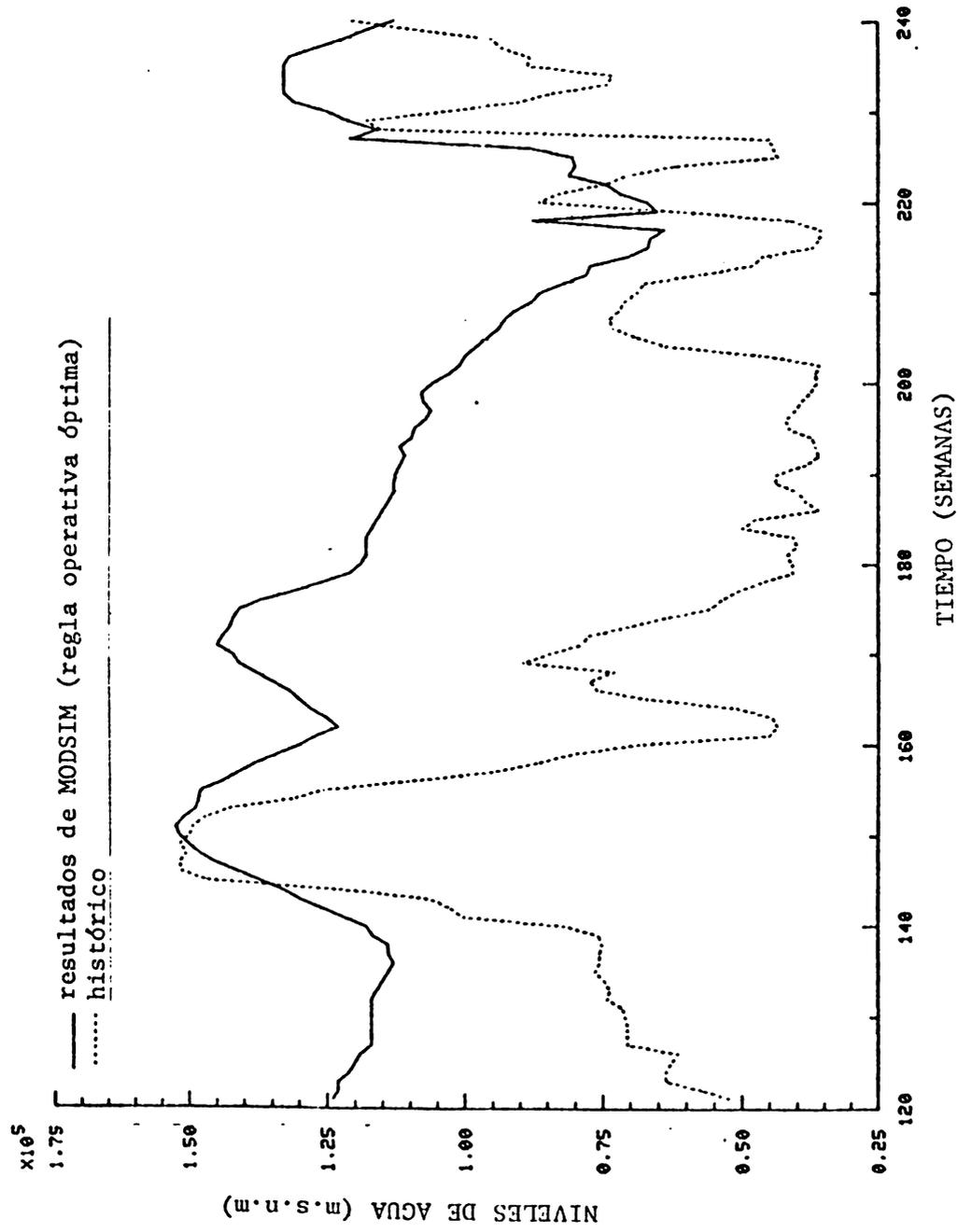


Figura 6.24 Los niveles histórico y óptimo al embalse de Valdesia (1982-4)

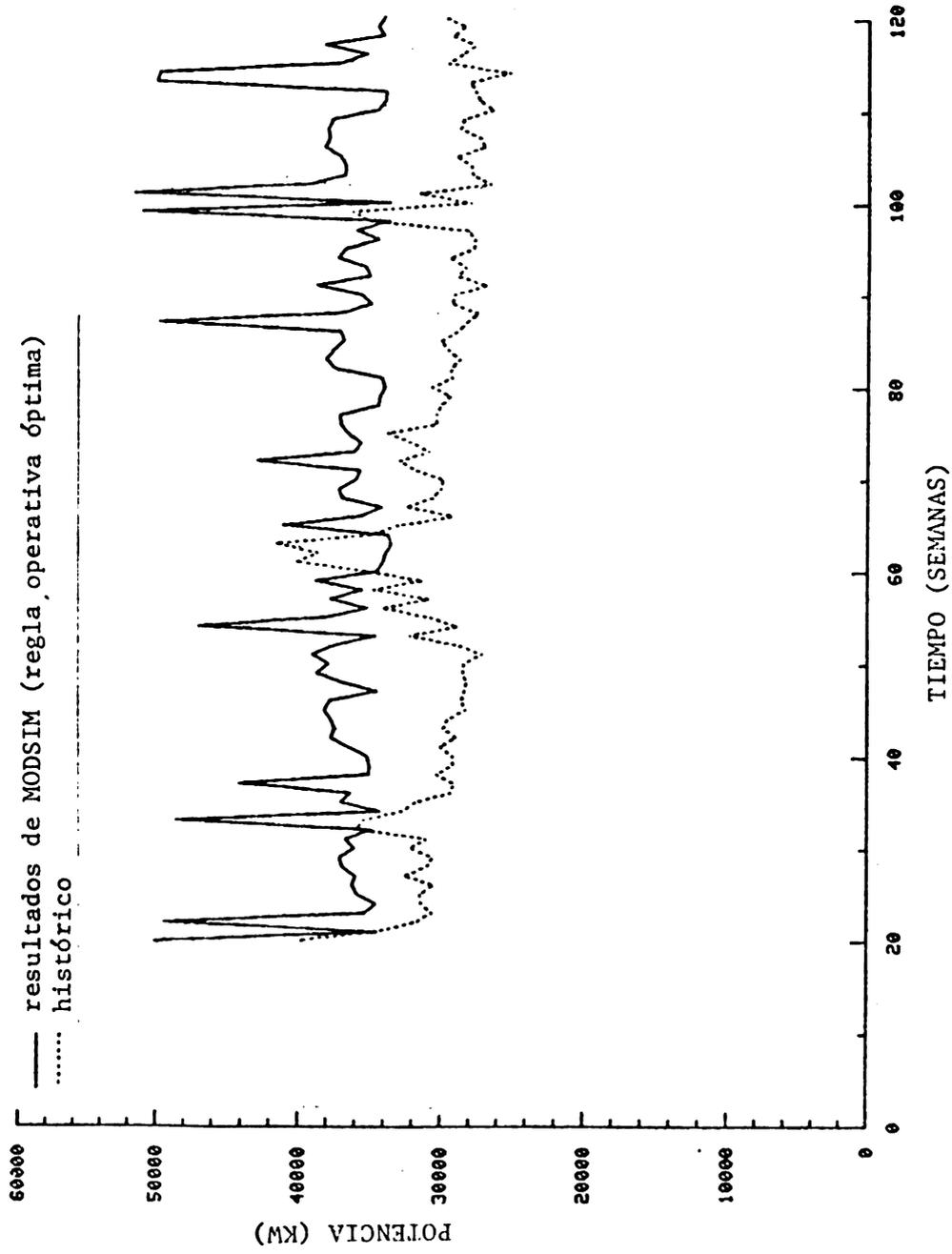


Figura 6.25 Potencia histórica y óptima para la central hidroeléctrica de Valdesia (1980-2)

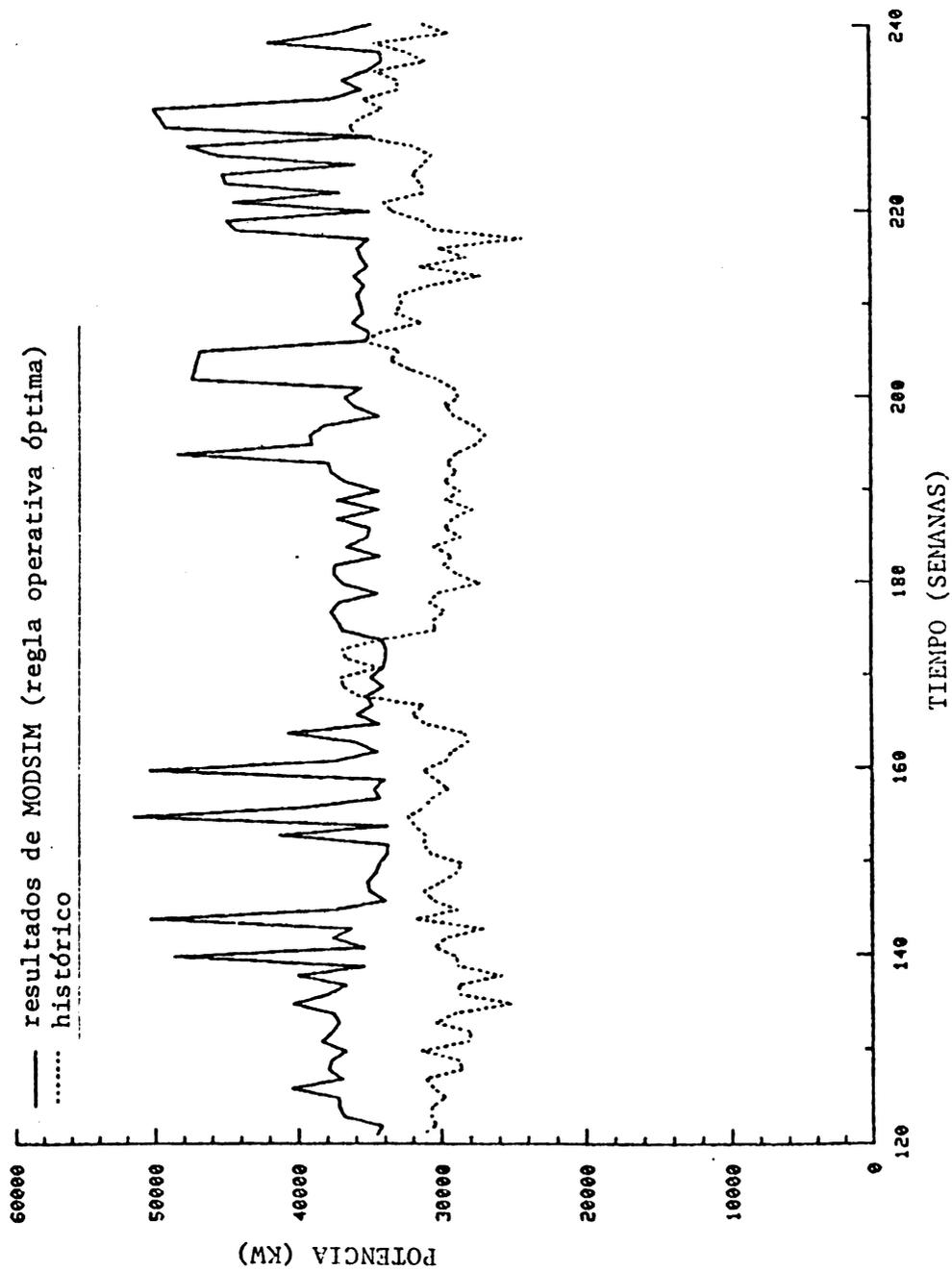


Figura 6.26 Potencia histórica y óptima para la central hidroeléctrica de Valdesia (1982-4)

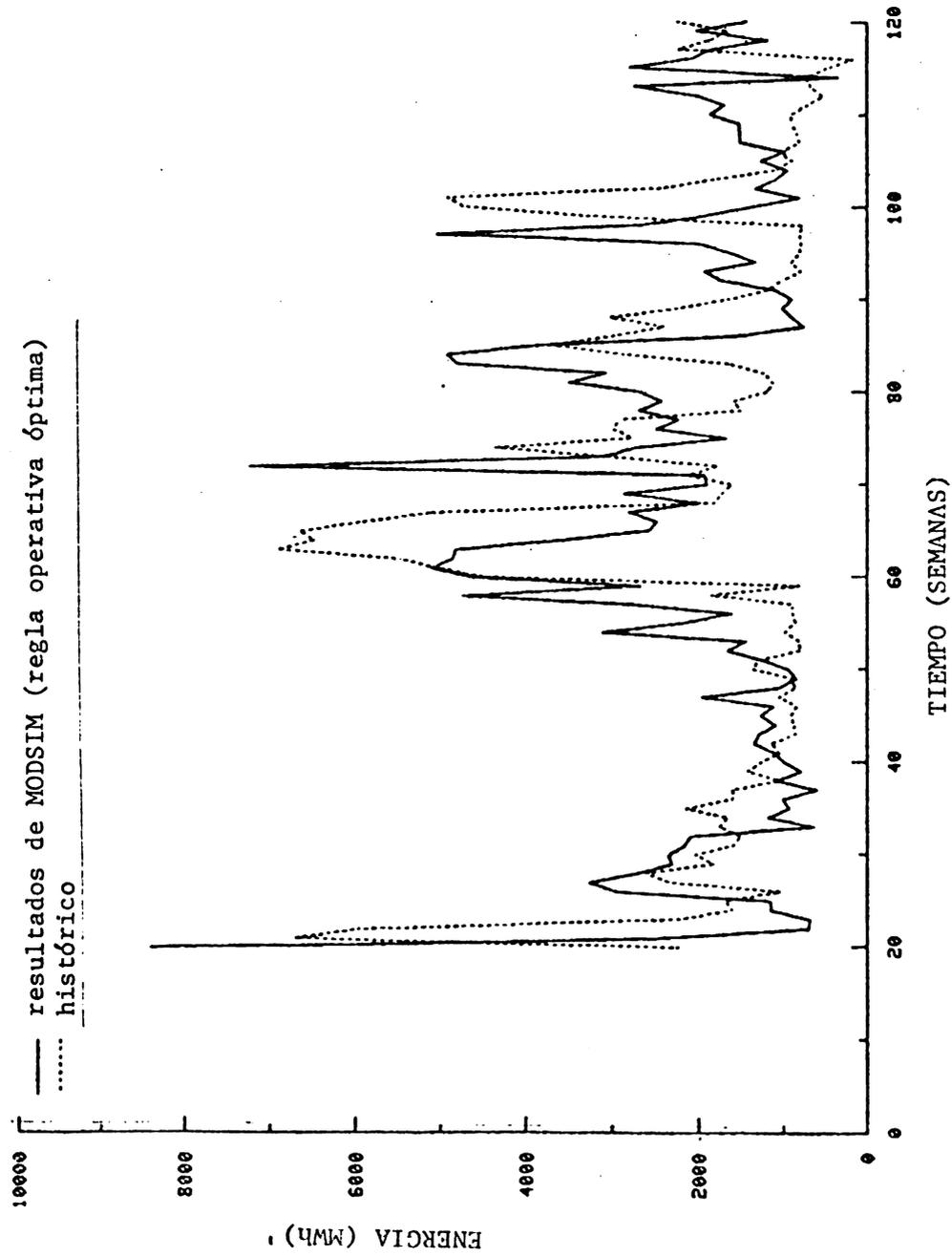


Figura 6.27 Energía histórica y óptima generada en la central hidroeléctrica de Valdesia (1980-82)

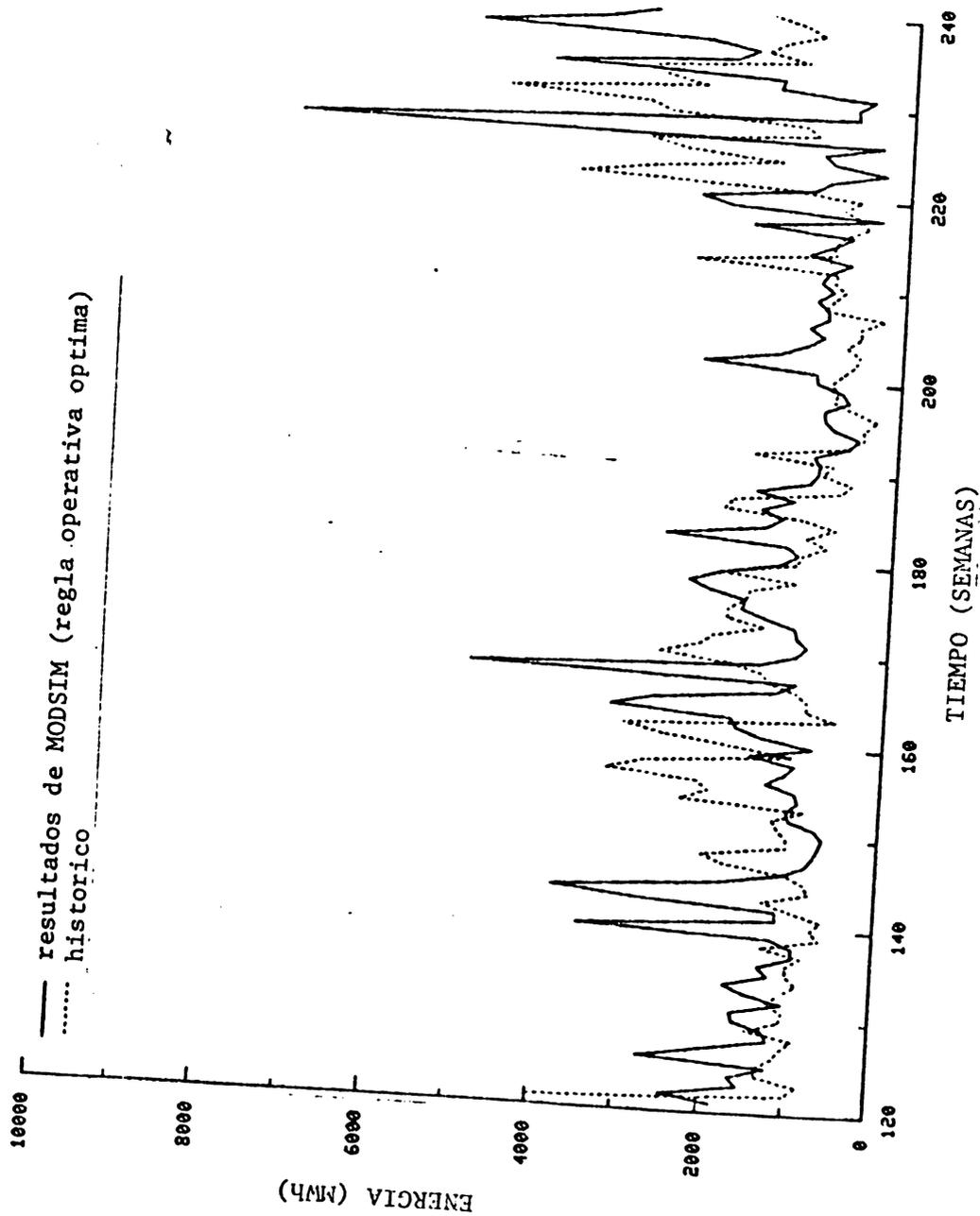


Figura 6.28 Energía histórica y óptima generada en la central hidroeléctrica de Valdesia (1982-84)



REFERENCIAS

- Bazaraa, M. S. and J. J. Jarvis, Linear Programming and Network Flows, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1977.
- Bellman, R. E., Dynamic Programming, Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey, 1957.
- Bertsekas, D., "A Unified Framework for Primal-Dual Methods in Minimum Cost Network Flow Problems," Mathematical Programming, Vol. 32, pp. 125-145, 1985.
- Chiu, C-L, editor, Applications of Kalman Filter to Hydrology, Hydraulics and Water Resources, Stochastic Hydraulics Program, Department of Civil Engineering, University of Pittsburgh, 1978.
- Cooper, L. and M. W. Cooper, Introduction to Dynamic Programming, Pergamon Press, Inc., Elmsford, New York, 1981.
- Dreyfus, S. E. and A. M. Law, The Art and Theory of Dynamic Programming, Academic Press, Inc., New York, 1977.
- Faux, J. C., J. W. Labadie, and R. C. Lazaro, "Improving Performance of Irrigation/Hydro Projects", Journal of Water Resources Planning and Management, Amer. Soc. of Civil Engrs., Vol. 112, No. 2, pp. 205-224, April 1981.
- Fontane, D., "Estudio sobre Operación Normal," Contrato IICA/INDRHI/CSU, Documento #2, Santo Domingo, Republica Dominicana, Noviembre 1984.
- Fontane, D. G., J. W. Labadie, and B. Loftis, "Optimal Control of Reservoir Discharge Quality Through Selective Withdrawal," Water Resources Research, Vol. 17, No. 6, pp. 1594-1604, December 1981.
- Ford, L. R. and D. R. Fulkerson, Flows in Networks, Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey, 1962.
- Glover, F. and D. Klingman, "The Simplex SON Algorithm for LP/Embedded Network Problems," Mathematical Programming Study, Vol. 15, pp. 148-176, 1981.
- Haines, Y. Y. and W. A. Hall, "Multiobjectives in Water Resources Systems Analysis: the Surrogate Worth Trade-off Method," Water Resources Research, Vol. 10, No. 4, pp. 615-624, 1974.
- Hall, W. A. and J. A. Dracup, Water Resources Systems Engineering, McGraw Hill Book Company, New Yor, 1970.
- Hall, W. A., R. C. Harboe, W. W-G Yeh, and A. J. Askew, "Optimum Firm Power Output from a Two Reservoir System by Incremental Dynamic Programming," Water Resources Center Contribution No. 30, University of California, Los Angeles, October 1969.

- Jensen, M. E., D.C.N. Robb, and E. Franzoy, "Scheduling Irrigation Using Climate-Crop-Soil Data," Journal of the Irrigation and Drainage Division, Amer. Soc. of Civil Engrs., Vol. 96, No. IR1, pp. 25-38, 1970.
- Kincaid, D. C. and D. F. Heermann, "Scheduling Irrigations Using a Programmable Calculator," U.S. Dept. of Agric. - Agric. Res. Service, Report #NC-12, Washington, D.C., February 1974.
- Labadie, J. editor, "Application of Dynamic Programming to Water Resources Management," Short Course Notes, Dept. of Civil Engrg., Colo. State Univ., Ft. Collins, Colo., 1980.
- Labadie, J. W., "Real-Time Control of Water Resource Systems," in Computer Applications in Water Resources, H. C. Torno, editor, Amer. Soc. of Civil Engrs., New York, pp. 489-498, 1985.
- Labadie, J. W., and C. H. Sullivan, "Computerized Decision Support Systems for Water Managers," Journal of Water Resources Planning and Management, Amer. Soc. of Civil Engrs., Vol. 112, No. 3, July 1986.
- Labadie, J. W., V. Floris, N-F Chou, D. G. Fontane and W. W. Shaner, "Operational and Safety Studies of the Valdesia Reservoir: Vol. II Normal Operation," Final Report for Contract IICA/INDRHI/CSU, Loan #1655-DO, World Bank, Washington, D.C., June 1986.
- Labadie, J. W., D. G. Fontane, and B. Loftis, "Optimum Control of Reservoir Discharge Quality Through Selective Withdrawal," Proceedings of the Symposium on Surface-Water Impoundments, H. G. Stefen, editor, Amer. Soc. of Civil Engrs., New York, pp. 729-738, 1981.
- Loftis, B., J. W. Labadie, and D. G. Fontane, "Optimal Operation of a System of Lakes for Quality and Quantity," in Computer Applications in Water Resources, H. C. Torno, editor, Amer. Soc. of Civil Engrs., New York, pp. 693-702, 1985.
- Martin, K., D. J. Sweeney and M. E. Doherty, "The Reduced Cost Branch and Bound Method," Graduate School of Business, Univ. of Chicago, Illinois, March 1981.
- Morel-Seytoux, H. and J. Restrepo, "Documentation of Subroutine RAIN," Dept. of Civil Engrg., Colo. State Univ., Ft. Collins, June 1985.
- Morin, T. L., "Computational Advances in Dynamic Programming," in Dynamic Programming and its Applications, M. L. Puterman, editor, Academic Press, Inc., New York, 1978.
- Nemhauser, G. L., Introduction to Dynamic Programming, John Wiley and Sons, Ltd., New York, 1966.
- Roa, M., "Análisis y Aplicación del Modelo CSUDP al Sistema del Embalse Valdesia. Fase Inicial," para Estudios sobre la Operación y Seguridad del Sistema de Embalse de Valdesia, Contrato IICA/INDRHI/CSU, Documento #4, Santo Domingo, Republica Dominicana, Enero 1985.

- Ross, S., Introduction to Stochastic Dynamic Programming, Academic Press, Inc., New York, 1983.
- Salkin, H. M., Integer Programming, Addison Wesley Publishing Co., Inc., Reading, Mass., 1975.
- Taha, H., Integer Programming: Theory, Applications and Computations, Academic Press, Inc., New York, 1975.
- Trava, J. "Allocating Available Irrigating Water on the Farm," Ph.D. Dissertation, Dept. of Agric. and Chem. Engrg., Colo. State Univ., Ft. Collins, Colo., 1975.
- Trava, J., D. F. Heermann, and J. W. Labadie, "Optimal On-Farm Allocation of Irrigation Water," Transactions of the Amer. Soc. of Agric. Engrs., Vol. 20, No. 1, pp. 85-88, 1977.
- Walker, W., Class Notes for AE 535 Surface Irrigation Systems, Dept. of Agric. and Chem. Engrg., Colo. State Univ., Ft. Collins, Colo., 1979.
- Zionts, S., Linear and Integer Programming, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey; 1974.

APENDICE 6.A

LISTADO DE LAS SUBROUTINAS Y LOS DATOS PARA EL PROBLEMA
DE PROGRAMACION DINAMICA ESTOCASTICA

Las Subrutinas para la ejecucion del programa CSUDP

```

C #####
C
C STATIONARY OPERATION POLICY ANALYSIS: STOCHASTIC DYNAMIC PROG
C
C VALDESIA RESERVOIR: MAX ENERGY ST MEET IRRIGATION DEMAND
C RANDOM INFLOW (CONDITIONAL PROBABILITY)
C #####
C
C *****
C
C SUBROUTINE STATE
C
C *****
C
C THIS SUBROUTINE CALCULATES THE MONTHLY WATER POWER RELEASES
C INVERTIBLE FORM
C A SMALL PENALTY IS ADDED TO THE CASE THAT
C RESERVOIR RELEASE IS GREATER THAN TURBINE DISCHARGE CAPACITY
C
C X : STORAGE VOLUME AT THE INITIAL OF THE MONTH IN MCM
C X1 : STORAGE VOLUME AT THE END OF THE MONTH IN MCM
C U : RESERVOIR RELEASE, AVAILABLE FOR POWER IN CMS
C R : RANDOM INFLOW IN CMS
C QIRR : TYPICAL MONTHLY IRRIGATION DEMAND OF ZONE A1 (CMS)
C EMP : AVERAGED NET EVAPORATION (EVAPOR-PRECIP) IN MM
C TCF : MONTHLY CONVERSION FACTOR, 1 MCM = TCF CMS
C WS : ENERGY PENALTY WEIGHTING FACTOR, FOR
C NOT MEETING THE IRRIGATION DEMAND, IN GWH
C WU : NEGATIVE RELEASE PENALTY WEIGHTING FACTOR
C SPILL : EXCESS WATER AFTER MEETING IRRIGATION DEMAND
C
C *****
C
C COMMON /ONEDM/ X, X1, U, F, I, J, K, L, R, PNALTY
C
C DIMENSION QIRR(12), EMP(12), TCF(12)
C
C DATA QIRR/ 8.11, 9.13, 11.50, 10.44, 7.71, 7.87,
2 9.88, 7.48, 8.67, 7.88, 10.99, 9.13/
C DATA EMP/ 89.44, 88.20, 103.13, 57.89, -269.78, -170.89,
2 26.13, -32.88, -0.57, -47.13, 22.88, 79.75/
C DATA TCF/ .373357, .409702, .373357, .385802, .373357, .385802,
2 .373357, .373357, .385802, .373357, .385802, .373357/
C DATA WS/ 100./, WUX/ 1./, WUN/ 1000./
C
C CALL VTABL ( X , EL, A , 2)
C CALL VTABL ( X1, EL, A1, 2)
C
C IM = MOD(I,12)

```

```

      IF (IM.EQ.0) IM = 12
      U = (X - X1 - EMP(IM)*(A+A1)*.5E-6) * TCF(IM) + R
C
C ** PENALTY WILL BE COUNTED IN GWH
C
      F = 0.
C
C ** IF U > 300 , LET U = 300 TO AVOID A LARGE PENALTY
C
      IF (U.GT.300.) THEN
          F = F - WUX * ( U - 300. )
          U = 300.
      ENDIF
C
C ** IF U < 0 , LET U = 0 TO AVOID DOUBLE PENALTY ON NEGATIVE RELEASE
C
      IF (U.LT.0.) THEN
          F = F + WUN * U
          U = 0.
      ENDIF
C
C ** FOR U THAT LIES BETWEEN 0 AND QIRR(IM) WILL BE PENALIZED HERE ...
C ** IF SPILL < 0 MEANS INSUFFICIENT WATER SUPPLY FOR IRRIGATION
C ** USE A LARGE PENALTY WEIGHTING FACTOR WS TO PENALIZE IT
C
      SPILL = U - QIRR(IM)
      IF (SPILL.LT.0.) F = F + WS * SPILL
C
      RETURN
      END

C *****
C
      SUBROUTINE VTABL ( VO, EL, AR, IC)
C
C *****
C
      VOLUME-HEAD-AREA TABLE OF VALDESIA
      FOR INTERPOLATION OF HEAD OR AREA FROM KNOWN VOLUME
C
      V : VOLUME. MCM
      E : ELEVATION. M (A.S.L.)
      A : SURFACE AREA. (1000*M^2)
      IC : CHOICE OF INTERPOLATION. 1 FOR HEAD, 2 FOR AREA
C
      INPUT: VO, IC
      OUTPUT: EL OR AR
C
C *****
C
      DIMENSION V(12), E(12), A(12)
C

```

```

DATA V/ 0., .600, 1.173, 6.182, 16.214, 32.163,
2      53.736, 80.145, 113.465, 153.088, 196.481, 243.421/
DATA E/ 105., 110., 115., 120., 125., 130.,
2      135., 140., 145., 150., 155., 160./
DATA A/ 324., 871., 1572., 2310., 3406., 4537.,
2      5664., 6677., 7492., 8357., 9000., 9776./

```

C

```

DO 20 I = 2,12
IF (VO.LT.V(I)) GOTO 30
20 CONTINUE
30 NV = I
IF (IC.EQ.1) CALL TWOPLN (VO, V(NV), V(NV-1), E(NV), E(NV-1), EL)
IF (IC.EQ.2) CALL TWOPLN (VO, V(NV), V(NV-1), A(NV), A(NV-1), AR)

```

C

```

RETURN
END

```

C *****

C

```

SUBROUTINE TWOPLN (X, X1, X2, Y1, Y2, Y)

```

C

C

C *****

C

```

LINEAR INTERPOLATION BETWEEN 2 POINTS

```

C

C

```

FOR VALUE X BETWEEN (X1,X2), LINEARLY INTERPOLATE THE
CORRESPONDING VALUE Y OF (X,Y) BETWEEN (X1,Y1) AND (X2,Y2)

```

C

C

```

- - - - - * - - - - - * - - - - - * - - - - - +
          (X2,Y2)          (X,Y)          (X1,Y1)

```

C

C

```

INPUT:  X, X1, X2, Y1, Y2
OUTPUT: Y

```

C

C

C *****

C

C

```

IF (X1.EQ.X2) THEN
IF (Y1.NE.Y2) STOP 'CAN''T INTERPOLATE LINE Y=C FOR 2 X''S !'
Y = Y1
RETURN
END IF

```

C

C

```

Y = Y2+(Y2-Y1)*(X-X2)/(X2-X1)

```

C

```

RETURN
END

```

C *****

C

```

SUBROUTINE SRFLN2 (PW, HDI, QPI)

```

041786

C ** THIS NEW POWER TABLE IS TAKEN FROM COMBINING THE TWO POWER TABLES
 C ** OF TWO IDENTICAL TURBINES

C

```

DATA NH, NQ/ 11, 15/
DATA QT/ 20.0, 25.0, 30.0, 35.0, 40.0, 45.0, 50.0,
*      55.0, 60.0, 65.0, 70.0, 75.0, 80.0, 85.0, 90.0/
DATA HT/ 130.75, 132.00, 134.00, 136.00, 138.00,
*      140.00, 142.00, 144.00, 146.00, 148.00, 150.00/
DATA ((POWR(IH,IQ),IH=1,11),IQ= 1, 5)/ 8.00, 8.12, 8.30, 8.57,
*      8.77, 8.93, 9.10, 9.30, 9.70, 10.10, 10.50, 10.70, 10.89,
*      11.20, 11.60, 11.98, 12.33, 12.67, 13.00, 13.40, 13.87, 14.40,
*      13.20, 13.55, 14.10, 14.63, 15.18, 15.73, 16.27, 16.80, 17.20,
*      17.67, 18.20, 15.60, 16.06, 16.80, 17.47, 18.15, 18.85, 19.53,
*      20.20, 20.67, 21.20, 21.80, 17.50, 18.04, 18.90, 19.83, 20.65,
*      21.35, 22.10, 22.90, 23.50, 24.17, 24.90/
DATA ((POWR(IH,IQ),IH=1,11),IQ= 6,10)/ 19.00, 19.58, 20.50, 21.50,
*      22.37, 23.12, 23.97, 24.90, 25.70, 26.40, 27.00, 21.40, 21.78,
*      22.40, 23.20, 23.95, 24.65, 25.37, 26.10, 26.90, 27.77, 28.80,
*      23.90, 24.44, 25.35, 26.23, 27.15, 28.05, 28.93, 29.80, 30.60,
*      31.53, 32.60, 26.45, 27.14, 28.25, 29.27, 30.35, 31.45, 32.53,
*      33.60, 34.40, 35.33, 36.40, 29.00, 29.85, 31.20, 32.27, 33.45,
*      34.75, 35.93, 37.00, 37.93, 38.93, 40.00/
DATA ((POWR(IH,IQ),IH=1,11),IQ=11,15)/ 31.20, 32.12, 33.60, 34.93,
*      36.30, 37.70, 39.07, 40.40, 41.33, 42.40, 43.60, 33.20, 34.20,
*      35.80, 37.40, 38.85, 40.20, 41.63, 43.20, 44.27, 45.53, 47.00,
*      35.00, 36.08, 37.80, 39.67, 41.30, 42.70, 44.20, 45.80, 47.00,
*      48.33, 49.80, 36.50, 37.62, 39.60, 41.60, 43.30, 44.70, 46.27,
*      48.00, 49.47, 50.80, 52.00, 38.00, 39.15, 41.00, 43.00, 44.75,
*      46.25, 47.93, 49.80, 51.40, 52.80, 54.00/

```

C

HD - HDI
 QP - QPI

C

```

IF (HD.LT.HT(1) .OR. QP.LT.QT(1)) THEN 041786
      PW = 0. 041786
      RETURN 041786
      ENDIF 041786

```

C

C

```

IH=0
IQ=0
IF (HD.GE.HT(NH)) IH = NH 041786
IF (QP.GE.QT(NQ)) IQ = NQ 041786
IF (QP.GT.QT(NQ)) QP = QT(NQ) 041786

```

C

```

DO 200 I=1,NH-1 041786
IF (HD.EQ.HT(I)) THEN
      IH = I
      GO TO 300
      ENDIF

```

```

IF (HD.GT.HT(I)) IH1 = I
200 CONTINUE
IH2=IH1+1

```

C

```

300 DO 400 I=1,NQ-1 041786

```

```

      IF (QP.EQ.QT(I)) THEN
          IQ = I
          GO TO 500
          ENDIF
      IF (QP.GT.QT(I)) IQ1=I
400  CONTINUE
      IQ2=IQ1+1
C
C ** FOR POINT CLASSIFIED TO CORNER OR GRID POINT, JUST RETURN THE VALUE
C
500  IF (IH.NE.0 .AND. IQ.NE.0) THEN
          PW = POWR(IH,IQ)
          RETURN
          ENDIF
C
C ** PERFORM LINEAR INTERPOLATION ON A LINE
C ** FOR POINT SIT AT BOUNDARY OR GRID LINE
C
      IF (IH.NE.0) THEN
          CALL TWOPLN
1      (QP,QT(IQ1),QT(IQ2),POWR(IH,IQ1),POWR(IH,IQ2),PW)
          RETURN
          ENDIF
      IF (IQ.NE.0) THEN
          CALL TWOPLN
1      (HD,HT(IH1),HT(IH2),POWR(IH1,IQ),POWR(IH2,IQ),PW)
          RETURN
          ENDIF
C
C ** PERFORM LINEAR INTERPOLATION ON A THE TABLE
C
C ** FIRST, 2 LINEAR INTERPOLATIONS OVER H-AXIS FOR NEW PWI VALUE
C ** THEN, GET NEW VALUE OVER THE Q-AXIS DIRECTION
C
      CALL TWOPLN (HD,HT(IH1),HT(IH2),POWR(IH1,IQ1),POWR(IH2,IQ1),PW1)
      CALL TWOPLN (HD,HT(IH1),HT(IH2),POWR(IH1,IQ2),POWR(IH2,IQ2),PW2)
      CALL TWOPLN (QP,QT(IQ1),QT(IQ2),PW1,PW2,PW)
C
      RETURN
C
      END
C
C *****
C
      SUBROUTINE OBJECT
C
C *****
C
      THIS SUBROUTINE CALCULATES THE ENERGY GENERATED IN EACH MONTH
C
      FPG : AVERAGED TOTAL POWER GENERATION TIME IN EACH MONTH
      TCF : MONTHLY CONVERSION FACTOR, 1 MCM = TCF CMS
C
      (FRACTION)

```

```

C      DAYM : TOTAL DAYS IN A MONTH
C      U      : CALCULATED WATER POWER RELEASE PER MONTH      (CMS)
C      QP      : ACTUAL FLOW RELEASE RATE THRU TURBINE        (CMS)
C      QTBX    : MAXIMUM FLOW CAPACITY THRU TWO TURBINES      (CMS)
C      XMAX    : MAXIMUM ALLOWED STORAGE IN CURRENT MONTH IM (MCM)
C      POW     : AVERAGE POWER GENERATED BY INTERPOLATION   (MW)
C      ENG     : ACTUAL ENERGY PRODUCED                     (GWH)
C      F       : CCLCULATED ENERGY INCLUDING PENALTY       (GWH)
C      WP      : ENERGY PENALTY WEIGHTING FACTOR, FOR
C              WATER RELEASE EXCESS THE MAXIMUM TURBINE DISCHARGE
C
C *****
C
C      COMMON /ONEDM/ X, X1, U, F, I, J, K, L, R, PNALTY
C
C      DIMENSION FPG(12), DAYM(12), XMAX(12), TCF(12)
C
C      DATA  FPG/ .230968, .313894, .250793, .243139, .283427, .461958,
2          .403858, .384355, .278681, .303253, .378194, .219758/
C      DATA  TCF/ .373357, .409702, .373357, .385802, .373357, .385802,
2          .373357, .373357, .385802, .373357, .385802, .373357/
C      DATA  DAYM/ 31.,28.25,31.,30.,31.,30.,31.,31.,30.,31.,30.,31./
C      DATA  XMAX/ 153., 153., 153., 153., 153., 153.,
2          153., 133., 113., 137., 153., 153./
C      DATA  WP/ 0.1/, QTBX/ 90.0/
C
C      IM = MOD(I,12)
C      IF (IM.EQ.0) IM=12
C
C      CALL VTABL ( X , E , AR, 1)
C      CALL VTABL ( X1, E1, AR, 1)
C      EM = (E+E1)/2.
C
C      QP = U / FPG(IM)
C      CALL SRFLN2 (POW, EM, QP)
C
C      ENG = POW * .024 * DAYM(IM) * FPG(IM)
C      F = F + ENG
C
C
C ** THE MAXIMUM EQUIVALENT AVERAGE RESERVOIR RELEASE FOR POWER GENERATION
C ** WILL BE UMAX=QTBX*FPG(IM) FOR TWO TURBINES.
C ** ONCE THERE IS (UNNECESSARY) EXCESS RELEASE AND X1 IS NOT FULL,
C ** A SMALL PENALTY WEIGHTING FACTOR WP IS APPLIED TO THE AVAILABLE STORAGE
C ** THUS, DRIVE THE STORAGE KEEP AS HIGH AS POSSIBLE !
C
C      IF (X1.LT.XMAX(IM)) THEN
C          UMAX = QTBX * FPG(IM)
C          UEXCS = U - UMAX
C          IF (UEXCS.GT.0.) THEN
C              XEXCS = ( XMAX(IM) - X1 ) * TCF(IM)
C              IF (UEXCS.GT.XEXCS) UEXCS = XEXCS
C              F = F - WP * UEXCS
C          ENDIF
C      ENDIF
C
C      ENDIF

```

C
RETURN
END

C *****

C

SUBROUTINE READIN

C

C

C

RETURN
END

22.997	27.103	33.291	47.626				10
12							
9.4234	11.310	12.869	14.762	16.259	17.935	19.885	21.879
24.449	29.050	34.409	46.006				11
12							
5.1575	7.5630	9.7400	12.589	14.874	17.343	20.320	24.207
29.173	36.263	46.281	68.123				12
12							
5.5102	7.6897	9.4707	11.486	13.111	14.608	16.288	18.488
20.666	24.367	29.279	37.493				01 02
12							
4.0087	6.1114	7.8893	9.8973	11.740	13.528	15.542	17.757
20.398	24.194	29.196	38.625				02
12							
3.9725	5.7109	7.1656	8.8120	10.275	12.016	13.763	15.501
17.678	21.527	26.341	34.457				03
12							
4.3508	5.9561	7.4184	8.9743	10.322	11.737	13.075	14.619
16.921	20.014	23.931	30.353				04
12							
4.0241	6.1822	8.4843	11.781	15.218	18.337	22.153	27.156
33.337	43.358	55.936	83.989				05
12							
4.0005	6.3710	8.8024	11.431	14.444	17.989	22.483	28.019
34.578	45.814	59.784	97.299				06
12							
5.7850	7.9154	9.6742	11.845	14.233	16.714	19.446	22.400
26.659	32.556	39.482	55.894				07
12							
7.7630	10.646	13.213	16.576	19.307	22.898	26.456	30.446
36.775	46.200	60.206	111.41				08
12							
7.4465	9.3810	11.259	13.565	15.606	18.174	21.029	24.876
29.388	37.564	50.860	86.017				09
12							
8.4400	10.010	11.616	13.156	14.574	16.091	17.709	19.979
22.997	27.103	33.291	47.626				10
12							
9.4234	11.310	12.869	14.762	16.259	17.935	19.885	21.879
24.449	29.050	34.409	46.006				11
12							
5.1575	7.5630	9.7400	12.589	14.874	17.343	20.320	24.207
29.173	36.263	46.281	68.123				12
12							
5.5102	7.6897	9.4707	11.486	13.111	14.608	16.288	18.488
20.666	24.367	29.279	37.493				01 03
12							
4.0087	6.1114	7.8893	9.8973	11.740	13.528	15.542	17.757
20.398	24.194	29.196	38.625				02
12							
3.9725	5.7109	7.1656	8.8120	10.275	12.016	13.763	15.501
17.678	21.527	26.341	34.457				03
12							
4.3508	5.9561	7.4184	8.9743	10.322	11.737	13.075	14.619
16.921	20.014	23.931	30.353				04

12							
4.0241	6.1822	8.4843	11.781	15.218	18.337	22.153	27.156
33.337	43.358	55.936	83.589				05
12							
4.0005	6.3710	8.8024	11.431	14.444	17.989	22.483	28.019
34.578	45.814	59.784	97.299				06
12							
5.7850	7.9154	9.6742	11.845	14.233	16.714	19.446	22.400
26.659	32.556	39.482	55.894				07
12							
7.7630	10.646	13.213	16.576	19.307	22.898	26.456	30.446
36.775	46.200	60.206	111.41				08
12							
7.4465	9.3810	11.259	13.565	15.606	18.174	21.029	24.876
29.388	37.564	50.860	86.017				09
12							
8.4400	10.010	11.616	13.156	14.574	16.091	17.709	19.979
22.997	27.103	33.291	47.626				10
12							
9.4234	11.310	12.869	14.762	16.259	17.935	19.885	21.879
24.449	29.050	34.409	46.006				11
12							
5.1575	7.5630	9.7400	12.589	14.874	17.343	20.320	24.207
29.173	36.263	46.281	68.123				12
12							
5.5102	7.6897	9.4707	11.486	13.111	14.608	16.288	18.488
20.666	24.367	29.279	37.493				01 04
12							
4.0087	6.1114	7.8893	9.8973	11.740	13.528	15.542	17.757
20.398	24.194	29.196	38.625				02
12							
3.9725	5.7109	7.1656	8.8120	10.275	12.016	13.763	15.501
17.678	21.527	26.341	34.457				03
12							
4.3508	5.9561	7.4184	8.9743	10.322	11.737	13.075	14.619
16.921	20.014	23.931	30.353				04
12							
4.0241	6.1822	8.4843	11.781	15.218	18.337	22.153	27.156
33.337	43.358	55.936	83.589				05
12							
4.0005	6.3710	8.8024	11.431	14.444	17.989	22.483	28.019
34.578	45.814	59.784	97.299				06
12							
5.7850	7.9154	9.6742	11.845	14.233	16.714	19.446	22.400
26.659	32.556	39.482	55.894				07
12							
7.7630	10.646	13.213	16.576	19.307	22.898	26.456	30.446
36.775	46.200	60.206	111.41				08
12							
7.4465	9.3810	11.259	13.565	15.606	18.174	21.029	24.876
29.388	37.564	50.860	86.017				09
12							
8.4400	10.010	11.616	13.156	14.574	16.091	17.709	19.979
22.997	27.103	33.291	47.626				10
12							

.0909.1636.1727.1727.1091.1636.0727.0182.0273.0091.0000.0000	
.0545.0727.1727.1636.1636.1727.1182.0727.0091.0000.0000.0000	
.0364.0273.1364.1455.1545.1364.0727.1091.1091.0545.0182.0000	
.0182.0273.1091.1364.1636.0545.1182.1273.1364.1091.0000.0000	
.0000.0182.1091.1273.0727.1182.1182.1727.1091.0818.0545.0182	
.0000.0091.0364.0636.1818.1364.1455.1182.1182.1000.0545.0364	
.0091.0091.0091.0273.0636.0727.1909.1364.2091.1091.1091.0545	
.0000.0000.0000.0364.0364.0818.0909.1636.1636.2727.0727.0818	
.0000.0000.0000.0364.0182.0364.0545.0545.0909.3273.1818.2000	
.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0364.0364.1091.2000.2000.4182	
.3636.3091.2000.0727.0545.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0000	06
.2364.0909.2364.2364.0727.1091.0182.0000.0000.0000.0000.0000	
.1273.1091.2273.1545.1455.1000.0636.0545.0091.0091.0000.0000	
.0364.1000.1818.1636.2182.1091.0455.0909.0455.0000.0000.0091	
.0273.0273.1818.1364.1182.1273.1636.1000.0636.0455.0091.0000	
.0091.0273.0545.1636.1636.1818.1455.0818.1182.0455.0091.0000	
.0000.0182.0545.1091.1182.1182.1545.2000.0727.1182.0364.0000	
.0000.0091.0636.0364.0727.1636.2091.1091.1818.1091.0364.0091	
.0000.0091.0182.0455.0909.0727.1182.1273.1909.2273.0545.0455	
.0000.0000.0000.0364.0091.0636.0636.1636.1818.2636.1455.0727	
.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0182.0909.1091.2727.2182.2909	
.0000.0000.0000.0000.0000.0182.0364.0545.1636.0909.2000.4364	07
.5273.2182.1455.0727.0364.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0000	
.2000.2364.3636.1273.0727.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0000	
.1000.1091.2818.2455.1636.0636.0182.0000.0182.0000.0000.0000	
.0182.0909.2455.2000.1909.1455.0727.0182.0182.0000.0000.0000	
.0091.0455.1273.2000.1545.1364.1818.0818.0545.0091.0000.0000	
.0091.0091.0636.1545.1364.2273.1818.1091.0727.0273.0091.0000	
.0000.0091.0182.0545.1636.1273.2182.1909.0909.1273.0000.0000	
.0000.0000.0091.0364.1000.1727.1364.2000.1727.1182.0455.0091	
.0000.0000.0000.0091.0273.1000.0909.2000.2364.2091.0909.0364	
.0000.0000.0091.0000.0091.0091.0818.1182.2182.3273.1182.1091	
.0000.0000.0000.0000.0000.0182.0364.1091.1818.2545.1818.2182	
.0000.0000.0000.0000.0000.0182.0000.0545.0545.1091.2909.4727	08
.4364.2545.1818.0727.0364.0182.0000.0000.0000.0000.0000.0000	
.1667.2222.2963.1481.1111.0185.0370.0000.0000.0000.0000.0000	
.0901.1802.2072.2342.1712.0721.0450.0000.0000.0000.0000.0000	
.0636.0455.2636.1455.1273.1455.0909.0455.0545.0182.0000.0000	
.0364.0091.1909.2091.1636.1273.1091.0909.0364.0273.0000.0000	
.0091.0182.0364.1364.2091.1818.1091.1727.0727.0545.0000.0000	
.0000.0000.0182.0727.1182.1000.1636.2273.1545.1182.0273.0000	
.0000.0091.0455.0455.0545.1545.1818.0909.1818.1909.0364.0091	
.0000.0000.0000.0273.0636.1091.1636.1545.2091.2091.0364.0273	
.0000.0000.0000.0182.0182.0909.1000.1455.1818.1818.1727.0909	
.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0182.1091.1455.3091.2182.2000	
.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0182.0364.0727.0909.2364.5455	09
.3455.3091.1818.0909.0364.0364.0000.0000.0000.0000.0000.0000	
.1091.1636.3636.1455.0727.0364.0364.0727.0000.0000.0000.0000	
.1091.1182.1818.2636.1182.0818.0636.0364.0273.0000.0000.0000	
.1000.0909.1455.1455.1455.1182.1182.0545.0545.0273.0000.0000	
.0364.0364.1909.0909.1182.1818.1273.0727.0818.0364.0273.0000	
.0091.0273.0727.1273.1636.1364.1091.1182.1455.0818.0091.0000	
.0000.0000.0455.0818.1727.1091.1909.1727.1182.0818.0182.0091	
.0091.0000.0545.0909.0818.1455.1182.1455.1000.1909.0364.0273	
.0000.0000.0273.0545.0727.0727.1091.1727.1636.1636.1091.0545	

.0000.0000.0091.0273.0636.1182.1091.1364.1636.1727.1273.0727	
.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0545.0909.2000.3091.1818.1636	
.0000.0000.0000.0000.0182.0000.0182.0182.0909.1818.1636.5091	
.3519.1111.2963.0741.0185.0741.0370.0000.0370.0000.0000.0000	10
.1964.1429.1250.2321.0714.0893.0536.0357.0536.0000.0000.0000	
.0818.1636.2000.1909.0818.1000.1091.0545.0091.0000.0091.0000	
.0545.1091.1364.1636.1455.1000.1000.0727.0636.0455.0091.0000	
.0727.0364.1818.1000.1909.1182.0909.0545.0545.0727.0182.0091	
.0091.0273.0727.1455.1091.1545.1727.1000.0818.1000.0273.0000	
.0000.0273.0818.1000.1455.1455.1182.1909.1455.0273.0000.0182	
.0000.0000.0545.0636.1364.1273.1182.0909.1545.1545.0909.0091	
.0091.0091.0545.0545.0636.0455.1273.1727.1455.1636.0818.0727	
.0000.0000.0000.0273.0636.1000.0909.1636.1636.2182.0818.0909	
.0000.0000.0000.0182.0364.0364.0364.0909.2000.1818.2545.1455	
.0000.0000.0000.0000.0000.0182.0182.0727.0727.2545.1091.4545	
.4909.2364.1455.0364.0545.0364.0000.0000.0000.0000.0000.0000	11
.1273.1455.2909.1455.0909.1091.0182.0182.0364.0000.0000.0182	
.0459.0826.2018.1927.2018.1009.0642.0642.0183.0275.0000.0000	
.0450.0991.1712.1441.1532.1261.0901.0631.0360.0450.0270.0000	
.0636.0455.1000.1091.1727.1182.0909.1273.1182.0364.0182.0000	
.0273.0000.1273.1545.1273.1636.1818.0909.0818.0455.0000.0000	
.0000.0545.0818.1182.1273.0818.1545.0818.1636.0909.0091.0364	
.0000.0182.0545.1000.0545.1091.1364.1455.1455.1455.0364.0545	
.0000.0091.0364.0364.0545.0545.0818.1636.1545.2182.1091.0818	
.0000.0091.0091.0273.0182.1364.1455.1455.1545.1455.1364.0727	
.0000.0000.0000.0364.0182.0545.0545.1091.1091.2909.1636.1636	
.0000.0000.0000.0182.0182.0182.0364.1091.1091.2000.1636.3273	12
.4444.1667.1852.1111.0185.0556.0000.0000.0185.0000.0000.0000	
.2321.2321.2500.1429.0357.0179.0536.0357.0000.0000.0000.0000	
.1364.1273.2091.1818.1545.1182.0455.0091.0182.0000.0000.0000	
.0091.1000.1909.2000.1364.1364.0909.1000.0273.0091.0000.0000	
.0091.0455.1727.1273.1909.1636.0818.1364.0545.0091.0091.0000	
.0000.0182.1182.1000.1636.1545.1455.0727.1091.0909.0273.0000	
.0000.0091.0455.1000.1364.1273.2000.1182.1455.0909.0273.0000	
.0000.0000.0273.0818.1000.1091.1636.1545.1273.1364.0909.0091	
.0000.0000.0182.0636.0455.0818.1545.2000.1636.1636.0364.0727	
.0091.0000.0000.0182.0273.0636.0818.1182.2182.2364.1455.0818	
.0000.0000.0000.0000.0364.0182.0182.1091.2000.2727.1636.1818	
.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0364.0545.2545.1636.4909	

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100



[Faint, illegible handwriting]